МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ УССР
КИЕВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
им. А.М.Горького

На правах рукописи

Т.И.ПРИЛИПКО

НЕКОТОРЫЕ КЛАССЫ БЕСКОНЕЧНО ДИФФЕРЕНЦИРУЕМЫХ ФУНКЦИЙ В КОМПЛЕКСНОЙ ОБЛАСТИ

/002 функциональный анализ и теория функций/

А в т о р е ф е р а т

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

НБ НПУ
імені М.П. Драгоманова
100313702

Киев - 1968

Работа выполнена при кафедре математического анализа и теории функций Киевского государственного педагогического института им. А. М. Горького.

Научный руководитель - доктор физико - математических наук профессор Б. И. Коренблюм.

Официальные оппоненты: доктор физико - математических наук И. П. Митюк; кандидат физико - математических наук Г. А. Алибеков.

Ведущее предприятие - Киевский ордена Ленина политехнический институт.

Автореферат разослан _____ 1968г.

Защита диссертации состоится _____ на заседании Ученого Совета Киевского государственного педагогического института им. А. М. Горького,
г. Киев, бульвар Шевченко, 22/24

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке

Ученый секретарь совета Е. А. Хрипко

Известная теорема Принсгейма, характеризующая аналитические функции на замкнутом отрезке, состоит в следующем:

для того, чтобы бесконечно дифференцируемая функция $f(x)$ была аналитическая на $[a, b]$, необходимо и достаточно, чтобы существовали такие константы $c_f > 0$, $k_f > 0$, что при $x \in [a, b]$

$$|f^{(n)}(x)| \le c_f k_f \cdot n! \qquad (n = 0, 1, 2, \dots).$$

Пусть $\{M_n\}_0^\infty$ - положительная последовательность чисел. Множество бесконечно дифференцируемых в интервале J /конечном или бесконечном, открытом, полуоткрытом или замкнутом/ функций называют классом $D\{J, M_n\}$, если каждой функции этого множества соответствуют такие положительные константы c_f, k_f, что при $x \in J$ выполняются неравенства

$$|f^{(n)}(x)| \le c_f \cdot k_f \cdot M_n \qquad (n = 0, 1, 2, \dots).$$

Согласно этому определению и цитированной теореме, класс $D\{J, n!\}$, где $J = [a, b]$ - конечный замкнутый отрезок, представляет собой класс аналитических функций на этом отрезке.

Одним из основных свойств класса $D\{J, n!\}$ является то, что функция этого класса полностью определена своим значением и значением всех своих производных в какой-либо точке отрезка. Другими словами, функция класса $D\{J, n!\}$, обращающаяся в 0 вместе со всеми производными в некоторой точке из J, - это функция, тождественно равная нулю.

В 1912 г. Адамар [14] поставил следующую проблему: какова должна быть последовательность $\{M_n\}$, чтобы всякаябесконечно дифференцируемая функция класса $D\{J, M_n\}$, обращаю-

щаяся в ноль вместе со всеми своими производными в некоторой точке $x_0 \in \mathcal{J}$, была тождественно равна 0 /такой класс называется квазианалитическим в интервале $\mathcal{J}$ /.

Частично ответ на вопрос Адамара был дан Данжуа [13] . Важная идея Данжуа состояла в сведении изучения бесконечно дифференцируемых функций к изучению функций, голоморфных в полуплоскости, что достигается с помощью преобразования Лапласа.

Кроме того, Данжуа высказал гипотезу, что условие

$$\sum^{\infty} \frac{1}{M_n^{\frac{1}{n}}} = \infty$$

достаточно для квазианалитичности класса.

Усовершенствовав метод Данжуа, Карлеман [12] окончательно решил проблему квазианалитичности, указав соответствующие необходимые и достаточные условия /см. ниже, условие (а) /.

Эквивалентные условия были впоследствии даны Островским и Мандельбройтом - Бангом [15],[11] .

