ВСЕУКРАЇНСЬКА НАУКОВО-МЕТОДИЧНА КОНФЕРЕНЦІЯ

“СУЧАСНІ НАУКОВО-МЕТОДИЧНІ ПРОБЛЕМИ МАТЕМАТИКИ У ВИЩІЙ ШКОЛІ”

пам’яті
професора Сергія Сергійовича Левіщенка
(1944–1996)

ЗБІРНИК ТЕЗ

7–8 жовтня 2016 року
Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова
Київ

Організатори:
Міністерство освіти і науки України
Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова
Національний університет харчових технологій
Академія наук вищої освіти України України
http://www.fmi.npu.edu.ua/levischenko-conf

Організаційний комітет:
Андрущенко В.П. (голова), Торбін Г.М. (заступник голови), Працьовитий М.В. (заступник голови), Гончаренко Я.В. (заступник голови), Школьний О.В. (заступник голови), Верпатова Н.Ю., Нікіфоров Р.О., Требенко Д.Я., Требенко О.О., Маслова Ю.П.

Програмний комітет:
Працьовитий М.В. (голова), Макаров В.Л., Кондратьєв Ю.Г., Торбін Г.М., Станжицький О.М., Горбачук І.Т., Швець В.О., Мартиненко М.А., Лиман Ф.М., Семко М.М., Гончаренко Я.В., Школьний О.В., Панасенко О.Б., Коваленко В.І.

Зміст

Працьовитий М.В.
Життєвий шлях і трудова діяльність професора Левіщенка С. С. 1

Требенко Д.Я., Требенко О.О.
Пам'яті Вчителя 5

Требенко Д.Я., Требенко О.О.
Вчений, Педагог, Особистість 8

Верпатова Н.Ю., Мухіна Г.І.
С. С. Левіщенко — талановитий вчений та педагог 13

Секція «Математика: чиста та прикладна»

Baranovskyi O.M., Kondratiev Yu.G., Pratsiovytyi M.V.
Functions preserving digit of E-representation of numbers 25

Біленко В.І., Божонок К.В., Стеля О.Б.
Апроксимаційні методи розв'язування нелінійних інженерних задач екології 28

Білоцький М.М.
Один спосіб доведення «важливих границь» в комплексному аналізі 29

Бондаренко О.І., Працьовитий М.В.
Канторівська система числення з основою 2, пов'язана з класичною послідовністю Фібоначчі 31

Богатирчук А.С., Максимюк В.А., Сторожук Є.А.
Способи подолання замикання при розв'язанні крайових задач теорії оболонок чисельними методами 33

Дрозденко В.О.
Мінімізація вартості страхових контрактів шляхом залучення декількох страхових компаній 34

Дивляш Н.В.
Алгоритми перевірки деяких видів статистичних гіпотез про значення параметру розподілу салемівського типу 35

Вдовенко Т.І.
До задачі двох тіл при сингулярному рангу один несиметричному збуренні 36

Верпатова Н.Ю.
Локально ступінчаті примарні DLC-групи 37

Волошина В.О.
Про властивості і застосування W^n-зображення 38

Гарко І.І.
Фрактальні властивості ймовірнісних мір, породжених поліосновними розкладами дійсних чисел та їх застосування 39

Гончаренко Я.В., Лисенко І.М.
Ймовірнісна теорія чисел в q_0^∞-зображенні 41

Зінченко Т.В.
Алгоритми швидких перетворень Хартлі в матричній формі 42

Ібрагім М.Х.
Новий метод доведення довірчості для обчислення розмірності Хаусдорфа–Безиковича сімейства циліндрів Q^*-розкладу дійсних чисел 43

Ісаєва Т.М., Працьовитий М.В.
Δ^μ-зображення у задачах ймовірнісної теорії чисел 45

Карвацький Д.М.
Кодування дійсних чисел за допомогою послідовності Якобсталя–Люка 46

Коваленко В.І.
Нескінченні локально ступінчаті групи з нормальними неметациклічними підгрупами 47

Козак В.І.
Умова єдиності міри відповідної блочним матрицям типу Якобі у двовимірній проблемі моментів 48

Ласійчук О.Р.
Граничні розподіли дискретних динамічних систем з притяганням 49

Листопад В.В.
Про задачу оптимального розміщення 50

Лупаїн М.Л.
Властивості ймовірнісних розподілів породжених узагальнено-позиційними Q_∞-зображеннями та їхні застосування 51

Мазур О.К.
Особливості розв'язку задач оптимального керування 52

Markitan V.
Q^*_∞-representation of real numbers determined by an infinite double stochastic matrices and sets associated with them 53

Мартиненко М.А.
Аналіз гармонічного поля в околі сегментної сферичної неоднорідності 54

Мартиненко М.А.
Кручення пружних тіл, ослаблених еліпсоїдальними тріщинами 55

Мороз М.П.
Зв'язок між представленнями числа рядом Остроградського 1-го виду та рядом Енгеля 56

Мулява О.М., Фединяк С.І.
Про адамарові композиції похідних Гельфонда–Леонтьєва аналітичних функцій 58

Осауленко Р.Ю.
Неперервні перетворення одиничного відрізка, які зберігають частоти цифр Q_s-зображення числа 59

Працьовитий М.В.
Нега-s-кове зображення як тривіальне перекодування s-кового зображення дійсних чисел 60

Працьовитий М.В., Василенко Н.А., Замрій І.В.
Про клас функцій, визначених в термінах Q_3-зображення дійсних чисел, що зберігають цифру з примноженням 63

Працьовитий М.В., Маслова Ю.П.
Аналог Трибін-функції, означений в термінах представлення чисел у двійковій та канторівській двійково-трійковій системах числення 65

Працьовитий М.В., Ратушняк С.П.
Один клас функцій з фрактальними властивостями і розподіли ймовірностей на їхніх графіках 67

Працьовитий М.В., Свинчук О.В.
Сингулярні функції канторівського типу, які не мають проміжків монотонності за винятком проміжків сталості 69

Працьовитий М.В., Чуйков А.С.
Аналог інверсора цифр для ланцюгового зображення чисел 71

Protsak L.V.
On a normal form for an implicit differential equation near its singular point 72

Пудченко С.А.
Професор В. П. Дущенко — видатний фізик-експериментатор 73

Radzievskaya E.
The expansion of classical theorem on mean value on the complex functions 74

Савченко І.О.
Контрприклади в аналізі множин неповних сум числових рядів 75

Сафонов В.М., Зінькевич О.П.
Про скінченні рівні неперервних відображень 77

Скуратовський Р.В.
Нормальні базиси скінченного поля і їх властивості 78

Скуратовський Р.В.
Симетричні числа 79

Скуратовський Р.В.
Критерій вписаності в коло довільного n-кутника 80

Станжицький О.М., Лаврова О.Є.
В'язкі розв'язки рівнянь на часових шкалах 82

Тихонова В.В., Бохонова Т.Ю., Томащук О.П., Гроза В.А., Лещинський О.Л.
Сучасна методологія математичного моделювання реальних систем і процесів з неповною вхідною інформацією 84

Торбін Г.М.
Про проблему довірчості локально тонких систем покриттів для обчислення розмірності Хаусдорфа–Безиковича та пакувальної розмірності 85

Trebenko O.O.
On locally graded p-groups with an NSC-subgroup 86

Тушич А.М.
Піфагорові трійки 87

Trebenko O.O., Tsybulska N.M.
On properties and applications of rings 89

Хворостіна Ю.В.
Задача Гаусса–Кузьміна для зображення чисел знакозмінними рядами Люрота 90

Хмельницький М.О.
Про теорему Клемента 91

Шевченко Г.В.
Методика оцінки ефективності прийняття рішення за умови застосування інформаційної технології таргетингу 92

Юрик І.І.
Про точні розв'язки рівняння $u_t = h_1(u)u_{xx} + h_2(u)u_x + h_3(u)$ 93

Секція «Методичні проблеми математичної освіти»

Антошків М.С.
Можливі застосування технології Blended Learning в навчанні вищої алгебри 94

Бойчук Т.О.
Застосування статистичних критеріїв в економетрії 96

Гончаренко Я.В.
Деякі питання методики навчання елементів стохастичної фінансової математики 97

Горбачук В.О.
Доцільність використання ІКТ при формуванні здатності до застосування логічних методів наукового пізнання у навчанні математичної статистики студентів педагогічних університетів 99

Зінькевич О.П., Сафонов В.М.
Обґрунтування вивчення математичних методів 101

Калашніков І.В., Калашнікова Є.І.
До питання вивчення дисципліни «Числові системи» на математичних спеціальностях педагогічних ВНЗ 103

Kurdachenko L.A., Semko N.N., Subbotin I.Ya.
An integrated approach to teaching algebra and number theory 105

Ленчук І.Г.
Геометрія: підручник для 10-11 класів — «читай між рядками» 106

Мартиненко М.А., Сафонов В.М.
Нерозривність дефундаменталізації інженерної освіти і деградації конкурентноспроможності наукових технологій 108

Наконечна Л.Й.
Роль навчально-методичних задач у процесі формування методичної компетентності вчителя математики
109

Ніколаєва О.А.
Досвід організації дистанційного навчання при викладанні математичних дисциплін в НУХТ 110

Панасенко О.Б., Кузема О.О.
Місце і роль масових онлайн-курсів у освітньому просторі 112

Парчук М.І.
Теоретико-ймовірнісні та комбінаторні моделі в системі підготовки майбутніх вчителів фізики 113

Працьовитий М.В., Одинець Ю.А.
Аналогії в математиці та в процесі її навчання 115

Романенко В.М.
Вплив інформаційних технологій на викладення математики у вищій школі 117

Скасків Л.В.
Особливості викладання дисципліни «Алгебра та теорія чисел» 118

Сушко О.С.
Деякі аспекти викладання курсу вищої математики студентам нематематичних спеціальностей 119

Требенко Д.Я., Требенко О.О.
Про роль і місце теорії чисел в професійній підготовці магістра математики 121

Харламова Л.Д.
Особливості організації самостійної діяльності студентів технікумів (коледжів) у процесі навчання лінійної алгебри та аналітичної геометрії 122

Циганкова Г.А., Гузенко С.В.
Деякі аспекти застосування програми MathCAD у навчанні студентів 124

Чернобай О.Б.
Мотивація у навчанні вищої математики студентів економічних спеціальностей 125

Шаповалова Н.В., Панченко Л.Л.
Реалізація прикладної спрямованості навчання студентів фізико-математичних спеціальностей ВНЗ при вивченні геометрії 127

Школьний О.В.
Схема перевірки якості тестового завдання з математики 128

Шоха В.П.
Професійна направленість математичної підготовки студентів технічних спеціальностей вузів 129

Покажчик 131

ЖИТТЄВИЙ ШЛЯХ І ТРУДОВА ДІЯЛЬНІСТЬ ПРОФЕСОРА ЛЕВІЩЕНКА С. С.

Працьовитий М.В.

7 жовтня 1996 року — перестало битись серце славного сина української землі, палкого патріота, сумлінного трудівника, законослухняного громадянина, чудового сім'янина, чуйного товариша, яскравого педагога, потужного науковця — Сергія Сергійовича Левіщенка, доктора фізико-математичних наук, завідувача кафедрою вищої математики Українського державного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова.

Теплоту його рук, вогонь його серця, проміння його розуму ми — його колеги і друзі, відчуваємо і досі. В наших душах він залишив глибокий світлий слід неповторності, доброти і людяності, раціоналізму і відповідальності.

Сергій Сергійович Левіщенко народився 5 вересня 1944 року (в даті народження сам сумнівався) в селі Зубарі Фастівського району Київської області в сім'ї колгоспників: Левіщенка Сергія Феоктистовича і Лук'яненко Антоніни Максимівни. В 1951–1958 рр. навчався в Зубарівській семирічній школі, яку закінчив з похвальною грамотою. Після закінчення школи працював на різних роботах в колгоспі імені Кірова с. Зубарі. В 1959 році вступив в восьмий клас Кожанської середньої школи, яку закінчив з золотою медаллю в 1962 році. В 1960 році став членом ВЛКСМ (Всесоюзної Ленінської Комуністичної Спілки Молоді), був членом комітету комсомолу школи. Після закінчення середньої школи працював робітником будівельної бригади Кожанського цукрового заводу.

В 1963 р. Сергій Сергійович вступив на 1 курс фізико–математичного факультету (спеціальність математика і програмування) Київського державного педагогічного інституту імені О.М. Горького денної форми навчання. В студентські роки неодноразово (1964–1967 рр.) вибирався членом Комітету комсомолу Інституту, де відповідав за роботу академічного сектора. В 1967 році входив в склад Міської студентської ради, де виконував обов'язки голови секції академічної роботи. В 1964–1968 рр. був капітаном шашкової команди Інституту, мав 1 розряд з російських шашок. В 1966 р. за відмінні показники в навчанні був нагороджений місячною поїздкою в складі делегації Інституту в Чехословацьку соціалістичну республіку. З 1967 р. і до закінчення Інституту був Ленінським стипендіатом. За відмінне навчання і активну громадську роботу в 1967 році був нагороджений почесною грамотою ЦК ЛКСМУ. В 1968 р. після закінчення КДПІ, був направлений на роботу в Миронівську районну середню заочну школу Київської області вчителем математики і фізики. Одночасно з цим отримав рекомендацію Вченої ради Інституту для вступу в аспірантуру.

Працюючи в школі, склав вступні іспити в аспірантуру при КДПІ імені О.М. Горького зі спеціальності «Алгебра і теорія чисел». З жовтня 1968 року став аспірантом денної форми навчання по кафедрі математики. Його науковим керівником був відомий український математик, член–кореспондент АН УРСР, доктор фізико–математичних наук, професор Черніков Сергій Миколайович. За час навчання в аспірантурі склав всі кандидатські екзамени на «відмінно» і опублікував одну статтю за темою дисертації. В травні 1971 р. брав участь в роботі 11–го Всесоюзного алгебраїчного колоквіуму в м. Кишеневі, на якому представив свою кандидатську дисертацію. В аспірантські роки продовжував активно брати участь в громадському житті Інституту: в 1969–1971 рр. — член комітету комсомолу (відповідальний за роботу наукового студентського товариства), в 1968–1971 рр. — капітан шашкової команди. З 1970 р. Сергій Левіщенко — Ленінський стипендіат серед аспірантів.

З травня 1971 р. по травень 1972 р. Сергій Сергійович перебував на службі в лавах Радянської Армії, був секретарем ротної комсомольської організації, нагороджений нагрудним знаком «відмінник Радянської Армії». Після звільнення з запас, відновив навчання в аспірантурі. Закінчивши аспірантуру, працював асистентом кафедри алгебри і геометрії Київського державного педагогічного інституту імені О.М. Горького (грудень 1972 р. — лютий 1973 р.), старший викладач (лютий 1973 р. — грудень 1974 р.), в.о. доцента (грудень 1974 р. — грудень 1982 р.), доцентом (грудень 1982 р. — листопад 1994 р.) кафедри вищої математики Київського державного педагогічного інституту імені О.М. Горького. З вересня 1980 р. по грудень 1984 р. виконував обов'язки заступника декана фізики–математичного факультету. З 1986 р. по жовтень 1996 р. Сергій Сергійович — завідуючий кафедрою вищої математики.

30 травня 1973 року Левіщенко С.С. захистив дисертацію на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук зі спеціальності 01.01.06 — алгебра і теорія чисел на тему: «Скінченні групи з нільпотентними підгрупами непримарного індексу». 4 квітня 1979 р. йому присвоїли вчене звання доцента.

17 січня 1994 р. Сергій Сергійович захистив дисертацію на здобуття наукового ступеня доктора фізико–математичних наук на тему: «Групи з деякими системами дисперсивних підгруп». Цього ж року йому присвоєно вчене звання професора.

Перебуваючи на посаді завідувача кафедри вищої математики, Сергій Сергійович значну увагу приділяв забезпеченню кафедри висококваліфікованими кадрами. В період його керівництва склад кафедри поповнили: Працьовитий М.В. (з 1986 р.), Требенко Д.Я. (з 1988 р.), Панченко Л.Л. (з 1988 р.), Процак Л.В. (з 1989 р.), Ляшко О.В. (з 1990 р.), Хромуляк О.М. (з 1990 р.). За рекомендацією Сергія Сергійовича в цільову аспірантуру зі спеціальності 01.01.04 — геометрія і топологія до Москви була направлена Шаповалова Н.В., яка, після повернення, працює на кафедрі і досі.

Немало уваги Сергій Сергійович приділяв шефській роботі, роботі з талановитими школярами. З 1990 р. по 1996 р. він читав спецкурс з математики для учнів Фастівського природничо-математичного ліцею-інтернату. Вів велику популяризаційну і профорієнтаційну роботу, був заступником відповідального редактора науково-популярного журналу «У світі математики», до якого сам підготував чимало статей.

Сергій Сергійович на протязі всієї педагогічної діяльності працював над розвитком науково-технічної творчості студентської молоді, керував роботою студентських наукових гуртків, проблемних груп, підготовкою дипломних робіт. Готував студентів до олімпіад і конкурсів на кращу наукову роботу. Членами гуртка з алгебри, яким керував Сергій Сергійович, було багато сьогоднішніх викладачів університету. Деякий час Сергій Сергійович очолював наукове студентське товариство педагогічного інституту.

Сергій Сергійович активно займався громадською діяльністю, партійною та профспілковою роботою, виконував обов'язки секретаря Київського математичного товариства.

Колективізм і гуманізм — яскраві риси особистості Сергія Сергійовича.

Сергій Сергійович активно розвивав співробітництво між кафедрами і вузами, серед яких Київський Національний університет, Вінницький педінститут та інші. Разом з колегами з інших вузів він підготував ряд методичних посібників, дидактичних матеріалів, методичних розробок для студентів, аспірантів та викладачів. Під його керівництвом в 90–х рр. на замовлення Міністерства освіти були створені навчальні програми з алгебри і теорії чисел, числових систем, алгебри та геометрії, геометрії тощо для фізико-математичних факультетів педагогічних інститутів, ними й досі користуються вузи.

Сергій Сергійович вів широкопланову наукову і організаційну роботу. Це власні наукові дослідження, керівництво держбюджетними і госпдоговорними темами, керівництво роботою аспірантів та інше. Він — автор більше 70 наукових публікацій, однієї монографії. Під його керівництвом підготували і захистили кандидатські дисертації

- Драганюк Сергій,
- Верпатова Наталія,
- Коваленко Володимир,
- Зузук Любов,
- Одінцова Оксана.

Левіщенко Сергій Сергійович відновив діяльність наукового семінару з теорії груп при педагогічному інституті, який раніше працював під керівництвом його вчителем — Сергія Миколайовича Чернікова, але не довго судилось йому функціонувати.

Сергій Сергійович вмів дружити, цінувати друзів і підтримувати їх, завжди був готовий в будь-яку хвилину прийти на допомогу. Володіючи високими людськими чеснотами, невичерпним оптимізмом, глибоким професіоналізмом і почуттям відданості та відданості людям і справі, яким ти служиш, є яскравим взірцем для наслідування молоді. Світла пам'ять про вчителя, колегу, громадянина, друга не згасне в наших серцях.

НПУ імені М.П. Драгоманова

,

ПАМ'ЯТІ ВЧИТЕЛЯ

Требенко Д.Я., Требенко О.О.

Швидко минають дні, минають роки. Ось уже і двадцять років промайнуло, як пішов від нас наш колега, товариш, завідувач кафедри вищої математики, доктор фізико-математичних наук, професор Сергій Сергійович Левіщенко.

Роки притупляють біль втрати, витирають з пам'яті деталі подій, але в пам'яті назавжди залишаться найсвітліші спогади про Велику Людину, з якою нам пощастило спілкуватись, співробітничати, дружити.

„Життя — це терниста стежка з усіяними на ній колючками і вільними місцями. І треба прожити так життя, щоб минути ці перешкоди, прагнути їх позбутися і не сумувати, не впадати в розпач від кожної маленької перешкоди, а позбутися її. І не тільки для себе, а для інших, для всього народу позбуватися цих перешкод, щоб люди могли подумати про тебе як про благородну, чесну і правдиву людину, озватися про тебе «незлим тихим словом» " — ці слова із щоденника 16-річного С. С. Левіщенка були для нього життєвим кредом. Мало хто з дитинства ставить перед собою таку високу ціль: жити для інших, прожити своє життя так, щоб за нього не було соромно. На це здатні лише такі Великі Люди, яким був Сергій Сергійович.

Яким же зберегла Сергія Сергійовича наша пам'ять? У кожного — свій Левіщенко. Мудрий керівник. Гарний організатор. Визначний вчений в галузі алгебри і теорії чисел. Талановитий педагог і чуйний наставник студентської молоді. Вірний, надійний друг. Благородна, чесна людина. Людина високого рівня духовного розвитку.

Уважний, чуйний, доброзичливий, милосердний, готовий до самопожертви заради інших. Тепла його широкої душі вистачало для всіх.

... Ось він — красивий, із великими лагідними сірими очима, пишною сивою зачіскою — йде назустріч коридором фізико-математичного факультету і щиро, майже по-дитячому посміхається. І мимоволі хочеться посміхнутись у відповідь.

Він ніколи не був похмурим, весь час жартував. Життєрадісний, він завжди випромінював світло і любов до людей.

Романтик, закоханий в красу числових закономірностей і формул. Дуже любив красиві доведення. І прагнув передати студентам своє захоплення красою математики, намагався навчити їх бачити цю красу, активно популяризував математичну науку серед студентської і учнівської молоді.

З дитинства він звик не боятись праці і навіть нудну, нецікаву роботу завжди виконував якісно, з любов'ю. Вірив в те, що наполегливою працею можна досягти бажаного результату. Його ніколи не зупиняли невдачі, він вперто і наполегливо прямував до мети.

Надзвичайно вимогливий до себе. Наприкінці кожного місяця він давав собі звіт, підводив підсумки: що зроблено, чого досягнуто. І майже ніколи не був задоволений

собою; весь час йому здавалось, що недостатньо зробив, що можна було більше. Наче якась нестримна сила не давала йому стояти на місці, спонукала йти вперед, до нових нескорених вершин.

Головне, що цінував в людях, — це безкорисливість, людяність і порядність.

Дивовижна простота і відкритість Сергія Сергійовича притягували людей: студентів, колег, усіх, з ким він спілкувався.

Ця простота була йому властива в усьому.

. . . Ось він читає лекцію: легко, невимушено, з натхненням, з великою любов'ю. Найскладніші питання міг пояснити просто і доступно. На його лекціях завжди панувала атмосфера творчого наукового пошуку, присутні ніби ставали співтворцями нових доведень, співвідкривачами нових істин. А ці доведення! Вони завжди вражали красою і простотою.

Він любив студентів, і вони відповідали йому взаємністю. До кожного із них він ставився із справжньою батьківською турботою. Завжди міг дати потрібну пораду. Своєрідною студентською подякою стала вручена йому ними Медаль «За добре серце».

С. С. Левіщенко вчив людяності, порядності, відповідальності, любові до людей, до математики своїм власним прикладом. Його ідеї, думки, починання, прагнення сьогодні продовжують жити в діяннях друзів та учнів. . .

НПУ імені М.П. Драгоманова

,

ВЧЕНИЙ, ПЕДАГОГ, ОСОБИСТІСТЬ

Требенко Д.Я., Требенко О.О.

(Математика в школі. – 2004. – № 9-10. – С.66-67.)

> . . . треба прожити так життя, щоб здолати всі перешкоди, що будуть траплятись. І не тільки для себе, а й для інших, для всього народу, щоб люди могли подумати про тебе, як про благородну, чесну і правдиву людину, озватися про тебе «незлим тихим словом». . .
>
> Із щоденника
> С. С. Левіщенка, 1960 рік

Серед читачів знайдуться ті, хто пам'ятає цю життєрадісну, чуйну, добру людину із великими лагідними сірими очима, пишною сивою зачіскою і щирою, майже дитячою, посмішкою на устах, що заворожувала, запрошувала посміхнутись у відповідь... Сергій Сергійович Левіщенко. Доктор фізико-математичних наук, професор, до останніх днів свого життя завідувач кафедри вищої математики Національного педагогічного університету імені М.П.Драгоманова.

Неможливо без тепла, любові, і водночас болю й туги в серці, згадати цю мудру благородну людину. Минуло вже майже вісім років, як його не стало, та здається, що він поруч, що зараз зайде, усміхнеться і привітається: „Честь праці!" Ці слова були його життєвим девізом.

5 вересня цього року Сергію Сергійовичу виповнилося б 60...

Народився він в селі Зубарі Фастівського району на Київщині. Неважко уявити дитинство сільського хлопця, яке проходило в важкі для всіх післявоєнні роки. З грошима, одежею було скрутно, доводилось доношувати старенькі речі: чоботи із зношеними підошвами, які в дощ промокали, а в мороз не захищали ноги від холоду; жакет, в якому від давності протерлась тканина на ліктях. Цей жакет завдавав малому Сергійкові (як він пізніше з гіркотою згадував) багато клопоту. Соромлячись своєї одежі, він намагався поменше кому потрапляти на очі, а тому в школу майже завжди приходив раніше від усіх, а додому йшов останнім, хоча давалось йому це нелегко.

В Зубарях була тільки неповна середня школа, і тому в старші класи Сергійкові доводилось ходити в школу, що знаходилась в сусідньому селі. Іти було далеченько і незручно. Взимку, коли вода в річці замерзала, можна було ходити навпростець, по льоду. Але коли випадало багато снігу, всі дороги замітало, і хлопець витрачав багато часу на непросту, особливо в сильні морози, дорогу. Тому застуджувався, часто хворів.

Заняття в школі він також змушений був пропускати через те, що помагав батькові, який працював у колгоспі на фермі. Але з дитинства Сергійко звик не боятися праці, і навіть нудну, нецікаву роботу завжди виконував старанно, якісно, з любов'ю. Ця риса була провідною в його характері і збереглась на все життя.

З ранніх років відрізнявся Сергійко надзвичайною добротою, щирим бажанням допомагати людям: рідним і близьким, друзям і навіть тим, з ким не був знайомий. Тому що не допомогти він не міг. З дитинства він ставив перед собою високу ціль: жити не для себе, а для людей.

Сергійко дуже багато читав. Особливо любив книжки про героїв, про людей сильних і відважних. Як і будь-який хлопець в цьому віці, захоплювався пригодницькими романами, які відкривали йому дивовижний світ таємниць і загадок. Наодинці із книжками він проводив більшість свого вільного часу. Але це не заважало йому завжди старанно вчити уроки. Оскільки все, за що брався, він робив дуже ретельно і якісно, то й підготовку до уроків вважав справою відповідальною.

Йому легко давались всі шкільні предмети, але найбільшу схильність він проявляв до точних наук. Фізику, математику вважав своїми найулюбленішими предметами. «Дуже вже люблю алгебру», — пише він у своєму щоденнику. До занять алгеброю ставився з особливою любов'ю. Навіть під час канікул знаходив підручники старих видань і розв'язував, розв'язував задачі з такою наполегливістю, якій міг би позаздрити будь-хто. Якщо розв'язати задачу сьогодні не вдавалось, він ніколи не кидав її, а міг думати над розв'язанням день, другий, третій...

«Вчора пробував розв'язати задачу з алгебри, позавчора – ніяких результатів. Лежачи в постілі, я думав про розв'язок цього хитромудрого прикладу. І ось бажаний результат: зійшлося з відповіддю», – читаємо в щоденнику.

Наскільки це цінна риса: не здаватись при першій же невдачі, а наполегливо прямувати до мети. В шістнадцятирічному віці Сергій пише: «...потрібно не сумувати, не впадати в розпач при першій же перешкоді, а старатися здолати всі перешкоди, що будуть траплятися у житті».

Після закінчення 8-го класу він поступає в Київський топографічний технікум. Сергій пише: «Не маючи коштів, батьки б не змогли мене продержати в ньому навіть місяця. Отже, я вийшов звідти, хоч і набрав на екзаменах 11 балів».

Минали, один за одним, роки. Залишилась за плечима школа, яку Сергій закінчив із золотою медаллю. Влаштувався рядовим будівельником на Кожанському цукровому комбінаті. А потім вирішує поступати на фізико-математичний факультет Київського державного педагогічного інституту імені О.М.Горького на спеціальність

„Фізика". Трапилось так, що вступні іспити в нього приймав, тоді ще молодий викладач, а згодом відомий вчений, математик, ректор інституту, академік Шкіль Микола Іванович. Він одразу ж розгледів неординарні математичні здібності і обдарованість хлопця і запропонував йому перейти на спеціальність „Математика". Пізніше Сергій Сергійович з глибокою теплотою і вдячністю згадував цю доленосну пораду. Чуття не підвело Миколу Івановича: саме в області математики в повній мірі розкрився талант Сергія Сергійовича Левіщенка.

Протягом навчання в інституті він проявив себе як старанний, здібний студент, навчався з величезною наснагою, на відмінно, за що йому було призначено Ленінську стипендію.

Починаючи з II курсу, відвідував студентський науковий гурток з теорії груп, яким керував видатний вчений Сергій Миколайович Черніков.

Після закінчення інституту Сергій за направленням їде працювати вчителем в Миронівську середню школу. Потім поступає в аспірантуру інституту за спеціальністю: „Алгебра і теорія чисел", продовжує займатись теорією груп. Його науковою роботою керує С.М.Черніков.

В аспірантські роки Сергій став ще вимогливішим, ще критичнішим до себе. Після кожного прожитого місяця підводив підсумки, немов би даючи самому собі звіт: що було зроблено протягом цього місяця, чого досягнуто? І потрібно сказати, що він майже завжди був незадоволений собою, своєю роботою. Весь час йому здавалось, що недостатньо багато зробив, що можна було більше. Якась невтримна сила не давала йому стояти на місці, завжди штовхала вперед...

З 1972 року Сергій Сергійович – асистент кафедри алгебри і вищої геометрії КДПІ імені О.М.Горького. Тут розкрились його неабиякі здібності педагога і організатора наукової діяльності студентів. Тривалий час він очолює інститутське студентське наукове товариство.

В грудні 1973 року успішно захищає дисертацію на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук, а в квітні 1979 року йому присвоєне вчене звання доцента. З серпня 1980 по грудень 1981 року Сергій Сергійович працює заступником декана фізико-математичного факультету. В лютому 1986 року його було обрано завідувачем кафедри вищої математики, яку він очолював до останніх днів свого життя.

Вінцем наукової діяльності С.С.Левіщенка став захист ним у 1994 році дисертації на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук. Того ж року йому було присвоєно вчене звання професора.

Він є автором понад 70 наукових праць, підручників та посібників. Всю інформацію про наукову та науково-методичну роботу С.С.Левіщенка вміщено в збірнику [1], присвяченому його світлій пам'яті і підготовленому друзями та учнями.

Лекції Сергія Сергійовича завжди приємно було слухати. Він читав їх легко, невимушено, з натхненням, з величезним інтересом, на високому науково-методичному

рівні, підтримуючи самий тісний зв'язок з аудиторією, залучаючи студентів до творчого пошуку, детально роз'яснюючи більш складні місця. Завжди веселий, з невичерпним почуттям гумору, повний життєвих сил. Вражало те, наскільки красиво він міг подати матеріал. С.С.Левіщенко дуже любив красиві доведення, і, здавалося, намагався навчити інших бачити, розуміти цю красу. На його лекціях завжди панувала доброзичлива, ненапружена атмосфера.

Він любив студентів, і вони відповідали йому взаємністю. Ще довго вони будуть із вдячністю пам'ятати високий професіоналізм свого Учителя. Ніколи не забудуть тактовності, чемності, вихованості, доброти, ввічливості, поваги, доброзичливості й оптимізму Сергія Сергійовича. Він вчив людяності, порядності не словами, а власним прикладом.

Однією з характерних рис Сергія Сергійовича була також простота. І не лише тому, що досить складні питання він вмів легко й просто вирішувати, а й тому, що, будучи доктором наук, професором, залишався простою, чуйною людиною.

Він був також людиною досить раціональною, педантичною. Скрізь любив порядок. Всі його речі лежали на своїх місцях.

У людях С.С.Левіщенко найбільше цінував таку рису, як безкорисливість. Він говорив: „Що людина може зробити безкорисливо, того вона й варта".

Оптимізм Сергія Сергійовича був невичерпним. Навіть у важкі хвилини він підбадьорював інших словами: „Не буває так погано, щоб не могло бути ще гірше". При цьому мимоволі думалось: „Та куди вже гірше?"

Будучи вже важко хворим, блідим, виснаженим, Сергій Сергійович жартував, розповідав анекдоти, щиро усміхався. І неможливо було не визнати сильний дух, велику мужність цієї людини, залізну волю, витримку, бійцівські якості. Бійцем, людиною із палаючим, сповненим любов'ю серцем, він залишався до останніх днів свого життя.