Объединяя все эти условия, можно сформулировать теорему [3], стр.104/:

каждое из следующих условий является необходимым и достаточным для того, чтобы класс $\mathcal{D}\{\mathcal{J}, M_n\}$, где $\mathcal{J}$ - произвольный интервал, был квазианалитическим:

(а) если положить $\beta_n = \inf\limits_{k \geq n} M_k^{\frac{1}{k}}$, то

$$\sum^{\infty} \frac{1}{\beta_n} = \infty;$$

(б) если положить $T(r) = \sup\limits_{n>0} \frac{r^n}{M_n}$, то

$$\int^{\infty} \frac{\ln T(r)}{r^2}\, dr = \infty;$$

(в) либо $\varliminf\limits_{n\to\infty} M_n^{\frac{1}{n}} < \infty$, либо $\lim\limits_{n\to\infty} M_n^{\frac{1}{n}} = \infty$ и

$$\sum \frac{M_{n-1}^c}{M_n^c} = \infty,$$

где $\{M_n^c\}$ – выпуклая регуляризация посредством логарифмов последовательности $\{M_n\}$, т. е. $M_n^c = \max E_n$ таких, что $E_n \le M_n$,

$$\frac{E_n}{E_{n-1}} \le \frac{E_{n+1}}{E_n} \quad (n = 1, 2, \cdots, E_0 = 1).$$

Условие (α) – это условие Карлемана, (δ) – Островского условие (β) принадлежит Мандельбройту – Бангу.

В последующем мы будем говорить, что последовательность $\{M_n\}$ удовлетворяет условиям К – О – М, если выполняется любое из этих условий.

Задача, аналогичная классической проблеме квазианалитичности Адамара-Данжуа-Карлемана, была поставлена Салинасом [17] и позднее независимо Б.И.Кореньблюмом [1] x/ для классов $\mathcal{D}$ функций, аналитических в комплексной области и бесконечно дифференцируемых на ее границе. Именно, Салинасу принадлежит теорема:

пусть $f(z)$ аналитическая в угле $|\arg z| < \frac{\pi\alpha}{2}$, пусть

$$(\alpha) \qquad f^{(n)}(0) = 0 \qquad (n = 0, 1, 2, \cdots)$$

справедливо для производных в угле $|\arg z| < \frac{\pi\alpha}{2}$ и пусть

$$(\beta) \qquad |f^{(n)}(z)| \le m_n \qquad (n = 0, 1, 2, \cdots).$$

Если $\int^{\infty} \ln T(r) \cdot r^{-1-(\alpha+1)^{-1}} dr = \infty$, где $T(r) = \sup_{n>0} \frac{r^n}{m_n}$, то $f(z) \equiv 0$.

Обратно, если этот интеграл конечен, то существует функ-

---

x/ Как сообщил нам Б.И.Кореньблюм, его внимание к работе Салинаса привлек М.М.Джрбашян.

ция, аналитическая в угле $|arg\, z| < \frac{\pi\alpha}{2}$, удовлетворяющая (α) и (β).

Рассматривая классы $D\{K, A_n\}$ бесконечно дифференцируемых в замкнутом единичном круге $\bar{K}$ функций, для которых

$$\sup_{z \in K} |f^{(n)}(z)| \le C_f A_n \quad (n = 0, 1, \dots),$$

Б.И.Коренблюм показал, что условия квазианалитичности этих классов совпадают с соответствующими условиями для полуплоскости, найденными Салинасом [17], и указал также следующую эквивалентную форму этих условий:

для квазианалитичности класса $D\{K, A_n\}$ необходимо и достаточно, чтобы последовательность $\{\sqrt{A_n}\}$ удовлетворяла условиям К - О - М.

Условие этой теоремы, очевидно, существенно шире, чем условие теоремы Карлемана.

В работе [2] Б.И.Коренблюм ставит следующую проблему: дано множество Ψ, найти необходимые и достаточные условия, которым должна удовлетворять последовательность $\{A_n\}_0^\infty$ для того, чтобы класс $D\{\Psi, A_n\}$ был нетривиальным /т.е. содержал хотя бы одну функцию $f(z) \not\equiv const$ /.

В [2] эта проблема решается для случая, когда Ψ - угол $\mathcal{J}_\alpha$ $(\alpha > 0)$, определяемый неравенствами:

$$0 < |z| < \infty, \quad |arg\, z| < \frac{\pi\alpha}{2},$$

а также устанавливается связь проблемы нетривиальности с классической проблемой квазианалитичности и с аналогичной проблемой в комплексной области.

Эта связь проблем выражается теоремой: для того, чтобы класс $D\{T_\alpha, A_n\}$ был квазианалитическим в точке 0 /см. ниже/, необходимо и достаточно, чтобы класс $D\{T_{\alpha+2}, A_n\}$ был тривиален, т.е./всилу одной из теорем [2] /, чтобы

$$\int^{\infty} r^{-\frac{\alpha+2}{\alpha+1}} \ln T(r)\, dr = \infty.$$

При $\alpha = 0$ теорема дает классическое условие Карлемана, при $\alpha = 1$ - установленное в [I7] , [I] условие квазианалитичности в полуплоскости.