1. Класи груп з обмеженнями для підгруп: Зб.наук. пр. / НАН України. – К: Ін-т математики, 1997. – 128 с.

,

С. С. ЛЕВІЩЕНКО — ТАЛАНОВИТИЙ ВЧЕНИЙ ТА ПЕДАГОГ

Верпатова Н.Ю., Мухіна Г.І.

Левіщенко Сергій Сергійович — доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри вищої математики (в 1986–1996 роках) Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова.

Перед нами щоденники Сергія Сергійовича, які він вів ще змалку — такі невеликі записні книжечки. Там знаходимо багато цікавих записів, які поступово відкривають нам внутрішній світ цієї багатогранної особистості.

Він був людиною на диво акуратною і педантичною і намагався скрупульозно, до дрібниць, все записувати. Чого тут тільки не можна знайти! Він записував все: і події кожного дня, і відомі висловлення, і власні афоризми, смішні віршики і анекдоти, навіть турнірні таблиці футбольних і хокейних матчів. Його цікавили найрізноманітніші сторони людського життя. Він дуже любив життя в усіх його проявах.

Після кожного прожитого місяця він підводив підсумки, немов би звітував собі: що було зроблено протягом цього місяця, чого досягнуто? І, треба сказати, що він часто був незадоволений собою, своєю роботою. Йому здавалось, що він недостатньо багато зробив, що можна було зробити ще більше. Якась невтримна сила не давала йому стояти на місці, завжди рухала вперед, до нових нескорених вершин. Цей нестримний рух вперед і є яскравим показником його високого духовного розвитку.

На сторінках цього щоденника знаходимо кілька афоризмів Сергія Сергійовича. Ось вони: «Вчений не той, хто навчається, а той, хто творить»; «Людина, яку любиш, перетворює своєю присутністю всі звичайні для тебе раніше місця в священні»; «Навіть недоліки любимої людини стають для тебе ореолом неперевершеної красоти»; «Коли ніж тупий, доводиться один раз відміряти і сім разів відрізати».

Цікавими і глибокими є роздуми про знання в цьому щоденнику. Щоправда, не вказано, кому вони належать: «Знание, не способное себя передать — это знание лишь кажущееся, служащее самоудовлетворению того, кто им обольщается. Подлинное знание живо и практично, оно несет в своем существе тенденцию к передаче и распространению. Если знание замыкается, это говорит не о том, что оно чрезмерно глубокомысленно, а о том, что оно недостаточно! Учить для нас — значит всегда учиться. . . »

І тут же записано: «Действительно знать — значит уметь научить ребенка».

Коли читаєш ці слова, то зрозумієш, чому лекції Сергія Сергійовича завжди приємно було відвідувати. Найскладніші речі він міг пояснити так просто і доступно, що вони ставали зрозумілими кожному. Він міг все розкласти «по поличках», проілюструвати прикладами так, що все ставало ясним і нескладним. Його доведення завжди вражали красою і водночас були напрочуд простими. Його приказки та жартівливі порівняння сприяли запам'ятовуванню складного матеріалу.

На його лекціях завжди панувала доброзичлива ненапружена атмосфера. Такою була манера читати лекції і в його вчителя — Сергія Миколайовича Чернікова — талановитого українського вченого-математика, члена-кореспондента АН УРСР, доктора фізико-математичних наук, професора.

«Сергій Миколайович, — пише він в щоденнику, — читає лекції блискуче, надзвичайно м'яко, просто, «по-домашньому» чи що. . . ».

Тому не дивно, що і у Сергія Сергійовича на парах студенти почували себе як вдома, мало хто поглядав на годинник під час його занять.

Всі любили його: і студенти, і викладачі. Його сяюча, майже дитяча посмішка притягувала всіх, запрошувала посміхнутись у відповідь. Його ніхто не бачив похмурим або зажуреним. Навпаки, здавалось, він завжди в гарному настрої, завжди готовий пожартувати, посміятись. Мабуть, це тому, що добрі люди намагаються всім дарувати лише радість, а всі незгоди і невдачі залишають в собі, щоб не засмучувати інших. Його дзвінке та урочисте «Честь праці!» як привітання назавжди залишиться в серцях його колег.

Сергій Сергійович Левіщенко народився 5 вересня 1944 року в селі Зубарі Фастівського району на Київщині. Батьки його були людьми незаможними. Крім нього в сім'ї було ще дві доньки, і хлопець змалку намагався щось десь заробити, щоб допомогти сім'ї.

Неважко собі уявити дитинство сільського хлопця, яке проходило у важкі для всіх повоєнні роки. З грошима, одягом було скрутно, доводилось доношувати старенькі речі: чоботи із зношеними підошвами, які в дощ промокали, а в мороз не захищали ноги від холоду; жакет, в якому від давності протерлася тканина на ліктях. Цей жакет завдавав малому Сергійкові багато клопоту. Соромлячись свого одягу, він намагався поменше кому потрапляти на очі, і тому в школу майже завжди приходив раніше від усіх і пізніше за всіх йшов додому.

В с. Зубарі була тільки неповна середня школа і тому в старші класи Сергійкові доводилося ходити в школу, яка знаходилася в сусідньому селі Кожанка. Іти було далеченько і незручно. Взимку, коли вода в ставку замерзала, можна було ходити навпростець, по льоду. Але коли траплялось, що падало багато снігу, то всі дороги замітало і хлопець витрачав на дорогу десь близько години. Особливо важко доводилось в сильні морози: в приміщенні школи було дуже холодно, учні замерзали. І оскільки тонкий одяг і взуття не зігрівали, то не дивно, що Сергійко часто застужувався і хворів.

Інколи йому доводилося пропускати заняття в школі для того, щоб допомагати батькові, який працював у колгоспі на фермі. І Сергій часто разом з ним порався біля телят. Ось що він пише про це в своєму щоденнику, який вів в шкільні роки: «Телята стоять у недопустимому приміщенні: покрівля впала від давності, стіни теж падають і замість них покладені стіжки з гною, і він дуже неприємно пахне; світла немає. Отож не дивно, що кожен день доводиться мучитись, поки заїдеш по гній або привезти корм. Дуже важкі умови праці. . . ».

Але він з дитинства звик не боятися праці, і навіть нудну, нецікаву роботу завжди виконував якісно, з любов'ю. Ця риса була провідною в його характері, і збереглася протягом всього життя.

З дитинства відрізнявся він надзвичайною добротою, бажанням допомогти людям: близьким і далеким, знайомим і не дуже.

Всі, хто знали Сергія Сергійовича в різні періоди його життя, завжди відмічали в ньому цю дивовижну здатність: забувати про себе заради інших, щире бажання допомогти. Йому було важко відмовити людині, яка просила його допомогти, навіть якщо це йшло всупереч його власним принципам.

Із записів в щоденнику: «Я розв'язав задачу, дав списати Василю. Хоч знаю, що це нечесно, але не можу не дати, трохи жалко його. . . ».

Хтось може сказати: яка дрібниця! Звичайно, але ж саме в дрібницях і проявляється справжній характер людини, її сутність. Так, інколи з роками люди змінюються і, на жаль, не завжди на краще. І як це чудово, якщо людині вдається зберегти з дитинства найкращі свої якості, не розгубити їх і пронести через все життя.

Коли читаєш щоденник, який він писав у 16-річному віці, дивуєшся його майже дорослим поглядам на життя: «. . . Зірвав листки з календаря. Я їх зберігаю. От зірвеш і вже не вернеш цього дня, яким би він не був. Будуть подібні до нього, майже такі, але цього не вернеш. Так і зберуться потроху ці дні, і не вернеш ні цих днів, ні своєї юності чи дитинства, чи навіть всього життя. І треба жити так, щоб хотілось ще прожити такі дні, таке життя. Звичайно, життя не солодке. Людина, яка вже прожила багато років, може сказати: «Життя — це терниста стежка з усіяними на ній колючками і вільними місцями». І треба прожити так життя, щоб минути ці перешкоди, прагнути їх позбутися і не сумувати, не впадати в розпач від кожної маленької перешкоди, а позбутися її. І не тільки для себе, а й для інших, для всього народу позбутися цих перешкод. Щоб люди могли подумати про тебе як про благородну, чесну і правдиву людину, озватися про тебе «незлим тихим словом». . . ».

Погодьтеся, мало хто в такому юному віці замислюється над тим, як потрібно прожити життя. Мало хто з дитинства ставить перед собою таку високу мету: жити не для себе, а для людей, і прожити своє життя так, щоб було за нього не соромно. На це здатні лише такі люди, яким був Сергій Сергійович.

З дитинства він дуже багато читав. Його приваблювали книги про героїв, людей сильних і відважних. Як і будь-який хлопець в цьому віці, він захоплювався пригодницькими романами, які відкривали йому дивовижний світ таємниць і загадок. Наодинці з книжками він проводив більшість свого вільного часу. Але це не заважало йому завжди старанно вчити уроки. Оскільки все, за що він брався, він робив дуже акуратно і якісно, то й підготовку до занять вважав справою відповідальною. З раннього віку в нього виявилися неабиякі здібності, але найбільшу схильність він проявляв до точних наук. Фізику, математику він вважав своїми улюбленими предметами.

«Дуже вже люблю алгебру, — пише він у своєму щоденнику. — Отже, людина любить те, що їй подобається, але цього ще не достатньо. Потрібно, щоб те, що їй

подобається, вдавалося робити. Таке відношення у мене з математикою. Звичайно, для цього потрібна сила волі, якої не вистачає в мене. . . ». Підтвердженням тому, що в нього не вистачає сили волі, він вважав те, що інколи не міг відмовити собі в сильному бажанні погуляти в «хокейчик», який він дуже любив, і в який міг грати дні і ночі безперервно, не шкодуючи власних ніг.

Але доля талановитого вченого-алгебраїста вже чекала на нього, і тому до занять алгеброю він ставився з особливою любов'ю. Навіть під час канікул він знаходив старого видання підручники і все розв'язував, розв'язував, причому з такою наполегливістю, якій міг би позаздрити будь-хто з науковців. Якщо задача не виходила, він ніколи не кидав її, а міг розмірковувати над нею день, другий, третій.

«Вчора пробував розв'язати задачу з алгебри, позавчора — ніяких результатів. Лежачи в постелі, я думав про розв'язок цього хитромудрого прикладу. І ось бажаний результат: зійшлося з відповіддю».

Наскільки це цінна риса: коли людина не здається першій же невдачі, а вперто, наполегливо йде до цілі, долаючи перешкоди. І, мабуть, справжнім вченим неможливо стати, якщо не володієш цією важливою якістю, такою сильною інтелектуальною витримкою і вірою в успіх.

Після закінчення 8-го класу Сергій вирішує вступати до Київського топографічного технікуму. Читаємо в його щоденнику: «Я поступав влітку в Київський топографічний технікум, але. . . Не маючи коштів, батьки б не змогли мене утримувати в ньому навіть місяця. Отже, я вийшов звідти, хоч і набрав на екзаменах 11 балів. Не так просто виявилося забрати документи. Спочатку поїхав батько, але директор технікуму уговорив його не забирати документи. А потім вже поїхав я з твердим наміром без документів не вертатися. Не віддали. Потім почали приходити листи-повідомлення, де наказувалось щойно прибути в технікум. А потім прийшов заказний лист з свідоцтвом та копією метрики і наказом директора про звільнення мене з числа учнів технікуму. . . Так пройшла моя перша спроба «навчання у вищих учбових закладах».

Минали один за одним роки. Залишилася за плечима школа, яку Сергій закінчив з золотою медаллю. Настав час виходити в доросле життя. Юнак починає працювати рядовим будівельником на Кожанському цукровому комбінаті. А потім вирішує вступати на фізико-математичний факультет Київського державного педагогічного інституту імені О. М. Горького за спеціальністю «Фізика». В 1963 році вступні екзамени в нього приймав Микола Іванович Шкіль, який пізніше став ректором цього вузу. Досвідчений педагог відразу зміг розгледіти неабиякі здібності і обдарованість хлопця, і запропонував йому перейти на спеціальність «Математика і програмування». Чуття не підвело Миколу Івановича: саме в області математики повною мірою розкрився талант Сергія Сергійовича Левіщенка.

Протягом навчання в інституті він показав себе старанним, здібним студентом, навчався з великою наснагою, на відмінно, за що йому було призначено Ленінську стипендію.

Починаючи з II курсу він відвідує семінар з теорії груп, який був заснований видатним вченим С. М. Черніковим.

Після закінчення інституту в 1968 році за направленням він поїхав працювати вчителем математики і фізики до Миронівської районної середньої заочної школи. Але наука покликала його. В жовтні 1968 року він вступає до аспірантури КДПІ імені О. М. Горького за спеціальністю «Алгебра і теорія чисел». Сергій Сергійович починає ґрунтовно займатися дослідженням теорії груп. Його науковою роботою керує сам С. М. Черніков.

З 1972 року Сергій Сергійович — асистент кафедри алгебри і вищої геометрії КДПІ імені О. М. Горького. Тут відкрилися його неабиякі здібності педагога і організатора наукової діяльності студентів. Тривалий час він очолював вузівське наукове товариство викладачів і студентів.

30 травня 1973 року С.С. Левіщенко захистив дисертацію на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук зі спеціальності 01.01.06 — алгебра і теорія чисел на тему: «Скінченні групи з нільпотентними підгрупами непримарного індексу». 4 квітня 1979 р. йому присвоєне вчене звання доцента.

З серпня 1980 року по грудень 1981 року він працює заступником декана фізико-математичного факультету. У лютому 1986 року ректорат призначив його завідуючим кафедрою вищої математики, котру він очолював до останніх днів свого життя.

Вінцем наукової діяльності С. С. Левіщенка став захист ним 17 січня 1994 року дисертації на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук на тему: «Групи з деякими системами дисперсивних підгруп». Того ж року йому було присвоєно високе звання професора.

Визначний вчений в галузі алгебри і теорії чисел, автор понад 70 наукових праць, він постійно опікувався майбутнім своїх студентів. Долучаючи їх до наукової роботи, особисто надавав їм необхідну допомогу, керував науковим студентським і аспірантським гуртком з алгебри. В 1994 році він відновив роботу наукового семінару «Групові структури та гіперкомплексний аналіз на них» спільно з Інститутом математики НАН України. Багато його учнів, як в нашій країні, так і за її межами, стали відомими вченими.

С. С. Левіщенко був автором підручників і посібників для студентів, якими будуть користуватися ще довгі роки. Його ім'я пов'язане з активною популяризацією математики. Вагомий вклад в цю науку він вніс як редактор журналу «У світі математики», вчений секретар Київського математичного товариства.

Але невблаганна смерть забрала від нас цю людину у самому розквіті його таланту і творчих дерзань. Сергію Сергійовичу виповнилося тільки но 52. Пішов він від нас після тяжкої тривалої хвороби, залишивши сім'ю, доньку Машеньку, яку любив понад усе на світі.

Ця втрата важким тягарем лягла на серця його рідних і друзів, всіх, хто знав і любив Сергія Сергійовича.

Із спогадів рідних, близьких, друзів, колег, земляків ми чуємо багато теплих щирих слів. Однокласники згадують Сергія Сергійовича не лише як здібного учня, а й як найдопитливішого, якого побоювалися деякі вчителі.

Сергій Сергійович був талановитим вченим, який багато зробив для розвитку національної науки. На лекціях він намагався давати максимальну кількість інформації, часто створював проблемні ситуації. Сам він був людиною творчою і неординарною і в студентів намагався розвинути не репродуктивний, а творчий підхід до задач. Найбільше вирізняла його від інших людей оригінальність мислення.

Сергій Сергійович завжди відрізнявся доброзичливістю та безкорисливістю. Він міг красиво подати матеріал, дуже любив красиві доведення. Сергій Сергійович намагався виховувати любов до людей, любов до математики.

Провідною рисою в його характері було бажання допомагати людям, навіть тим, кого ледве знав.

Сергій Сергійович любив працювати. Будь-яку роботу він виконував дуже якісно, відірвати його від роботи було майже неможливо.

Він був дуже раціональною, педантичною людиною, в усьому любив порядок. Скрізь, і на роботі, і вдома, у нього всі речі завжди лежали на своїх місцях, і «навіть в гаражі окремі види шурупчиків лежали в окремих коробочках».