В настоящей работе рассматриваются классы $D\{\omega, A_n\}$ бесконечно дифференцируемых функций в области ω комплексной плоскости, подчиненной некоторым ограничениям. Для этих классов доказываются теоремы, устанавливающие необходимые и достаточные условия их квазианалитичности, а также нетривиальности.

Пусть $\{A_n\}_0^\infty$ - заданная последовательность положительных чисел /некоторые из них могут быть равными $+\infty$,но предполагается, что существует бесконечная подпоследовательность конечных A_n /; ω - область комплексной плоскости, γ - ее граница.

Обозначим $D_a\{\omega, A_n\}\ (a>0)$ класс функций $f(z)$, бесконечно дифференцируемых на $\bar{\omega} = \omega \cup \gamma$ / и, следовательно, аналитических в ω /, для которых

$$\sup_{z\in\omega} |f^{(n)}(z)| \le c a^n A_n \quad (n = 0, 1, 2, \cdots),$$

где $c > 0$ - некоторая постоянная, зависящая от f

Объединение этих классов обозначим

$$D\{\omega, A_n\} = \bigcup_{a>0} D_a\{\omega, A_n\}.$$

Замечание. Если область $\mathcal{G}$ подчинена некоторым дополнительным ограничениям, то, как показано в работе, всякая функция $f(z)$, удовлетворяющая в $\mathcal{G}$ неравенствам /I/, расширяется до функции на $\bar{\mathcal{G}}$, которая принадлежит $\mathcal{D}\{\mathcal{G}, A_n\}$.

Б.И.Корнблюму принадлежат следующие определения.

ОпределениеI. Класс $\mathcal{D}\{\mathcal{G}, A_n\}$ или $\mathcal{D}_a\{\mathcal{G}, A_n\}$ называется квазианалитическим в точке $z_0 \in \gamma$, если не существует функции $f(z) \not\equiv 0$, принадлежащей соответствующему классу и такой, что

$$f^{(n)}(0) = 0 \qquad (n = 0, 1, 2, \dots).$$

Определение 2. Класс $\mathcal{D}\{\mathcal{G}, A_n\}$ или $\mathcal{D}_a\{\mathcal{G}, A_n\}$ называется квазианалитическим, если он квазианалитичен в каждой точке $z_0 \in \gamma$, другими словами, не существует точки $z_0 \in \gamma$ и функции $f(z)$, принадлежащей соответствующему классу, $f(z) \not\equiv 0$, таких, что

$$f^{(n)}(z_0) = 0 \qquad (n = 0, 1, 2, \dots).$$

Определение 3,Класс $\mathcal{D}\{\mathcal{G}, A_n\}$ или $\mathcal{D}_a\{\mathcal{G}, A_n\}$ называется нетривиальным, если он содержит хотя бы одну функцию $f(z) \neq const$.

Работа состоит из двух глав.

В первой главе, состоящей из трех параграфов,рассматривается проблема квазианалитичности классов $\mathcal{D}\{\mathcal{G}, A_n\}$.

Параграф первый содержит ряд известных теорем, которые существенно используются в работе. Кроме того, здесь решается проблема Ватсона для некоторой области $\mathcal{G}$ комплексной плоскости, причем устанавливается

Теорема I. Пусть область φ задана неравенствами

$$|\arg z| < \frac{\pi}{2}\left(\alpha + \frac{1}{\varphi_1(|z|)}\right), \quad \alpha > 1,$$

где $\varphi_1(r)$ удовлетворяет следующим условиям:

I. $\varphi_1(r) \nearrow \infty$ $(r \to \infty)$, $\varphi_1(0) > 0$;

2. $\mathfrak{Ф}[x^{\alpha}\mathfrak{Ф}(x)] < c_1\mathfrak{Ф}(x)$, где $\mathfrak{Ф}(x) = \exp\left(\int_{c_2}^{x} \frac{\alpha t}{t\varphi(t^{\alpha})}\right)$,

$c_1, c_2 > 0$, $\varphi(t) = \varphi_1(t) + \frac{1}{\alpha}$.

Пусть также $\{M_n\}_0^{\infty}$ – положительная последовательность чисел, подчиненных условию: $\lim\limits_{n\to\infty} M_n^{\frac{1}{n}} = \infty$.