Сергій Сергійович був дуже порядною людиною, ні за яких обставин не вживав «брудних» слів. Взагалі він майже ніколи не виходив з себе, не зривався, не кричав. Він був талановитим вченим, високо професіональним викладачем, людиною широкої душі і доброго серця. Головними його рисами були людяність, порядність, доброзичливість.

Товариші Сергія Сергійовича між собою називали його «граф». Але, не зважаючи на таке високе аристократичне прізвисько, він був людиною надзвичайно простою. Це ще раз підтверджує відомий факт, що чим вища людина в своєму розвитку, тим простішою вона буде.

Скрізь, де бував Сергій Сергійович, він намагався нести людям радість, бути прикладом. Це була людина з невичерпним гумором, завжди веселий, повний життєвих сил, який навіть перед страшною хворобою не зламався. І в останні дні свого життя був вже блідий, виснажений, але все з тією ж сяючою посмішкою, з тим же незламним бажанням жити.

Сергій Сергійович завжди буде для нас прикладом. Дуже мало на світі таких чудових людей, і просто пощастило тим, хто знав його, був з ним знайомий. І пам'ять про цю світлу людину ми збережемо в наших серцях назавжди.

Багато прекрасних слів було сказано про Сергія Сергійовича. В серці кожного він займав окремий куточок, і тому такою гіркою виявилася ця несподівана втрата.

І не дивлячись на те, що Сергій Сергійович так рано пішов від нас, він ще довго буде жити в нашій пам'яті, в наших серцях як людина, життя якої може бути справжнім прикладом для кожного з нас.

Коло наукових інтересів С. С. Левіщенка відноситься до теорії груп. Значна частина його досліджень опублікована в його монографії «Конечные группы с системами дисперсивных подгрупп» [33]. Ця книга, на жаль, побачила світ після його смерті. Основна частина його досліджень присвячена опису груп з обмеженнями для підгруп.

Перші результати присвячені дослідженню скінченних груп з обмеженнями для підгруп певного індексу. Там розглядалися підгрупи примарного та непримарного індексу, а обмеженнями були: циклічність, абелевість, нільпотентність їх підгруп.

Питаннями такого роду займалися також О. В. Сидоров, В. С. Монахов, П. П. Баришовець, М. О. Островерхий, Л. І. Зузук.

Наступні результати дослідження були пов'язані з обмеженнями на підгрупи певної максимальності. Основою цих досліджень є результати опису скінченних мінімальних недисперсивних груп [13].

З використанням цих результатів одержано опис скінченних груп, у яких максимальні та 2-максимальні підгрупи дисперсивні чи дисперсивні за Ope [14], [16].

Значні результати одержані при обмеженні надрозв'язності для максимальних та 2-максимальних підгруп [17], [18].

В роботах Левіщенка С. С. подані результати опису скінченних груп, у яких 2-максимальні підгрупи надрозв'язні. Це є розв'язком відомої проблеми Л. О. Шеметкова, в якому виділено 34 типи груп такого роду. Скінченні групи, в яких надрозв'язні всі пігрупи непримарного індексу, вивчав В. С. Монахов.

Значний доробок складають результати опису груп з обмеженнями метациклачності для підгруп. Завершено опис скінченних мінімальних неметациклічних груп [19].

Вивчення скінченних груп з 2-максимальними метациклічними підгрупами започатковано в роботі [22]. Вивченням скінченних груп з метациклічними підгрупами непримарного індексу займалася Л. І. Зузук.

Наведені результати відносяться лише до скінченних груп. Але С. С. Левіщенко мав значний круг досліджень, присвячений також і нескінченним групам. Серед обмежень у цих групах використовується поняття нормальності підгрупи та його узагальнень [10], [21], [23], [24].

Багато досліджень присвячено знаходженню нових властивостей груп, що задовольняють певні умови. Серед таких умов є ті, що забезпечують розщіплюваність, шмідтовість, нільпотентність, дедекіндовість груп та ін. [25], [26], [28]. Серед інших умов можна виділити обмеження локальної метациклічності для певних підгруп.

Ім'я С. С. Левіщенка пов'язане з активною популяризацією математики, зокрема алгебри [38], [39], [41], [42], [43], [44], [45], [46], [47]. Він був заступником відповідального редактора науково-популярного журналу «У світі математики». З 1990 р. по 1996 р. він читав спецкурс з математики для учнів Фастівського природничо-математичного ліцею-інтернату.

Багато доповідей він зробив на різних міжнародних, державних, вузівських симпозіумах і конференціях. Серед таких конференцій можна назвати: Міжнародні конференції з алгебри (1992, 1993, 1995 рр.), Всесоюзні алгебраїчні конференції (1979, 1981, 1985, 1987 рр.).

Сергій Сергійович Левіщенко залишив також значний доробок у науково-педагогічній діяльності [49], [50], [51], [52], [53], [54].

Ним опубліковані різні навчальні посібники та методичні розробки для аспірантів та студентів, якими будуть користуватися ще довгі роки [14], [15], [16], [17], [19], [26].

Під його керівництвом підготували і захистили кандидатські дисертації: Драганюк Сергій, Верпатова Наталія, Коваленко Володимир, Зузук Любов.

Левіщенко С. С. був не лише видатним науковцем і вченим, але ще й великим педагогом та методистом. Всі його навчальні посібники написані на високому і дуже доступному рівні, в них розглянуто дуже багато прикладів.

Найвагоміші доробки С. С. Левіщенко залишив у викладацькій діяльності. Багато сотень його студентів ще довго будуть з вдячністю пам'ятати високий професіоналізм свого Учителя. Вони також ніколи не забудуть тактовності, чемності, вихованості, доброти, ввічливості, поваги, доброзичливості й оптимізму Сергія Сергійовича. Серед них багато студентів Кошицького університету (Словакія) та вищого педагогічного інституту м. Санта Клара (Куба).

Сергій Сергійович активно розвивав співробітництво кафедри вищої математики НПУ імені М. П. Драгоманова з математичними кафедрами Київського Національного університету імені Тараса Шевченка, Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського, Сумського державного педагогічного університету імені А. С. Макаренка, Чернігівського національного педагогічного університету імені Т. Г. Шевченка, Східноєвропейського національного університету імені Лесі Українки (м. Луцьк), Ужгородського національного університету, Херсонського державного університету та ін. Під його керівництвом в 90-х рр. на замовлення Міністерства освіти були створені навчальні програми для фізико-математичних факультетів педагогічних інститутів, ними й досі користуються вузи.

Основні публікації Левіщенка С. С.

[1] Левіщенко С.С. Скінченні нільпотентні групи з деякими заданими системами нільпотентних підгруп // Доповіді АН СРСР. Сер.А.— 1974.— №1.— С.35-37.

[2] Кузенный Н.Ф., Левищенко С.С. Конечные разрешимые минимальные недисперсивные группы // Укр. мат. журн.— 1975.— 27, № 4.—— С.526-528.

[3] Левищенко С.С. Конечные группы с нильпотентными подгруппами непримарного индекса // Некоторые вопросы теории групп.— К.: Ин-т математики АН УССР, 1975.— С.197-217.

[4] Кузенный Н.Ф., Левищенко С.С. Разрешимые недисперсивные группы с конечными силовскими подгруппами, порядки которых делятся не более чем на куб простого числа // Укр. мат. журн. — 1975.— 27, № 3.—— С.329-336.

[5] Левищенко С.С. Конечные квазибипримарные группы // Группы определяемые свойствами системы подгрупп.— К.: Ин-т математики АН УССР, 1979.— С.83-97.

[6] Левищенко С.С., Кузенный Н.Ф. Конечные недисперсивные группы, в которых любая подгруппа непримарного индекса нильпотентна либо является группой Шмидта // Конструктивное описание групп с заданными свойствами подрупп. — К.: Ин-т математики АН УССР, 1980. — С. 117-132.

[7] Левищенко С.С., Кузенный Н.Ф. Конечные бипримарные дисперсивные группы, в которых всякая подгруппа непримарного индекса нильпотентна либо является группой Шмидта // Исследование групп с заданными свойствами системы подгрупп.— К.: Ин-т математики АН УССР, 1981. С.93-104.

[8] Левищенко С.С., Кузенный Н.Ф. Конечные дисперсивные небипримарные группы, всякая ненильпотентная подгруппа непримарного индекса которых является группой Шмидта // Подгрупповая характеризация групп.— К.: Ин-т математики АН УССР, 1982.— С.74-84.

[9] Кузенный Н.Ф., Левищенко С.С. Строение конечных минимальных недисперсивных групп // Группы и системы их подгрупп.— К.: Ин-т математики АН УССР, 1983.— С.56-66.
[10] Левищенко С.С., Семко Н.Н., Курдаченко Н.А. О группах с бесконечными почти нормальными подгруппами // Известия вузов. Математика.— 1983.— № 10(257).— С.57-63.
[11] S.S.Leviscenko, N.F.Kuzennyj. "Struktura skupin automorfizmov nicktorych cyklickych skupin".— Zbornik Pedagogickej fakulty Presov. Univerzity P.J.Safarika. Kosiciach, Roc XX, Zvazok 1, Prirodne vedy. Bratislava, 1983.— P. 385-392.
[12] S.S.Leviscenko. "O primarnych prirodzenych cislach a primarnych cislachdvojcatach".— Zbornik Pedagogickej fakulty Presov. Univerzity P.J.Safarika. Kosiciach, Roc XX, Zvazok 1, Prirodne vedy, Bratislava, 1983.— P. 377-383.
[13] Кузенный Н.Ф., Левищенко С.С. Об одном классе конечных минимальных недисперсивных групп // Строение групп и их подгрупповая характеризация.— К.: Ин-т математики АН УССР, 1984.— С.66-73.
[14] Левищенко С.С., Кузенный Н.Ф. Группы с условиями дисперсивности для подгрупп.— К.: КГПИ, 1985.— 96 с.
[15] Левищенко С.С., Кузенный Н.Ф. Конструктивное описание конечных минимальных несверхразрешимых групп. — К.: КГПИ, 1986.— 19 с.
[16] Левищенко С.С., Кузенный Н.Ф. Конечные группы с условиями дисперсивности по Ope для 2-максимальных подгрупп. К.: КГПИ.— 15 с.
[17] Левищенко С.С., Кузенный Н.Ф. Конструктивное описание конечных групп, у которых все 2-максимальные подгруппы сверхразрешимы.— К.: КГПИ, 1986.— 42 с.
[18] Левищенко С.С., Кузенный Н.Ф. Конечные группы со сверхразрешимыми 2-максимальными подгруппами // Строение групп и свойства их подгрупп. — К.: Ин-т математики АН УССР, 1986.— С.63-73.
[19] Левищенко С.С., Кузенный Н.Ф., Семко Н.Н. Конструктивное описание конечных минимальных неметациклических групп.— К.: КГПИ, 1987.— 41 с.
[20] Левищенко С.С., Кузенный Н.Ф. Конструктивное описание конечных минимальных несверхразрешимых групп // Вопросы алгебры.— Минск: Университетское, 1987.— № 3.— С.56-63.
[21] Кузенный Н.Ф., Левищенко С.С., Семко Н.Н. О группах с инвариантными бесконечными неабелевыми подгруппами // Укр. мат. журн., 1988.— 40, №3.— С.314-321.
[22] Левищенко С.С., Семко Н.Н. Конструктивное описание конечных несверхразрешимых групп, у которых все 2-максимальные подгруппы метациклические // Исследование групп с ограничениями для подгрупп.— К.: Ин-т математики АН УССР, 1988.— С.42-51.
[23] Кузенный Н.Ф., Левищенко С.С., Семко Н.Н. Группы с инвариантными бесконечными неабелевыми подгруппами // Методы исследований алгебраических и топологических структур.— К.: КГПИ, 1989.— С.37-45.
[24] Курдаченко Л.А., Левищенко С.С. Группы с плотной системой бесконечных субнормальных подгрупп // Методы исследований алгебраических и топологических структур.— К.: КГПИ, 1989.— С.62-69.
[25] Кузенный Н.Ф., Левищенко С.С. К вопросу о расщепляемости групп // Комплексный анализ, алгебра и топология. — Киев: Ин-т математики АН УССР, 1990. — С.62-68.
[26] Кузенный Н.Ф., Левищенко С.С. О расщепляемости групп. — Киев: КГПИ, 1990. — 19с.
[27] Кузенный Н.Ф., Левищенко С.С. Конечные группы Шмидта и их обобщения // Укр.мат.журн., 1991.— 43, № 7, 8.— С.963-968.
[28] Кузенный Н.Ф., Левищенко С.С. Одно обобщение дедекиндовых групп. // Дифференциально-функциональные уравнения. —К.: КГПИ, 1991.—С.41-45.
[29] Левищенко С.С., Кузенный Н.Ф., Семко Н.Н., Томанек Л. Строение конечных минимальных неметагамильтоновых групп // Zbornik Pedagogickej fakulty v Presove Univerzity P.J.Safarika v Kosiciach. Roc. XXIV. Zvazok 1. Prirodne vedy matematika. — Kosice, 1990. — S. 49-97.

[30] Левищенко С.С., Кузенный Н.Ф., Томанек Л. Строение конечных групп, у которых все 2-максимальные подгруппы сверхразрешимы // Zbornik Pedagogickej fakulty v Presove Univerzity P.J.Safarika v Kosiciach. Roc. XXIV. Zvazok 1. Prirodne vedy matematika. — Kosice, 1990. — S. 125-159.

[31] Левищенко С.С., Черников С.Н. Конструктивное описание конечных недисперсивных групп, в которых все подгруппы непримарного индекса абелевы // Укр.мат.журн., 1992.— 44.— № 6.— С. 818-822.

[32] Кузенний М.Ф., Левіщенко С.С., Семко М.М. Конструктивний опис будови скінченних примарних груп з метациклічними 2-максимальними підгрупами// Тези IV Міжнародної наукової конференції ім.. акад. М. Кравчука, Київ, 11-12 травня 1995 р. – Київ, 1995.– С. 149.

[33] Левищенко С.С., Кузенний Н.Ф. Конечные группы с системами дисперсивных подгрупп. — Киев: Ин-т математики НАН Украины, 1997. — 230с.

[34] Левіщенко С.С. Про деякі питання контролю і самоконтролю в самостійній роботі студентів молодших курсів // Проблеми удосконалення навчального процесу в педагогічному вузі.— К., 1975.— С.147-148.

[35] Левіщенко С.С., Конфорович А.Г. Завало С.Т., Костарчук В.М., Хацет Б.І. Алгебра і теорія чисел // Журн. "Радянська школа".— № 10(601).— 1979.— С.91-92.

[36] Левищенко С.С., Лященко Н.Я., Коршак Е.В. Варианты вступительных экзаменов в вузы в 1980 году. Киевский государственный педагогический институт имени А.М.Горького. Математика. Физика // Журн. "Квант".— № 6.— 1981.— С.52-53.

[37] Левищенко С.С., Слепкань З.И. Киевский государственный педагогический институт имени А.М.Горького. Математика // Журн. "Квант 1982.— № 6.— С.45.

[38] Левіщенко С.С. Про примарні натуральні числа // У світі математики. — Вип.12.— К.: Рад школа, 1981.— С.105-111.

[39] Левіщенко С.С., Кузенний М.Ф. Що таке групи? // У світі математики.— Вип.13.— К.: Рад. школа, 1982.— С.47-56.

[40] Левіщенко С.С., Лященко М.Я. Про вступні екзамени з математики до Київського державного педагогічного інституту імені О.М.Горького // У світі математики.—Вип.13.— К.: Рад. школа, 1982.— С.140-156.

[41] Левіщенко С.С. Удосконалення методу знаходження раціональних коренів многочленів // У світі математики.— Вип.14.— К.: Рад. школа, 1983.— С.70-75.

[42] Левіщенко С.С., Григоренко В.К. Обгрунтування методу доведення від супротивного // У світі математики.— Вип.15.— К.: Рад. школа, 1984.— С.131-141.

[43] Левіщенко С.С., Григоренко В.К. Застосування обернених функцій до обчислення інтегралів // У світі математики.— Вип.16.— К.: Рад. школа, 1985.— С.211-219.

[44] Григоренко В.К., Левіщенко С.С. Про деякі застосування похідної // У світі математики.— Вип.17.— К.: Рад.школа, 1986.— С.113-121.

[45] Григоренко В.К., Левіщенко С.С. Раціональне чи ірраціональне? // У світі математики.— Вип. 18.— К.: Рад. школа, 1987.— С.92-105.

[46] Левіщенко С.С., Субботін І.Я., Якір М.С. Елементарні наслідки з теореми Діріхле // У світі математики. — Вип.19.— К.: Рад.школа 1990. — С. 114-119.

[47] Левіщенко С.С., Хільченко М.Е., Якір М.С. Графічний підхід до розв'язування рівнянь // У світі математики. — Вип. 20. — Київ: Рад. школа, 1991. — С. 118-128.

[48] Левіщенко С.С., Требенко Д.Я. Деякі особливості перевірки розв'язків тригонометричних рівнянь // Вибрані питання математики. Метод. вказівки для учнів 9 пед.класів.— К.: КДПІ ім. Горького, 1989.— С.3-8.

[49] Завало С.Т., Левіщенко С.С., Пилаєв В.В., Рокицький І.О. Алгебра і теорія чисел. Практикум: В 2-х ч.— К.: Вища школа, 1983. — Ч.1.— 232 с.

[50] Завало С.Т., Левіщенко С.С., Пилаєв В.В., Рокицький І.О. Алгебра і теорія чисел. Практикум: В 2-х ч.— К.: Вища школа, 1986. — Ч.2.— 264 с.

[51] Вивальнюк Л.М., Григоренко В.К., Левіщенко С.С. Числові системи.— К.: Вища школа, 1988.— 272 с.

[52] Левищенко С.С. и др. Математика, методические указания для поступающих.— К.: КГПИ им.А.М.Горького, 1988.— 52 с.

[53] Ткаченко Н.В., Левіщенко С.С., Можарівська Л.С. Алгебра і теорія чисел. Методичні рекомендації до державного екзамену з математики студентам спеціальностей "математика"і "математика і фізика". — Київ: КДПІ, 1991. — 26 с.

[54] Левіщенко С.С., Требенко Д.Я., Верпатова Н.Ю. Примірні варіанти самостійних і контрольних робіт з курсу алгебри і теорії чисел для студентів фізико-математичних факультетів.— Частина 1.— К.: УДПУ, 1994.— 31 с.

НПУ імені М.П. Драгоманова

, ,

FUNCTIONS PRESERVING DIGIT OF E-REPRESENTATION OF NUMBERS

OLEKSANDR BARANOVSKYI, YURI KONDRATIEV, AND MYKOLA PRATSIOVYTYI

Functions with complicated local structure are interesting and important objects of modern mathematics. They have rich sets of peculiarities and fractal properties. Continuous and everywhere disconnected functions, monotonic and nowhere monotonic functions, absolutely continuous and singularly continuous functions, differentiable and nowhere differentiable functions are among them (see, e.g., [1, 2]).

It is interesting to know where these functions are occur in the nature, how we can study such functions and how we can use them in mathematics, natural sciences and engineering.

Now various systems of representation (encoding) of real numbers are used for construction of locally complicated functions. Systems with traditional and non-traditional, constant and variable, finite and infinite alphabet are among them (see, e.g., [2–7]). We consider the so-called E-representation of numbers [5, 8].

For any number $x \in (0, 1]$ there exists a unique sequence (g_n) of non-negative integers such that

$$x = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2+g_1)(2+g_1+g_2)\dots(2+g_1+g_2+\dots+g_n)} \equiv \tag{1}$$

$$\equiv \Delta^E_{g_1 g_2 \dots g_n \dots}, \tag{2}$$

The series (1) is called *E-expansion*, symbolic notation (2) is called *E-representation* of number x, and $g_n = g_n(x)$ is nth symbol (digit) of this representation.

In the paper [9], we construct a class of functions such that their invariant is a fixed digit d of E-representation of numbers if nth digit of E-representation of value of function depends on n first digits of E-representation of argument.

Let d be a fixed non-negative integer. Consider real function $f\colon (0, 1] \to (0, 1]$ such that

$$f(\Delta^E_{a_1 a_2 \dots a_n \dots}) = \Delta^E_{\varphi_1(a_1)\varphi_2(a_1,a_2)\dots\varphi_n(a_1,a_2,\dots,a_n)\dots}, \tag{3}$$

where $\varphi_n(a_1, a_2, \dots, a_n)$ is a function taking non-negative integer values, and for any positive integer n

$$\varphi_n(a_1, a_2, \dots, a_n) = d \quad \text{if and only if} \quad a_n = d. \tag{4}$$

We shall say that function f *preserves digit* d of E-representation of numbers if it satisfies conditions (3) and (4). Let $P(d)$ be a class of all such functions.

An identity function $f(x) = x$ is a simplest continuous function belonging to set $P(d)$. Let $P_c(d)$ be a class of all continuous functions of $P(d)$.

This research was partially supported by FP7-PEOPLE-IRSES program, grant no. PIRSES-GA-2013-612669.

We are interested in the following questions:

(1) What is the massiveness of the set $P(d)$?
(2) What is the cardinality of the set $P_c(d)$?
(3) What are the properties of any representative of $P_c(d)$?

Theorem 1. *The set $P(d)$ of all functions f defined on the half-interval $(0, 1]$ and preserving digit d of E-representation of numbers has cardinality of the continuum.*

Theorem 2. *If f is a continuous function preserving digit d of E-representation of numbers, then $f(x) = x$.*

Discussed results we can easy transfer to other systems of representation of numbers with infinite alphabet such as q_0^∞-representation, Q_∞-representation, Q_∞^*-representation, representation of numbers by positive Lüroth and Sylvester series, etc. This fact draws a fundamental distinction between systems of encoding of numbers with infinite alphabet and systems with finite alphabet.

References

[1] Працьовитий М. В. Ніде не монотонні сингулярні функції // Наук. часоп. Нац. пед. ун-ту ім. М. П. Драгоманова. Сер. 1. Фіз.-мат. науки. — 2011. — № 12. — С. 24–36.

[2] Pratsiovytyi M. V., Vasylenko N. A. Fractal properties of functions defined in terms of Q-representation // Int. J. Math. Anal. (Ruse). — 2013. — Vol. 7, no. 64. — P. 3155–3167.

[3] Працьовитий М. В. Фрактальний підхід у дослідженнях сингулярних розподілів. — Київ : Вид-во НПУ ім. М. П. Драгоманова, 1998. — 296 с.

[4] Барановський О. М., Працьовитий М. В., Торбін Г. М. Ряди Остроградського–Серпінського–Пірса та їхні застосування. — Київ : Наук. думка, 2013. — 288 с. — (Проект «Наукова книга»).

[5] Працьовитий М. В., Гетьман Б. І. Ряди Енгеля та їх застосування // Наук. часоп. Нац. пед. ун-ту ім. М. П. Драгоманова. Сер. 1. Фіз.-мат. науки. — 2006. — № 7. — С. 105–116.

[6] Zhykharyeva Yu. I., Pratsiovytyi M. V. Expansions of numbers in positive Lüroth series and their applications to metric, probabilistic and fractal theories of numbers // Algebra Discrete Math. — 2012. — Vol. 14, no. 1. — P. 145–160.

[7] Pratsiovytyi M. V., Khvorostina Yu. Topological and metric properties of distributions of random variables represented by the alternating Lüroth series with independent elements // Random Oper. Stoch. Equ. — 2013. — Vol. 21, no. 4. — P. 385–401.

[8] Engel F. Entwicklung der Zahlen nach Stammbrüchen // Verh. d. 52. Versamml. dtsch. Philologen u. Schulmänner Marburg 1913. — Leipzig : Teubner, 1914. — S. 190–191.

[9] Baranovskyi O., Kondratiev Yu., Pratsiovytyi M. Functions and transformations preserving fixed digit of E-representation of numbers. — Manuscript in preparation, 2016.

Institute of Mathematics, National Academy of Sciences of Ukraine
E-mail address: baranovskyi@imath.kiev.ua

Universität Bielefeld, Germany
E-mail address: kondrat@math.uni-bielefeld.de

National Pedagogical Mykhailo Drahomanov University, Institute of Mathematics, National Academy of Sciences of Ukraine
E-mail address: prats4444@gmail.com

, ,

АПРОКСИМАЦІЙНІ МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ НЕЛІНІЙНИХ ІНЖЕНЕРНИХ ЗАДАЧ ЕКОЛОГІЇ

Біленко В.І.[1], Божонок К.В.[2], Стеля О.Б.[3]

Розроблено та обґрунтовано інтегро-апроксимаційний алгоритм аналізу і обробки експерементальних даних в задачах моделювання нелінійних динамічних систем. Основна увага приділяється побудові обчислювальних методів, що володіють такими властивостями, як ненасичувальність (методи без насичення точності) та оптимальність в сенсах точності, швидкодії та стиснення інформації. Математичними моделями для побудови взято нелінійні інтегральні, диференціальні та інтегро-диференціальні рівняння з кусково-степеневими нелінійностями.

Алгоритм розв'язання інженерних задач ґрунтується на апроксимаційному методі В.К. Дзядика розв'язування лінійних диференціальних та інтегральних рівнянь та узагальнює цей метод на рівняння математичної фізики із вказаними нелінійностями. Побудовано та обґрунтовано спеціальні ітераційні методи, адаптовані до вказаних моделей.

Актуальність теми роботи обумовлена зростаючими вимогами до математичного моделювання різноманітних динамічних процесів і систем.

Запропонований алгоритм апробовано на прикладі початково-крайової задачі для двомірного рівняння параболічного типу в області $(x,t) \in Q_T$

$$\frac{\partial\theta(x,t,u)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_1}\left(k_1(x,u)\frac{\partial\theta}{\partial x_1}\right) + \frac{\partial}{\partial x_2}\left(k_2(x,u)\frac{\partial\theta}{\partial x_2}\right) + f(x,t,u),$$

де $k_i(x,u)$ $(i=1,2)$, $f(x,t,u)$ — відомі кусково-степеневі функції.

На основі запропонованого обчислювального алгоритму проведено аналіз моделей забруднення ґрунтових вод в складних гідрогеологічних умовах. Доведені теореми про існування розв'язків відповідних задач на основі запропонованого алгоритму у рівномірній квадратичній та соболєвській метриках. Одержані оцінки похибок розв'язків в рівномірній і квадратичній метриках. Розглянуто математичне та програмне забезпечення для моделювання нестаціонарного потоку грунтових вод в плані. Проведені обчислювальні експерименти на тестових задачах, які добре проілюстрували теоретично прогнозовані властивості ненасичуваності та оптимальності в сенсі найкращих наближень побудованого алгоритму. Дослідження були застосовані для побудови реальних математичних моделей забруднення ґрунтових вод в складних гідрогеологічних умовах акваторії Дніпровського басейну.

[1–2] Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова, [3] Київський національний університет імені Тараса Шевченка

E-mail address: katboz2014@gmail.com

ОДИН СПОСІБ ДОВЕДЕННЯ «ВАЖЛИВИХ ГРАНИЦЬ» В КОМПЛЕКСНОМУ АНАЛІЗІ

Білоцький М.М.

В математичному аналізі функцій однієї дійсної змінної доведення «важливих границь»

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1,\ \ \lim_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}=e,\ \ x\in R$$

суттєво використовується відношення лінійного порядку на множини дійсних чисел. На множині комплексних чисел аналогічне відношення порядку неможливе. Тому в комплексному аналізі потрібні інші способи доведення.

Нехай $f(z)=\sum\limits_{n=0}^{\infty}a_nz^n\ \forall z\in\{z\in C:|z|<r\}$. Пропонується теоретичне обґрунтування способу знаходження «важливих границь» типу

$$\lim_{z\to 0}\frac{f(z)-\sum\limits_{n=0}^{m-1}a_nz^n}{a_mz^m}=1,\quad \text{якщо } a_m\neq 0\quad \text{для деякого } m\in N\cup\{0\}$$

у випадку функцій комплексної змінної. Маємо:

1. Якщо $a_m\neq 0$ для деякого $m\in N\cup\{0\}$, то $\forall z\in\{\in C:0<|z|<r\}$,

$$(a_mz^m)^{-1}\left(f(z)-\sum^{m-1}n=0a_nz^n\right)=(a_mz^m)^{-1}\left(\sum_{n=0}^{\infty}a_nz^n-\sum_{n=0}^{m-1}a_nz^n\right)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{a_{n+m}}{a_m}z^n=\varphi(z),$$

де $\forall z\in\{z\in C:|z|<\delta\le r\}$ ряд $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{a_{n+m}}{a_m}z^n=\varphi(z)$ збігається, а сума $\varphi(z)$ неперервна в точці $z=0$, тобто $\lim\limits_{z\to 0}\varphi(z)=\varphi(0)=1$;

2. Очевидно, що $\forall z\in\{z\in C:0<|z|<\delta\le r\}:\ \dfrac{f(z)-\sum\limits_{n=0}^{m-1}a_nz^n}{a_mz^m}=\varphi(z)$;

3. $\exists\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(z)-\sum\limits_{n=0}^{m-1}a_nz^n}{a_mz^m}=\lim\limits_{z\to 0}\varphi(z)=\varphi(0)=1$. В такий спосіб можна довести у випадку комплексної змінної наступні рівності:

$$\lim_{z\to 0}\frac{\exp z-1}{z}=1,\ \ \lim_{z\to 0}\frac{\sin z}{z}=1,\ \ \lim_{z\to 0}\cos z-10,5z^2=1.$$

Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова

,

КАНТОРІВСЬКА СИСТЕМА ЧИСЛЕННЯ З ОСНОВОЮ 2, ПОВ'ЯЗАНА З КЛАСИЧНОЮ ПОСЛІДОВНІСТЮ ФІБОНАЧЧІ

Бондаренко О.І., Працьовитий М.В.

Розглядається представлення чисел $x \in [0;1]$ рядами Кантора

$$x = \frac{\alpha_1}{s_1} + \frac{\alpha_2}{s_1 \cdot s_2} + \cdots + \frac{\alpha_n}{s_1 \cdot s_2 \ldots s_n} + \ldots \equiv \triangle^{(s_n)}_{\alpha_1\alpha_2\ldots\alpha_n\ldots}, \tag{1}$$

яке визначаєтья класичною послідовністю Фібоначчі:

$$\varphi_1 = 1, \varphi_2 = 1, \ldots, \varphi_{n+2} = \varphi_n + \varphi_{n+1}, n \in N,$$

а саме: $s_n = 2^{\varphi_n}$,

$$x = \frac{u_1}{2^1} + \frac{u_2}{2^1 \cdot 2^1} + \frac{u_3}{2^2 \cdot 2^2} + \frac{u_4}{2^4 \cdot 2^3} + \cdots + \frac{u_n}{2^{\varphi_{n+1}-1} \cdot 2^{\varphi}_n} + \cdots = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{u_n}{s^{\varphi_{n+2}-1}} \equiv \triangle_{u_1u_2\ldots\ u_n\ldots},$$

де $u_n \in \{0, 1, \ldots, \varphi_n - 1\} \equiv A_n$. Формальний запис $\triangle_{u_1u_2\ldots\ u_n\ldots}$ ряду (1) і його суми числа x називатимемо їх $\triangle$-зображенням.

Геометрія зображення чисел (позиційна та метрична) в значній мірі визначається властивостями циліндрів та хвостових множин. Нагадаємо, що циліндром рангу m з основою $c_1c_2\ldots c_m$, що відповідає даному зображенню чисел, називається множина

$$\triangle_{c_1c_2\ldots c_m} \equiv \{x : x = \triangle_{c_1c_2\ldots c_m u_{m+1}u_{m+2}\ldots}, u_{m+j} \in A_{m+j}\},$$

що є відрізком $[a;b]$ з кінцями

$$a = \sum_{i=1}^{m} \frac{c_i}{2^{\varphi_{i+1}-1}}, \quad b = a + \frac{1}{2^{\varphi_{n+1}-1}}.$$

Ключовим поняттям метричної теорії $\triangle$-зображення є основне метричне відношення

$$\frac{|\ \triangle_{c_1c_2\ldots c_mc}\ |}{|\ \triangle_{c_1c_2\ldots c_m}\ |} = \frac{1}{s_1s_2\ldots s_m} = \frac{1}{2^{\varphi_1} \cdot 2^{\varphi_2} \cdot \ldots \cdot 2^{\varphi_m}} = \frac{1}{2^{\varphi_1+\varphi_2+\cdots+\varphi_m}} = \frac{1}{2^{\varphi_{m+2}-1}}.$$

У доповіді пропонуються результати дослідження фрактальних властивостей множин, функцій, операторів, перетворень простору динамічних систем і ймовірнісних мір, пов'язаних з даним $\triangle$-зображенням чисел відрізка $[0;1]$.