Тогда эквивалентные условия

$$\int^{\infty} \frac{\mathfrak{Ф}^{\frac{1}{\alpha}}(r)\ln T(r)}{r^{1+\frac{1}{\alpha}}}dr < \infty \quad \text{, где} \quad T(r) = \sup_{n>0} \frac{r^n}{M_n},$$

и

$$\sum^{\infty}\left(\frac{M_n^c}{M_{n+1}^c}\right)^{\frac{1}{\alpha}} \cdot \mathfrak{Ф}^{\frac{1}{\alpha}}\left(\frac{M_{n+1}^c}{M_n^c}\right) < \infty$$

являются необходимыми и достаточными, а в случае $M_1 \le M_2^{\frac{1}{2}} \le M_3^{\frac{1}{3}} \le \cdots$ условие

$$\sum^{\infty} \frac{\mathfrak{Ф}^{\frac{1}{\alpha}}(M_n^{\frac{1}{n}})}{M_n^{\frac{1}{n\alpha}}} < \infty$$

является достаточным для того, чтобы существовала функция $f(z) \not\equiv 0$, голоморфная в φ и удовлетворяющая неравенствам:

$$|f(z)| \le M_n |z|^{-n} \qquad (z \in \varphi,\ n = 0, 1, 2, \ldots).$$

Доказывается теорема I с помощью теорем искажения, принад-

лежащих Альфорсу и Варшавскому, а также ряда теорем, принадлежащих С.Мандельбройту.

Во втором параграфе рассматриваются классы $D\{K^{\alpha}, A_n\}$ функций, бесконечно дифференцируемых в двуугольнике K^{α} с углом $\alpha\pi$, и доказывается, что условия квазианалитичности классов $D\{K^{\alpha}, A_n\}$ и $D\{I_{\alpha}, A_n\}$ одни и те же /для I_{α} они устанавливаются теоремой [2] /.

Теорема 2. Для квазианалитичности класса $D\{K_{\alpha}, A_n\}$ необходимо и достаточно, чтобы последовательность $\{A_n^{\frac{1}{\alpha+1}}\}$ удовлетворяла условиям К - О - М.

В третьем параграфе проблема квазианалитичности класса $D\{\mathcal{G}, A_n\}$ решается для широкого класса областей $\mathcal{G}$.

Мы говорим, что область $\mathcal{G}$ комплексной плоскости /без бесконечно удаленной точки/ удовлетворяет условию (A), если ее граница γ состоит из конечного числа кусочно-гладких простых замкнутых кривых $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n$, каждая из которых имеет кусочно-непрерывную кривизну, причем в угловых точках все внутренние /относительно области $\mathcal{G}$ / углы отличны от 0 и 2π.

Пусть $\pi\alpha(z)$ - внутренний угол между односторонними касательными к γ в точке $z \in \gamma$,

$$\alpha = \min_{z \in \gamma} \alpha(z) > 0.$$

Теорема 3. Пусть область $\mathcal{G}$ удовлетворяет условию (A). Тогда для квазианалитичности класса $D\{\mathcal{G}, A_n\}$ в точке $z_0 \in \gamma$ необходимо и достаточно, чтобы последовательность $\{A_n^{\frac{1}{\alpha_0+1}}\}$ $(\alpha_0 = \alpha(z_0))$ удовлетворяла условиям К - О - М.

Теорема 4. Пусть область $\mathcal{G}$ удовлетворяет условию (A).

Тогда для квазианалитичности класса $D\{\psi, A_n\}$ необходимо и достаточно, чтобы последовательность $\{A_n^{\frac{1}{n-1}}\}$ удовлетворяла условиям К - О - М.

Во второй главе, состоящей из трех параграфов, изучается поставленная [2] проблема нетривиальности классов $D\{\psi, A_n\}$, где ψ - некоторая область комплексной плоскости, определенным образом связанная с углом J_α.

В работе [2] для случая, когда область ψ - угол J_α $(\alpha > 1)$ проблема нетривиальности решается следующим образом:

для нетривиальности класса $D\{J_\alpha, A_n\}$ необходимо и достаточно, чтобы

$$\int^{\infty} r^{-\frac{\alpha}{\alpha-1}} \ln T(r)\, dr < \infty, \qquad (2)$$

где $T(r) = \sup_{n>0} \frac{r^n}{M_n}$.