Арифметичний аспект дослідження складають задачі про раціональність, квадратичну та кубічну ірраціональність, алгебраїчний — груповий підхід до перетворень, метричний — задачі про міру множин, ймовірнісний — про структуру розподілів та тополого-метричні властивості його спектра та носіїв.

Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова
E-mail address: omar2011@meta.ua

, ,

СПОСОБИ ПОДОЛАННЯ ЗАМИКАННЯ ПРИ РОЗВ'ЯЗАННІ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ ТЕОРІЇ ОБОЛОНОК ЧИСЕЛЬНИМИ МЕТОДАМИ

Богатирчук А.С., Максимюк В.А., Сторожук Є.А.

В галузі механіки оболонок спосіб використання ЕОМ та стратегія побудови чисельних методів залежали від потужності ЕОМ та вимог до точності розрахунків на міцність. Першими були розрахунки за аналітичними розв'язками математичної фізики. Проте виявилось, що для деяких значень параметрів обчислити спеціальну функцію важче, ніж чисельно розв'язати диференціальне рівняння, що її породжує. З ростом потужності ЕОМ стало можливим безпосередньо розв'язувати задачі механіки чисельними методами. Це привело до розвитку істинно чисельних методів: методу скінченних різниць (МСР), варіаційно-різницевого методу (ВРМ) та методу скінченних елементів (МСЕ). Проте й ці методи виявились теж не всесильними. Тріумфальне поширення МСЕ спіткнулось об так звану проблему замикання (locking) або виродження. Цей ефект проявляється в сповільненій збіжності чисельних методів.

Автори запропонували три підходи до розв'язання даної проблеми.

1. Підхід з використанням змішаних функціоналів. З досвіду розв'язування задач теорії оболонок практично встановлено, що вибір системи незалежних варійованих функцій належним чином дозволяє уникнути небажаних явищ типу замикання та пришвидшити збіжність чисельних методів. Ті величини, які апріорно будуть малими, слід вибирати за незалежні функції.

2. Підхід з використанням векторних співвідношень для деформацій. Традиційно вирази для компонент деформації тонких оболонок записуються в скалярному вигляді через компоненти вектора переміщень. В декартовій системі координат це не призводить до якихось ускладнень, а в криволінійній системі координат може призвести до вироджуваних явищ типу замикання (мембранне замикання або жорстке зміщення), які проявляються у сповільненій збіжності чисельних методів. Подання деформацій у векторній формі безпосередньо через вектори переміщень і кутів повороту з подальшим застосуванням чисельного методу також у векторній формі спрощує складання розв'язувальних рівнянь в контурних вузлах і на лініях зламу серединної поверхні оболонки та дозволяє уникнути негативного впливу жорстких зміщень на збіжність результатів.

3. Підхід з використанням так званих точок надзбіжності. Для ліквідації негативних явищ мембранного і зсувного замикання при розрахунку тонких оболонок автори пропонують модифікації МСЕ і ВРМ з обчисленням компонент деформації, записаних у звичайній (скалярній) формі, в точках їх надзбіжності.

Національний університет харчових технологій, Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України

E-mail address: an1952@ukr.net, desc@inmech.kiev.ua, stevan@ukr.net

МІНІМІЗАЦІЯ ВАРТОСТІ СТРАХОВИХ КОНТРАКТІВ ШЛЯХОМ ЗАЛУЧЕННЯ ДЕКІЛЬКОХ СТРАХОВИХ КОМПАНІЙ

Дрозденко В.О.

Нехай X — випадкова величина, з функцією розподілу $F(x)$, яка відображає розмір страхової компенсації пов'язаної з певною страховою угодою. Премію, яку слід заплатити при укладанні угоди за покриття ризику X, позначатимемо $\pi[X]$.

Премія середнього значення для ризику X, задана за допомогою двічі неперервно-диференційованої функції $v(x) \in C^2(\mathbb{R})$, такої, що $v'(x) > 0$ та $v''(x) \geq 0$ для $x \in \mathbb{R}$, означається як розв'язок рівняння

$$v(\pi_{\text{с.з.}}[X]) \;=\; \mathsf{E}[v(X)].$$

Аргументація для принципу середнього значення трохи прихована в нерівності Єнсена $v(\mathsf{E}[X]) \leq \mathsf{E}[v(X)]$, тобто отримана в такий спосіб премія буде не меншою за математичне сподівання розміру страхової компенсації.

Частовживаним частковим випадком принципу середнього значення, якщо обрати $v(x) = \alpha e^{\beta x} + \gamma$ для $\min[\alpha, \beta] > 0$, є експоненційна премія

$$\pi_{\text{експ.}(\beta)}[X] \;:=\; \frac{1}{\beta}\log(\mathsf{E}[e^{\beta X}]), \quad \text{для} \quad \beta > 0.$$

Експоненційна премія виникає також як частковий випадок методик страхового оцінювання основаних на концепціях корисності страховика/клієнта.

В доповіді розглядатиметься питання оптимального поділу $X_1, \ldots, X_n$ ризику X між n страховими компаніями, кожна з яких користується експоненційним принципом підрахунку вартості страхових контрактів з параметрами інтенсивності $\beta_1, \ldots, \beta_n$ відповідно, такого, що $X_1 + \ldots + X_n = X$, який би мінімізував страхову вартість ризику X, а також демонструватиметься, з використанням методик основаних на нерівностях Гельдера, що оптимальним поділом за зазначених умов є наступний

$$X_i = \frac{\widetilde{\beta}}{\beta_i} X, \quad \text{де} \quad \widetilde{\beta} := (\sum_{i=1}^{n} 1/\beta_i)^{-1},$$

при цьому, мінімально-оптимальна вартість ризику X складатиме

$$\pi_{\text{optimal}}[X] \;=\; \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\beta_i}\log(\mathsf{E}[e^{\beta_i X_i}]),$$

більш того, отримана ціна еквівалентна вартості ризику X при задіянні лише однієї страхової компанії, яка користується експоненційним принципом з параметром $\widetilde{\beta}$.

Білоцерківський національний аграрний університет
E-mail address: drozdenko@yandex.ru

АЛГОРИТМИ ПЕРЕВІРКИ ДЕЯКИХ ВИДІВ СТАТИСТИЧНИХ ГІПОТЕЗ ПРО ЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРУ РОЗПОДІЛУ САЛЕМІВСЬКОГО ТИПУ

Дивляш Н. В.

В доповіді представляються алгоритми перевірки гіпотез про параметр розподілу салемівського типу та наведено приклади їх використання.

Розглянемо клас однопараметричних розподілів салемівського типу, а саме: розподілів випадкової величини η з незалежними однаково розподіленими двійковими цифрами η_k, які набувають значень 0 і 1 з ймовірностями p_0 і p_1 $(0 < p_0 \neq p_1 < 1$, $p_0 + p_1 = 1)$ відповідно. Прийнявши в якості параметра $\varrho = p_1$, $\varrho \in (0; 1)$, запишемо функцію розподілу у вигляді: $F_\eta(x) = \beta_{\alpha_1} + \sum\limits_{k=1}^{\infty} \beta_{\alpha_{k+1}} \varrho^{\sum\limits_{j=1}^{k} \alpha_j} (1-\varrho)^{k-\sum\limits_{j=1}^{k} \alpha_j}$, де α_k — k-та двійкова цифра x; $\beta_0 = 0$, $\beta_1 = 1 - \varrho$.

Нехай ми маємо реалізацію $X_n = (x_1, x_2, ..., x_n)$ вибірки з даного класу розподілів. Розглядаємо прості гіпотези: $H_0 : \varrho = \varrho_0$, $H_1 : \varrho = \varrho_1 \neq \varrho_0$. На основі доведених в [1] теорем, можна сформулювати алгоритми для перевірки простих та складних гіпотез.

Перевірка простої гіпотези H_0 для випадку простої гіпотези H_1: $H_0 : \varrho = \varrho_0$, $H_1 : \varrho = \varrho_1 > \varrho_0$ з рівнем значущості α.

1. Знайти емпіричне значення c_{emp} за формулою: $c_{emp} = \sum\limits_{i=1}^{n} \sum\limits_{j=1}^{m} \alpha_{ij}$, де α_{ij} — j-та двійкова цифра x_i, $i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, m}$.

2. Знайти критичне значення $c_{kr}(\alpha)$ з рівності: $c_{kr}(\alpha) = u_{1-\alpha}\sqrt{nm\varrho_0(1-\varrho_0)} + nm\varrho_0$, де $\Phi(u_{1-\alpha}) = 1 - \alpha$.

3. Якщо $c_{emp} < c_{kr}(\alpha)$, то немає підстав відхиляти гіпотезу H_0 з рівнем значущості α.

4. Знайти критичне значення $c_{kr}(\beta)$ з рівності: $c_{kr}(\beta) = nm\varrho_1 - u_{1-\beta}\sqrt{nm\varrho_1(1-\varrho_1)}$, де $\Phi(u_{1-\beta}) = 1 - \beta$.

5. Якщо $c_{emp} > c_{kr}(\beta)$, то немає підстав відхиляти гіпотезу H_1 з надійністю β.

Варто зазначити, що, як правило в статистичних задачах розглядається не проста, а складна конкуруюча гіпотеза. Для цього випадку в доповіді сформульовано відповідні алгоритми. А також проілюстровано дію алгоритмів на конкретних прикладах.

Література

[1] *Гончаренко Я. В., Дивляш Н. В.* Перевірка статистичної гіпотези про параметр розподілу салемівського типу // Науковий часопис НПУ імені М.П.Драгоманова. Серія 1. Фізико-математичні науки. — 2014 (2). — С. 100-108.

Національний педагогічний університет імені М.П.Драгоманова
E-mail address: dyvljash_natali@ukr.net

ДО ЗАДАЧІ ДВОХ ТІЛ ПРИ СИНГУЛЯРНОМУ РАНГУ ОДИН НЕСИМЕТРИЧНОМУ ЗБУРЕННІ

Вдовенко Т. І.

Нехай задано сепарабельний гільбертів простір H розкладений у тензорний добуток двох гільбертових просторів

$$H = \mathcal{K} \otimes \mathcal{H}. \tag{1}$$

Розглянемо необмежений самоспряжений оператор, що у сукупності моделює задачу двох тіл,

$$\mathcal{A} = B \otimes I_{\mathcal{H}} + I_{\mathcal{K}} \otimes A \tag{2}$$

заданий на просторі (1), де $\mathfrak{D}(B)$ щільна в $\mathcal{K}$, а $\mathfrak{D}(A)$ щільна в $\mathcal{H}$, A і B — самоспряжені оператори.

Також розглянемо сингулярне збурення рангу один оператора $\mathcal{A}$ несиметричним потенціалом $\tilde{\mathcal{A}} = \mathcal{A} + \alpha\langle\cdot, \omega_1\rangle\omega_2$, де $\omega_1, \omega_2 \in \mathcal{H}_{-2}$, $\omega_1 \neq \omega_2$, $\alpha \in \mathbb{C}$, тобто оператор заданий формальним виразом

$$\tilde{\mathcal{A}} = B \otimes I_{\mathcal{H}} + I_{\mathcal{K}} \otimes (A + \alpha\langle\cdot, \omega_1\rangle_{\mathcal{H}}\omega_2), \tag{3}$$

де $\mathcal{H}_{-2}$ із A-шкали.

Для визначення $\tilde{\mathcal{A}}$ необхідно визначити $\tilde{A} = A + \alpha\langle\cdot, \omega_1\rangle_{\mathcal{H}}\omega_2$ [2].

Теорема 1. [1] *Нехай у просторі H визначеному в (1) задано оператор (2), який задовольняє умову, що оператор $B \otimes A$ — додатній.*

Тоді резольвента збуреного оператора (3) для $z \in \rho(A) \cap \rho(\tilde{A})$ має вигляд

$$(\tilde{\mathcal{A}} - z)^{-1} = (\mathcal{A} - z)^{-1}$$

$$+\mathcal{A}-z)^{-1}\Big\{\frac{1}{1/\alpha + \tau - \langle\omega_2, (\mathcal{A} - \lambda)^{-1}(I + (z - B) \otimes A)(A^2 + 1)^{-1}\omega_1\rangle}\langle\cdot, (\mathcal{A}-\bar{z})^{-1}\omega_1\rangle\otimes\omega_2\Big\},$$

де τ — параметр, у випадку коли збурення вимагає додаткової параметризації.

Література

[1] Вдовенко Т. І. Задача двох тіл при сингулярному несиметричному рангу один збуренні / Т. І. Вдовенко // Наукові Вісті НТУУ "КПІ". — 2016. — № 4.— С. 14-19.

[2] Dudkin M. E. On nonsymmetric rank one singular perturbations of selfadjoint operators / M. E. Dudkin, T. I. Vdovenko // Methods Funct. Anal. Topology. — 2016.— Vol. 22, № 2.— P. 137-151.

Національний технічний університет України «КПІ ім. І.Сікорського»
E-mail address: tanyavdovenko@meta.ua

ЛОКАЛЬНО СТУПІНЧАТІ ПРИМАРНІ DLC-ГРУПИ

Верпатова Н.Ю.

DLC-групами називаються групи, в яких LC-доповнювана кожна підгрупа, тобто групи, які можна подати у вигляді $G = A \cdot B$ і перетин $A \cap B$ — локально циклічна група.

Скінченні DLC-групи розв'язні і мають циклічну підгрупу Фраттіні.

Якщо DLC-група розкладається в прямий добуток своїх підгруп, то кожний множник є DLC-групою, не цілком факторизовані множники складають зліченну множину; в неперіодичній групі тільки один множник може бути неперіодичною групою, всі решта — періодичні цілком факторизовані групи.

В довільній DLC-групі скінченна неодинична мінімальна нормальна підгрупа непростого порядку є елементарною абелевою групою порядку p^2 (p — просте число, $p \neq 3$).

Група називається локально ступінчатою, якщо кожна відмінна від одиниці скінченно породжена підгрупа має підгрупу відмінного від одиниці скінченного індексу.

Якщо припустити, що локально ступінчата DLC-група G містить скінченно породжену, але нескінченну підгрупу $H = H_0$, то підгрупа H містить нескінченний ланцюжок нормальних в ній підгруп H_i таких, що $[H : H_i] < \infty$, $H_i \supset H_{i+1}$. Оскільки підгрупа H і фактор-група H/H_i є DLC-групами, то фактор-група H/H_i є скінченною p-групою з циклічною підгрупою Фраттіні. Тоді декартовий добуток G^* всіх фактор-груп H/H_i є групою з абелевим комутантом. Позначивши $N = \bigcap\limits_i H_i$, впевнюємось, що $N \lhd H$, $[H : N] = \infty$ і H/N — скінченно породжена підгрупа групи G^*, що є скінченно породженою розв'язною -групою, тобто є скінченною групою. Тобто всі скінченно породжені підгрупи групи G є скінченними. Отже, G — локально скінченна група.

Оскільки G — локально скінченна p-група, то вона має локальну систему скінченних підгруп A_i, кожна з яких є DLC-групою з циклічною підгрупою Фраттіні $\Phi(A_i)$, нормальною в групі A_i. Тоді підгрупа Φ, породжена всіма $\Phi(A_i)$, є локально циклічною підгрупою групи G. Таким чином, справедлива

Теорема 1. *Локально ступінчаті примарні DLC-групи вичерпуються p-групами, що є розширенням своєї нормальної локально циклічної групи за допомогою елементарної абелевої групи.*

Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова
E-mail address: verpatova_natali@bigmir.net

ПРО ВЛАСТИВОСТІ І ЗАСТОСУВАННЯ W^n-ЗОБРАЖЕННЯ

Волошина Вікторія

Розглянемо n-вимірний ($n \geq 2$) одиничний гіперкуб: $E^n = [0;1]^n \subset R^n$. Виконаємо поділ E^n на r ($r \geq 2$) замкнених у просторі R^n множин $\Delta_0^{W^n}, \Delta_1^{W^n}, ..., \Delta_{r-1}^{W^n}$. Ці множини назвемо циліндрами першого рангу. Виконавши поділ $\Delta_{\alpha_1}^{W^n}, \alpha_1 \in \{0,1,...,r-1\}$ на r множин, замкнених у R^n ми отримаємо циліндри другого рангу $\Delta_{\alpha_1\alpha_2}^{W^n}, \alpha_i \in \{0,1,...,r-1\}$, а продовживши процес — $\Delta_{\alpha_1...\alpha_k}^{W^n}, \alpha_i =\in \{0,1,...,r-1\}$, циліндри k-го рангу. При цьому для довільного фіксованого набору $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_{k-1} \in \overline{0, r-1}, k \in N$ мають виконуватися умови: $\bigcup\limits_{i=0}^{r-1} \Delta_{\alpha_1...\alpha_{k-1}i}^{W^n} = \Delta_{\alpha_1...\alpha_{k-1}}^{W^n}$; $\lambda\left(\Delta_{\alpha_1...\alpha_{k-1}i}^{W^n} \bigcap \Delta_{\alpha_1...\alpha_{k-1}j}^{W^n}\right) = 0$, $i \neq j$; $\lambda\left(\Delta_{\alpha_1...\alpha_{k-1}0}^{W^n}\right) : \lambda\left(\Delta_{\alpha_1...\alpha_{k-1}1}^{W^n}\right) : ... : \lambda\left(\Delta_{\alpha_1...\alpha_{k-1}[r-1]}^{W^n}\right) = q_0 : q_1 : ... : q_{r-1}$; $\operatorname{diam}\left(\Delta_{\alpha_1...\alpha_k}^{W^n}\right) \to 0$, $k \to \infty$.