Первый параграф главы II посвящен распространению найденного условия на области ψ, расположенные в J_α и удовлетворяющие некоторым дополнительным ограничениям. Основной результат содержится в следующей теореме:

Теорема 5. Пусть $1 < \alpha < 2$ и область ψ комплексной плоскости $z = re^{i\varphi}$ задана неравенством

$$|\arg z| < \varphi(r), \text{ где } \varphi(r) \nearrow \frac{\pi\alpha}{2} \ (r \to \infty).$$

Пусть, далее, $h(\varphi) = \max_{r>0} r\sin[\varphi - \varphi(r)]$.

Если $\int^{\frac{\pi\alpha}{2}} \ln^+ h(\varphi)\, d\varphi < \infty$,

то для нетривиальности класса $D\{\psi, A_n\}$ необходимо и достаточ-

но, чтобы было

$$\int^{\infty} r^{-\frac{\alpha}{\alpha-1}} \ln T(r)\, dr < \infty .$$

Таким образом, теорема 5 утверждает, что условие /2/ остается необходимым и достаточным для нетривиальности класса $D\{\Psi, A_n\}$, если область Ψ такова, что $h(\varphi)$ либо ограничена либо стремится к бесконечности достаточно медленно при $\varphi \to \frac{\pi\alpha}{2}$.

Во втором параграфе рассматривается проблема нетривиальности для областей Ψ, достаточно близких к углу J_α, где $0 \le \alpha \le 1$. Известно [2], что для нетривиальности класса $D\{J_\alpha, A_n\}$ необходимо и достаточно выполнение условия

$$\inf_{n>0} \left(A_n^{\frac{1}{n}} n^{1-\alpha}\right) > 0. \qquad /3/$$

Теоремами 6, 7, 8 это условие распространяется на области Ψ.

Теорема 6. Пусть $0 < \alpha \le 1$; область Ψ задана неравенством

$$|\arg z| < \psi(|z|),$$

где $\psi(r)$ удовлетворяет следующим условиям:

I. $|\psi(r) - \frac{\pi\alpha}{2}| < h(r)$, $h(r) \downarrow 0$ $(r \to \infty)$, $h(r)$ – выпуклая функция;

2. $\int^{\infty} \frac{h(r)}{r}\, dr < \infty$. /4/

Тогда для нетривиальности класса $D\{\Psi, A_n\}$ необходимо и достаточно, чтобы выполнялось /3/.

Справедливость теоремы 6 следует непосредственно из теорем 7 и 8, устанавливающих условия нетривиальности классов $D\{\Psi_1, A_n\}$ и $D\{\Psi_2, A_n\}$, где области Ψ_1 и Ψ_2

заданы соответственно условиями:

$$|\arg z| < \frac{\pi\alpha}{2} - h(r)$$

и

$$|\arg z| < \frac{\pi\alpha}{2} + h(r).$$

Мы показываем, что при выполнении неравенства /4/ условие нетривиальности /3/ остается справедливым и для областей $\mathcal{G}_1$ и $\mathcal{G}_2$.

Теоремы 7 и 8, а также вытекающая из них теорема 6 утверждают, таким образом, что при достаточной близости границ $\mathcal{G}_1$, $\mathcal{G}_2$ и $\mathcal{G}$ к сторонам $\mathcal{I}_\alpha$ /выраженной сходимостью $\int^{\infty} \frac{h(r)}{r} dr$ / условия нетривиальности классов $\mathcal{D}\{\mathcal{G}_1, A_n\}$, $\mathcal{D}\{\mathcal{G}_2, A_n\}$ и $\mathcal{D}\{\mathcal{G}, A_n\}$ остаются такими же, как и класса $\mathcal{D}\{\mathcal{I}_\alpha, A_n\}$.

Соотношение /4/, характеризующее близость γ_α к $\gamma_{\mathcal{G}}$, является предельным в том смысле, что при невыполнении его условия нетривиальности класса $\mathcal{D}\{\mathcal{G}, A_n\}$ уже другие, отличные от /3/.

Для случая $\mathcal{G} \subset \mathcal{I}_\alpha$ $(0 < \alpha \leq 1)$ они устанавливаются теоремой 9, доказательство которой составляет содержание третьего параграфа.

Теорема 9. Пусть область $\mathcal{G}$ задана неравенствами:

$$|\arg z| < \frac{\pi}{2}\left(\alpha - \frac{1}{\varphi_1(|z|)}\right),$$

где функция $\varphi_1(r)$ удовлетворяет следующим условиям:

1. $\varphi_1(r) \nearrow \infty$ $(r \to \infty)$ на $[r_0, \infty)$, $r_0 \geq 0$, $\varphi_1(r_0) \geq \frac{1}{\alpha}$.