Для кожної точки E^n існує послідовність вкладених циліндрів, але не завжди єдина. В силу виконання вказаних умов ми отримуємо *зображення* точок гіперкуба E^n (частинний випадок при $n = 2$ розглянуто у [1]).

Означення 1. Розглянемо довільне фіксоване W^n-зображення із алфавітом $A = \{0,1,2,...,r-1\}$. Нехай $\xi = \Delta_{\xi_1\xi_2...\xi_k...}^{W^n}$, де ξ_k — незалежні випадкові величини, які можуть набувати значення i із алфавіту A фіксованого W^n-зображення з ймовірністю p_{ik}. Тоді ξ називатимемо випадковим вектором, породженим незалежними символами W^n-зображення.

Для випадкових векторів виду ξ виконується теорема:

Теорема 1. *Розподіл випадкового вектора ξ з незалежними символами W^n-розкладу є сингулярним відносно міри Лебега тоді і тільки тоді, коли*

$$\prod_{k=1}^{\infty}\left(\sum_{i=0}^{n-1}\sqrt{p_{ik}q_i)}\right) = 0.$$

Література

[1] Волошина В.О., Торбін Г.М.Про деякі ймовірнісні феномени, пов'язані з розподілами випадкових векторів, породжених W -зображенням // Науковий часопис НПУ імені М.П.Драгоманова. Серія 1. Фізико-математичні науки. — 2014, — № 16 (1). — С. 258–278.

Національний педагогічний університет імені М.П.Драгоманова
E-mail address: wictorria@gmail.com

ФРАКТАЛЬНІ ВЛАСТИВОСТІ ЙМОВІРНІСНИХ МІР, ПОРОДЖЕНИХ ПОЛІОСНОВНИМИ РОЗКЛАДАМИ ДІЙСНИХ ЧИСЕЛ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ

І.І. Гарко

Доповідь присвячена розвитку нового методу побудови метричної, ймовірнісної та розмірнісної теорій зображень дійсних чисел на основі дослідження G-відображень (спеціальних відображень, які символи одного з цих зображень переводять у ті ж символи іншого зображення з досліджуваного сімейства, і при цьому зберігають міру Лебега та розмірність Хаусдорфа–Безиковича). Буде показано глибокий зв'язок між довірчістю систем покриттів, породжених різними системами числення та збереженням вказаними вище відображеннями розмірності Хаусдорфа–Безиковича. Також у доповіді буде представлено загальні достатні умови довірчості для обчислення розмірності Хаусдорфа–Безиковича сімейств надциліндричних множин, породжених F- та I-F- зображеннями дійсних чисел.

Як наслідок з цих результатів випливає довірчість для обчислення розмірності Хаусдорфа–Безиковича сімейств надциліндричних множин, породжених ланцюговими розкладами, розкладами Сільвестера, Енгеля, Люрота, Остроградського–Серпінського–Пірса, Остроградського другого роду та ін.

Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова
E-mail address: garko.iryna@gmail.com

,

ЙМОВІРНІСНА ТЕОРІЯ ЧИСЕЛ В q_0^∞-ЗОБРАЖЕННІ

Гончаренко Я.В., Лисенко І.М.

Вводиться континуальна сім'я нескінченно-символьних кодувань (q_0^∞-зображення) дробової частини дійсного числа з алфавітом $A = \{1, 2, \dots, n, \dots\} \equiv N$, визначених параметром $q_0 \in (0; 1)$: $x = q_0^{a_1} + \sum\limits_{n=1}^{\infty}(1-q_0)^n q_0^{a_1+a_2+\dots+a_{n+1}-n} \equiv \Delta^{q_0^\infty}_{a_1a_2\dots a_n\dots}$, де (a_k) — послідовність натуральних чисел, яке має нульову надлишковість (кожне число має єдине зображення). Вказується його зв'язок з Q_2-зображенням, описується геометрія, закладаються основи метричної, фрактальної та ймовірнісної теорій. Дане зображення використовується для моделювання та дослідження різних математичних об'єктів зі складною локальною структурою і фрактальними властивостями, зокрема розподілів випадкових величин.

Теорема 1. *Випадкова величина $\xi = \Delta^{q_0^\infty}_{\xi_1\xi_2\dots\xi_k\dots}$ з розподілами q_0^∞-символів ξ_k: $\mathrm{P}\{\xi_k = i\} = p_{ik},\ i \in N$, має чистий лебегівський тип, причому*

1.дискретний — тоді і тільки тоді, коли $M = \prod\limits_{k=1}^{\infty}\max\limits_i\{p_{ik}\} > 0$;

2. абсолютно неперервний — тоді і тільки тоді, коли $S = \prod\limits_{k=1}^{\infty}(\sum\limits_{i=1}^{\infty}\sqrt{p_{ik}q_0^{i-1}(1-q_0)} > 0$;

3. сингулярний — в решті випадків, тобто, коли $M = 0 = S$.

Нехай (ζ_n) — послідовність дискретно розподілених випадкових величин, які набувають натуральних значень і утворюють однорідний ланцюг Маркова з початковими ймовірностями $p_1, p_2, \dots, p_m, \dots$ і матрицею перехідних ймовірностей $\|p_{ij}\|$, тобто $P\{\zeta_1 = m\} = p_m > 0$, $m \in \mathbb{N}$, $\sum\limits_{m=1}^{\infty} p_m = 1$ і $P\{\zeta_{k+1} = j|\zeta_k = i\} = p_{ij} \geq 0$, $\sum\limits_{j=1}^{\infty} p_{ij} = 1$ $\forall i \in N$. Розглядається випадкова величина $\zeta = \Delta^{q_0^\infty}_{\zeta_1\zeta_2\dots\zeta_k\dots}$.

Теорема 2. *Розподіл випадкової величини ζ має атоми тоді і тільки тоді, коли існує така послідовність натуральних чисел (d_k), що $G(d_n) \equiv p_{d_1}\prod\limits_{k=1}^{\infty} p_{d_kd_{k+1}} > 0$ і його точковим спектром є множина $D_\zeta = \{x : G(d_n) > 0\}$.*

Теорема 3. *Якщо матриця перехідних ймовірностей має принаймні один нуль, то спектр розподілу випадкової величини ζ має нульову міру Лебега.*

Наслідок 1. *Якщо елементи матриці перехідних ймовірностей $\|p_{ik}\|$ відокремлені від одиниці і вона містить принаймні один нуль, то розподіл випадкової величини ζ є сингулярним розподілом канторівського типу.*

Національний педагогічний університет імені М.П.Драгоманова
E-mail address: yan_a@ukr.net

АЛГОРИТМИ ШВИДКИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ ХАРТЛІ В МАТРИЧНІЙ ФОРМІ

Зінченко Т.В.

Розглянуто алгоритми швидких перетворень Хартлі, які використовуються в задачах цифрової обробки сигналів. Отримано матричне представлення перетворення Хартлі при обробці сигналів в «ковзному вікні» з розбиттям на довільну кількість рядків та стовпчиків. Вказано особливості перетворення Хартлі в порівнянні з претворенням Фур'є.

В задачах цифрової обробки сигналів, крім перетворень Фур'є, застосовують перетворення Хартлі, яке є дійсною функцією дійсного аргументу [1, 2]. Дискретне перетворення Хартлі (ДПХ) для відліків функції $x(i)$, $i = 0, 1, \ldots, (N-1)$ визначається формулою $H(k) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N-1} x(i)\mathrm{cas}(2\pi ki/N)$, $k = 0, 1, \ldots, (N-1)$, де $\mathrm{cas}\,\theta = \cos\theta + \sin\theta$.

Для побудови матричних алгоритмів ДПХ представляють у вигляді суми парної та непарної складових $H(k) = E(k) + O(k)$, при цьому $E(k) = (H(k) + H(N-k))/2$, $O(k) = (H(k) - H(N-k))/2$.

В роботі Р. Н. Брейсуела [2] показано зв'язок між перетвореннями Фур'є та Хартлі, описано принцип побудови БПХ з розбиттям на двоелементні та 4-елементні послідовності.

Якщо представити перетворення ДПХ в матричному вигляді, аналогічно до перетворення Фур'є, ДПХ набуває вигляду

$$\begin{aligned} H(s,r) &= \sum_{l=0}^{L-1}\left[\mathrm{cas}\left(\frac{2\pi}{N}Mls\right)\sum_{m=0}^{M-1} x(l,m)\cdot\cos\left(\frac{2\pi}{N}m(Lr+s)\right)\right] + \\ &+ \sum_{l=0}^{L-1}\left[\mathrm{cas}\left(-\frac{2\pi}{N}Mls\right)\sum_{m=0}^{M-1} x(l,m)\cdot\cos\left(\frac{2\pi}{N}m(Lr+s)\right)\right], \end{aligned} \tag{1}$$

де s, r — номери рядка та стовпчика матриці вхідних відліків сигналів.

Аналіз властивостей перетворення (1) показує, що, на відміну від перетворення Фур'є, ДПХ допускає тільки постовпчикову обробку відліків, представлених в матричній формі. Практичне значення мають тільки алгоритми ДПХ за основою 2 чи 4. В матричних алгоритмах закладені групуючі елементи, які є важливими при розпаралелені обчислювального процесу.

Література

[1] Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов.— М.: Мир, 1978.
[2] Брейсуэлл Р. Н. Преобразование Хартли. — М.: Мир, 1990.

Національний університет харчових технологій
E-mail address: zin.ta.vl@gmail.com

НОВИЙ МЕТОД ДОВЕДЕННЯ ДОВІРЧОСТІ ДЛЯ ОБЧИСЛЕННЯ РОЗМІРНОСТІ ХАУСДОРФА–БЕЗИКОВИЧА СІМЕЙСТВА ЦИЛІНДРІВ Q^*-РОЗКЛАДУ ДІЙСНИХ ЧИСЕЛ

М.Х. Ібрагім

У доповіді буде представлено принципово новий тип достатніх умов довірчості для обчислення розмірності Хаусдорфа–Безиковича сімейства $\Phi(Q^*)$ циліндричних відрізків, породжених Q^*-розкладами дійсних чисел. Всі відомі на сьогодні достатні умови довірчості сімейств $\Phi(Q^*)$ використовували різні обмеження на елементи q_{0k} та $q_{(s-1)k}$. Буде продемонстровано, що ці обмеження носять технічний характер і можуть бути суттєво послаблені.

Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова
E-mail address: ibragim@npu.edu.ua

,

Δ^{μ}-ЗОБРАЖЕННЯ У ЗАДАЧАХ ЙМОВІРНІСНОЇ ТЕОРІЇ ЧИСЕЛ

Ісаєва Т.М., Працьовитий М.В.

Розглядається зображення дійсних чисел з півінтервала $(0,1]$, залежне від дійсного параметра $\mu \in (0;1)$. Його обґрунтовує наступне твердження [1].

Теорема 1. *Нехай* $(0,1) \ni \mu$ *— фіксоване дійсне число,* $\nu \equiv 1-\mu$. *Для будь-якого* $x \in (0,1]$ *існує скінченний набір натуральних чисел* $(a_1, a_2, \ldots, a_m)$ *або послідовність натуральних чисел* (a_n) *такі, що*

$$x = \sum_n (B_n - B'_n) \equiv \Delta^{\mu}_{a_1 a_2 \ldots a_n \ldots},$$

де $B_n = \nu^{a_1+a_3+\ldots+a_{2n-1}-1}\mu^{a_2+a_4+\ldots+a_{2n-2}}$, $B'_n = \nu^{a_1+a_3+\ldots+a_{2n-1}-1}\mu^{a_2+a_4+\ldots+a_{2n}}$.

Це зображення є аналітичним, має нульову надлишковість і нескінченний алфавіт.

У доповіді розглядається випадкова величина $\tau = \Delta^{\mu}_{\tau_1\tau_2\ldots\tau_n\ldots}$, де (τ_n) — послідовність незалежних однаково розподілених випадкових величин, які набувають значень $1, 2, \ldots, n, \ldots$ з ймовірностями $P\{\tau_i = i\} = p_i$ відповідно.

Теорема 2. *Якщо випадкова величина* τ *має рівномірний на відрізку* $[0,1]$ *розподіл, то цифри* τ_n *її* Δ^{μ}*-зображення є незалежними випадковими величинами, причому цифри послідовності* (τ_n) *з непарними номерами мають однаковий розподіл:* $P\{\tau_{2k-1} = i\} = \mu \cdot \nu^{i-1}$; *і цифри послідовності* (τ_n) *з парними номерами однаково розподілені:* $P\{\tau_{2k} = i\} = \nu \cdot \mu^{i-1}$.

Лема 1. *Функція розподілу* $F_\tau(x)$ *випадкової величини* τ *має вигляд*

$$F_\tau(x) = \beta_1 + \sum_{k=2}^{\infty}\left(\beta_k \prod_{j=1}^{k-1} p_{a_j(x)}\right), \quad \text{де} \quad \beta_k = \begin{cases} \sum\limits_{i=a_k(x)+1}^{\infty} p_i, & \text{при непарному } k, \\ \sum\limits_{i=1}^{a_k(x)-1} p_i, & \text{при парному } k. \end{cases}$$

Теорема 3. *Якщо* (τ_n) *— послідовність незалежних однаково розподілених випадкових величин, то розподіл випадкової величини* τ *є сингулярним.*

У доповіді пропонуються результати дослідження структури та спектральних властивостей розподілу випадкової величини τ, а також поведінка модуля характеристичної функції на нескінченності.

1. *Працьовитий М. В., Ісаєва Т. М.* Δ^{μ}-зображення як узагальнення $\Delta^{\sharp}$-зображення і основа нової метричної теорії дійсних чисел // Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова. Серія 1. Фізико-математичні науки. — 2014, № 16. — С. 164–186.

Національний педагогічний університет імені М. П. Драгоманова, Київ, Україна
E-mail address: isaeva_tn@ukr.net, prats4444@gmail.com

КОДУВАННЯ ДІЙСНИХ ЧИСЕЛ ЗА ДОПОМОГОЮ ПОСЛІДОВНОСТІ ЯКОБСТАЛЯ–ЛЮКА

Карвацький Д.М.

Сучасний розвиток математики привів до необхідності використання різних систем числення та способів кодування дійсних чисел, в тому числі, і не традиційних. Широко використовуються s-ові на нега s-ові розклади, $\widetilde{Q}$-зображення, представлення чисел ланцюговими дробами, рядами Остроградського, Люрота, Енгеля тощо.

Класична послідовність Фібоначчі та її узагальнення також застосовувалися для представлення дійсних чисел [2, 4], побудови відповідної метричної та ймовірнісної теорії, дослідження складних математичних об'єктів [1, 3]. В подібних цілях можуть бути використані і інші відомі лінійні рекурентні послідовності (Люка, Пелля, Якобсталя, Мерсена).

Нагадаємо, що послідовність Якобсталя–Люка має вигляд

$$(J_n) = (2, 1, 5, 7, 17, 31, 65, ...J_n, ...)\,, J_n = J_{n-1} + 2J_{n-2}, n \geq 3.$$

У доповіді буде вивчатися представлення дійсних чисел у вигляді

$$x = \Delta^J_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3...\alpha_n...} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha_n}{J_{n+2}},$$

де $\alpha_n \in \{0, 1, 2\}$, а (J_n) — послідовність чисел Якобсталя–Люка. Така трисимвольна система числення є суттєво надлишковою та володіє складною геометрією, що зумовлюється неоднорідними співвідношеннями між членами і залишками ряду обернених чисел Якобсталя–Люка.