2. $\mathcal{D}[x^{2-\alpha}\varphi(x)] < c_1 \varphi(x)$ $\quad (c_1 > 0)$,

$$\Phi(x) = \exp\left(\int_{c_2}^{x} \frac{dt}{t\varphi(t^{2-\alpha})}\right) \quad (c_2 > r_0,\ \varphi(t) = \varphi_1(t) + \frac{1}{2-\alpha}).$$

Тогда для нетривиальности класса $\mathcal{D}\{\varphi, A_n\}$ необходимо и достаточно выполнение условия

$$\inf_{n>0} \left(A_n^{\frac{1}{n}} n^{1-\alpha} \Phi(n)\right) > 0. \qquad /5/$$

Замечание. При $\int^{\infty} \frac{dt}{t\varphi(t)} < \infty$ условие /5/ переходит в /3/, т.е. теорема 9 при $\Phi(n)$ конечном переходит в теорему 7.

Результаты настоящей диссертационной работы были доложены и обсуждены :

-на научной конференции кафедр Киевского государственного педагогического института I967г.;

-на III-й научной конференции молодых математиков Украины;

-на научной конференции кафедр Киевского государственного педагогического института I967г.;

-на Киевской городской математической конференции I967г;

Основное содержание диссертации опубликовано в работах [4], [5] , [6] , [7] , [8] , [9] , [I0] .

Литература

I. КОРЕНБЛЮМ Б.И., Квазианалитические классы функций в круге, ДАН СССР, Т.I64, №I, I965.

2. КОРЕНБЛЮМ Б.И. Условия нетривиальности некоторых классов функций, аналитических в угле, и проблемы квазианалитичности, ДАН СССР, т.I66, №5, I966.

3. МАНДЕЛЬБРОЙТ С., Примыкающие ряды, Регуляризация последовательностей, Применения, И Л , М., I955.

4. ПРИЛИПКО Т.И., Квазианалитические классы функций в комплексной области, Украинский математический журнал, т. I9, №2, I967.

5. ПРИЛИПКО Т.И., Квазианалитические классы функций в комплексной области, Материалы III республиканской конференции молодых математиков Украины, К, I966.

6. ПРИЛИПКО Т.И., Условия нетривиальности некоторых классов функций, аналитических в комплексной области, Отчетно - научная конференция кафедр педагогического института, К., I967 /укр. яз./

7. ПРИЛИПКО Т.И., Квазианалитические классы функций, заданных в произвольной конечной области с кусочно - гладким контуром, Отчетно-научная конф. кафедр педагог. института, Тезисы докладов, К., I966 /укр. яз./.

8. ПРИЛИПКО Т.И., Условия нетривиальности класса $D\{\psi, A_n\}$ для некоторых областей, близких к Γ_α $(0<\alpha\leq 1)$, Тезисы докладов XXXIУ научной конференции Киевского технологического института пищевой промышленности /укр. яз./.

9. ПРИЛИПКО Т.И., Обобщенная проблема типа Ватсона, Тезисы докладов XXXIУ конференции КТИХП /укр.яз./

I0. ПРИЛИПКО Т.И., Нетривиальность некоторых классов функций, аналитических в комплексной области, ДАН УССР, №6, I968 /укр. яз./.

11. Bang T. - On quasi analitiske Funktioner Kyobenhavn, 1946.

12. Carleman T. - Les fonctions quasi analytiques, Paris, 1926.

13. Denjoy A. - Sur les fonctions quasi analytiques d'une variable réelle, C.R. Acad. Sc., 173 (1921), 1329.

14. Hadamard I. - Sur le module maximum d'une fonction analytique, C.R. Séanses Soc. math. Fr., 40 (1912), 28.

15. Mandelbrojt S. - Analytic Functions and Classes of Infinitely Differentiable Functions, The Rice Institute Pamphlet, 29, N 1 (1942).

16. Ostrowski A. - Über quasi-analytische Funktionen und Bestimheit asymptotischer Entwicklungen, Acta. Math., 53 (1930), 181.

17. R.-Salinas B. - Functions with null moments. Rev. Acad. Ci. Madrid, 49 (1955), 331-368 (Spanish).

БФ-24665. Подписано к печати 3.04.68.
Заказ № 171/87. Тираж 150.
Учебно-производственный комбинат УСХА.