Література

[1] *Pratsiovytyi M.V., Feshchenko O.Yu.* Topological, metric and fractal properties of probability distributions on the set of incomplete sums of positive series. // Theory of Stochastic Processes. — 2007. — Т. 13 (29), № 1-2. — С. 205-224.

[2] *Василенко Н.М.* Деякі метричні співвідношення, породжені Ф-зображенням дійсних чисел // Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова. Серія 1. Фіз.-мат. науки. — К.: НПУ імені М.П. Драгоманова. 2006, № 7. — С. 190-203.

[3] *Карвацький Д. М.* Властивості розподілу випадкової неповної суми збіжного знакододатного ряду, члени якого утворюють узагальнену постідовність Фібоначчі // Буковинський математичний журнал, - Т.3, № 1. — Чернівці: Чернівецький національний університет, 2015. — С.52-59.

[4] *Карвацький Д. М.* Зображення дійсних чисел нескінченно малими знакододатними узагальненими послідовностями Фібоначчі // Науковий часопис НПУ імені М.П. Драгоманова. Серія 1. Фізико-математичні науки, — № 15 (1). — К.: НПУ імені М. П. Драгоманова, 2013. — С.56-74.

Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова
E-mail address: D.Karvatsky@gmail.com

НЕСКІНЧЕННІ ЛОКАЛЬНО СТУПІНЧАТІ ГРУПИ З НОРМАЛЬНИМИ НЕМЕТАЦИКЛІЧНИМИ ПІДГРУПАМИ

Коваленко В.І.

Продовжуються дослідження розпочаті автором в [1-4]. У даному повідомленні подається опис нескінченних локально ступінчатих $H(\overline{MC})$-груп.

Нагадаємо, що група з нормальними неметациклічними підгрупами називається $H(\overline{MC})$-групою.

Група називається локально ступінчатою, якщо будь-яка її неодинична скінченно породжена підгрупа має власну підгрупу скінченого індексу [5, с. 236]. Клас локально ступінчатих груп достатньо широкий.

Група називається надрозв'язною, якщо вона має зростаючий інваріантний ряд всі фактори якого є циклічними групами [5, с. 289].

Частинними випадками надроз'язних груп є метациклічні групи.

Теорема 1. *Нескінченні періодичні нільпотентні локально ступінчаті $H(\overline{MC})$-групи G з надроз'язними групами Шмідта дисперсивні та вичерпуються групами типів:*

(1) $G = P \times C$, C — *скінченна центральна в G метациклічна холлівська підгрупа,* $P = R \cdot \langle x \rangle$, R — *квазіциклічна 2-група,* $|x| = 2^{\gamma}$, $\gamma > 0$, *для довільного* $a \in R$, $x^{-1} \cdot a \cdot x = a$.

(2) $G = R \leftthreetimes D$, R — *квазіциклічна p-група,* $p > 2$, $D = S \cdot \langle x \rangle$ — *скінченна дедекіндова метациклічна група з циклічною силівською p-підгрупою,* $S = C_D(R)$, $S \cap \langle x \rangle = \langle x^{\alpha} \rangle, \alpha > 1$, $p \equiv 1 (\mathrm{mod}\, \alpha)$, $[R, \langle x \rangle] = R$.

Література

[1] Коваленко В.І. Будова скінченних недисперсивних груп, в яких кожна неметациклічних підгрупа нормальна // Український математичний журнал, 1996.-48, №10.-С.1337-1342

[2] Коваленко В.І. Деякі класи скінченних нільпотентних груп з нормальними неметациклічними підгрупами // Класи груп з обмеженнями для підгруп. Зб. наук. пр.- К.: Ін-т математики НАН України. – 1997. – С. 79-83.

[3] Коваленко В.І. Деякі класи скінченних груп з нормальними неметациклічними підгрупами // Доповіді НАН України. – 1997.- № 9. – С. 17-20.

[4] Коваленко В.І. Локально ступінчасті групи з нормальними неметацик-лічними підгрупами // Український математичний журнал, 2007.-59, №1.-С.133-135.

[5] Черников С.Н. Группы с заданными свойствами системы подгрупп. М.: Наука, 1980.- 384 с.

Чернігівський національний педагогічний університет імені Т.Г. Шевченка
E-mail address: kovalenko-vi64@ukr.net

УМОВА ЄДИНОСТІ МІРИ ВІДПОВІДНОЇ БЛОЧНИМ МАТРИЦЯМ ТИПУ ЯКОБІ У ДВОВИМІРНІЙ ПРОБЛЕМІ МОМЕНТІВ

Козак Валентина Іванівна

В просторі $\mathbf{l}_2 = \mathcal{H}_0 \oplus \mathcal{H}_1 \oplus \mathcal{H}_2 \oplus \cdots$, $\mathcal{H}_n = \mathbb{C}^{n+1}, n \in \mathbb{N}_0$ розглядаються два симетричні щільно визначені (але можливо не самоспряжені) оператори: A — множення на незалежну змінну x та B — множення на незалежну змінну y, які мають вигляд тридіагональних типу Якобі блочних матриць:

$$
(1)\qquad
\begin{aligned}
J_A &= \begin{bmatrix} b_0 & c_0 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\ a_0 & b_1 & c_1 & 0 & 0 & \cdots \\ 0 & a_1 & b_2 & c_2 & 0 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}, \quad
\begin{aligned} a_n &: \mathcal{H}_n \longrightarrow \mathcal{H}_{n+1}, \\ b_n &: \mathcal{H}_n \longrightarrow \mathcal{H}_n, \\ c_n &: \mathcal{H}_{n+1} \longrightarrow \mathcal{H}_n, \ n \in \mathbb{N}_0, \end{aligned} \\
J_B &= \begin{bmatrix} w_0 & v_0 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\ u_0 & w_1 & v_1 & 0 & 0 & \cdots \\ 0 & u_1 & w_2 & v_2 & 0 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}, \quad
\begin{aligned} u_n &: \mathcal{H}_n \longrightarrow \mathcal{H}_{n+1}, \\ w_n &: \mathcal{H}_n \longrightarrow \mathcal{H}_n, \\ v_n &: \mathcal{H}_{n+1} \longrightarrow \mathcal{H}_n, \ n \in \mathbb{N}_0, \end{aligned}
\end{aligned}
$$

і діють відповідно за правилами: $\forall f = (f_n)_{n=0}^{\infty} \in \mathbf{l}_2, n \in \mathbb{N}_0, f_{-1} := 0$

$$(J_A f)_n = a_{n-1} f_{n-1} + b_n f_n + c_n f_{n+1}, \quad (J_B f)_n = u_{n-1} f_{n-1} + w_n f_n + v_n f_{n+1}.$$

Коефіцієнти у блоках задовольняють умови: $a_{n;\beta+2,\beta} = a_{n;\beta+3,\beta} = \cdots = a_{n;n+1,\beta} = 0, \quad \beta = 0, 1, \ldots, n-1; \quad c_{n;\alpha,\alpha+2} = c_{n;\alpha,\alpha+3} = \cdots = c_{n;\alpha,n+1} = 0, \quad \alpha = 0, 1, \ldots, n-1; \quad a_{n;\alpha+1,\alpha}; c_{n;\alpha,\alpha+1} > 0, \quad \alpha = 0, 1, \ldots, n, \quad \forall n \in \mathbb{N}_0; \quad u_{n;\beta+1,\beta} = u_{n;\beta+2,\beta} = \cdots = u_{n;n+1,\beta} = 0, \quad \beta = 0, 1, \ldots, n; \quad v_{n;\alpha,\alpha+1} = v_{n;\alpha,\alpha+2} = \cdots = v_{n;\alpha,n+1} = 0, \quad \alpha = 0, 1, \ldots, n; \quad u_{n;\alpha,\alpha}; v_{n;\alpha,\alpha+1} > 0, \quad \alpha = 0, 1, \ldots, n, \quad \forall n \in \mathbb{N}_0.$

Теорема 1. *Блочні тридіагональні матриці типу Якобі (1), відповідні двовимірній дійсній проблемі моментів однозначно співставляються деякій борелівській мірі на дійсній площині, якщо коефіцієнти матриць задовольняють умову*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\left(\max\{c_{n;k,k+1}\}_{k=0}^{n}\right)^2 + \left(\max\{v_{n;k,k}\}_{k=0}^{n}\right)^2 + \left(\sum_{k=0}^{n} c_{n;k,0}\right)^2 \right)^{-1} = \infty.$$

Література

[1] Козак В.І. Умови єдиності міри відовідної двовимірній проблемі моментів, Наукові Вісті НТУУ КПІ (2016), no. 4, 32–37.

Національний технічний університет України «КПІ ім. І. Сікорського»
E-mail address: afina0706@mail.ru

ГРАНИЧНІ РОЗПОДІЛИ ДИСКРЕТНИХ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ З ПРИТЯГАННЯМ

Ласійчук О.Р.

В доповіді розглядається динамічна система конфлікту, що описує притягальну взаємодію між парою опонентів. Стан даної системи описується двома фіксованими векторами

$$p = (p_1, p_2, ..., p_n), \qquad r = (r_1, r_2, ..., r_n)$$

з невід'ємними координатами $0 \leq p_i, r_i \leq 1$. Значення координат p_i, r_i інтерпретуються як незалежні ймовірності. Тому вектори p, r нормовані на одиницю:

$$|p| = p_1 + p_2 + ... + p_n = 1, |r| = r_1 + r_2 + ... + r_n = 1.$$

Фіксація векторів p, r означає задання початкового незалежного розподілу. Закон перерозподілу задається некомутативною композицією $*$ між векторами p, r:

$$p^1 = p * r, \qquad r^1 = r * p,$$

де координати векторів p^1, r^1 описують результат першого кроку конфліктної взаємодії. Координати векторів p^N, r^N на $N+1$-му кроці визначаються наступними формулами:

$$p_i^{N+1} = \frac{p^N(\theta^N + 1) + \tau_i^N}{z^N}, \quad r_i^{N+1} = \frac{r^N(\theta^N + 1) + \tau_i^N}{z^N},$$

де

$$\tau_i^{N+1} = \min_{i=1,2} \{p_i^{N+1}, r_i^{N+1}\},$$

$$\theta^N = \sum_{i=1}^{2} \sqrt{p_i^N r_i^N},$$

$$Z^N = \theta^N + 1 + W^N, \quad W^N = \sum_{i=1}^{n} \tau_i^N.$$

В даних формулах нормуючий множник Z^N забезпечує стохастичність векторам p^N, r^N.

Теорема 1. *Для довільної пари стохастичних векторів p та r, причому $p \neq r$, існують границі*

$$p^\infty = \lim_{N\to\infty} p^N, \quad r^\infty = \lim_{N\to\infty} r^N.$$

При цьому граничний стан $\{p^\infty, r^\infty\}$ є інваріантним відносно конфліктної взаємодії

$$p^\infty = p^\infty * r^\infty, \quad r^\infty = r^\infty * p^\infty.$$

Національний педагогічний університет імені М. П. Драгоманова
E-mail address: kseniajasko@gmail.com

ПРО ЗАДАЧУ ОПТИМАЛЬНОГО РОЗМІЩЕННЯ

Листопад Володимир

В області маркетингових досліджень досить типовими є задачі розміщення, зокрема, сервісних центрів, складів, виробничих потужностей тощо. Метою цих задач є визначення такого розміщення, для якого мінімізується, наприклад, відстань між центром надання послуг та їхнім споживачем. Задачі вказаного типу виникають у практиці комунікаційного забезпечення (шляхи, залізниця, кабельний зв'язок), де потрібно виконати відповідні роботи з мінімальними витратами.

Досить часто задачі на оптимальне розміщення розв'язують добре відомим «методом тяжіння», названим так по аналогії з відомою фізичною задачею про взаємне тяжіння двох тіл з різною масою. Метод простий і достатньо ефективний для однорідної задачі, але він не враховує специфіку реальної задачі, коли: не всі клієнти досяжні; властивості клієнта описують певною нелінійною функцією; задані пріоритети обслуговування; витрати на зв'язки неоднорідні; реалізується динамічний за характером процес зміни властивостей клієнтів тощо.

У такому випадку формується задача нелінійної оптимізації, модель якої враховує ці та аналогічні їм особливості сфери обслуговування чи виробництва.

Одним із добре відомих прикладів з практики в математичній статистиці є вибір розташування на відрізку залізниці зупинки, якщо задано розподіл населених пунктів із чисельністю населення. Зупинка має бути розташована в пункті, де знаходиться медіана вибірки, оскільки вона має властивість, що сума абсолютних величин відхилень елементів вибірки від медіани (це є сума всіх відстаней до пункту розташування) менша, ніж від будь-якої іншої величини: $\sum\limits_{i=1}^{n} |x_i - M_e| < \sum\limits_{i=1}^{n} |x_i - a|$.

Для обчислення медіани у випадку інтервального розподілу використовують формулу $M_e = x_{M_e}^{\min} + h_{M_e} \cdot \frac{\frac{1}{2}n - \sum\limits_{i=1}^{n_{M_e}-1} n_i}{n_{M_e}}$, де $x_{M_e}^{\min}$ — лівий кінець медіанного інтервалу; h_{M_e} — довжина медіанного інтервалу; n — величина вибірки; $\sum\limits_{i=1}^{n_{M_e}-1} n_i$ — частота накопичена до медіанного інтервалу; n_{M_e} — частота медіанного інтервалу.

Національний університет харчових технологій
E-mail address: vlystopad@ukr.net

ВЛАСТИВОСТІ ЙМОВІРНІСНИХ РОЗПОДІЛІВ ПОРОДЖЕНИХ УЗАГАЛЬНЕНО-ПОЗИЦІЙНИМИ Q_∞-ЗОБРАЖЕННЯМИ ТА ЇХНІ ЗАСТОСУВАННЯ

Лупаїн М.Л.

Доповідь присвячена основам метричної, ймовірнісної та розмірнісної теорії GLS-розкладів дійсних чисел, які є узагальненням Q_∞-розкладів та Ф-розкладів [2, 3, 4]. Описано феномени, які відрізняють дані розклади від Q_∞-розкладів та розкладів Люрота і які дозволяють будувати сингулярні ймовірнісні розподіли всіх спектральних типів.

Розглянемо зчисленну послідовність відрізків $\Delta_i^{GLS} = [a_i, b_i]$, таких, що

$$int\Delta_i^{GLS} \cap int\Delta_j^{GLS} = \emptyset, (i \neq j), |\Delta_i^{GLS}| = q_i, i \in N \cup \{0\} =: N_0, \sum_{i=0}^{\infty} q_i = 1.$$

Відрізок Δ_i^{GLS} називається циліндром 1-го рангу GLS-розкладу. Позначимо через Δ_∞^{GLS} множину тих точок з $[0,1]$, які не попали до жодного з Δ_i^{GLS}, тобто $\Delta_\infty^{GLS} = [0,1] \setminus \bigcup\limits_{i=0}^{\infty} \Delta_i^{GLS}$. Множина Δ_∞^{GLS} є, очевидно, борелівською множиною нульової міри Лебега, але при цьому Δ_∞^{GLS} може бути порожньою, скінченною, зчисленною або континуальною.

Нехай $\xi = \Delta^{GLS}_{\xi_1\xi_2\ldots\xi_k\ldots}$, де $\{\xi_k\}$ — послідовність незалежних випадкових величин, що набувають значень $0, 1, \ldots, k \ldots$ з імовірностями $p_0, p_1, \ldots, p_k \ldots$ відповідно.

Теорема 1. *Нехай $V := \{i : p_i > 0\}$. Якщо множина Δ_∞^{GLS} не більш як зчисленна, то для довільного GLS-розкладу розмірність Хаусдорфа–Безиковича спектра розподілу в. в. ξ з незалежними однаково розподіленими GLS-символами обчислюється за формулою:* $\dim_H(S_\xi) = \sup\{x : \sum_{i:p_i>0} q_i^x > 1\}$.

Література

[1] *Lupain M. L.* The fractal properties of the spectrum of random variables with independent identically distributed GLS-symbols.// submitted to «Modern Stochastics: Theory and Applications».

[2] *Нікіфоров Р. О., Торбін Г.М.* Фрактальні властивості випадкових величин з незалежними Q_∞-символами.//Теорія ймовір. та матем. статист. **86**(2012), — 150-162.

[3] *Працевытый Н. В., Турбин А. Ф.*Фрактальные множества, функции распределения — Киев: Наукова думка, 1992. — 208 с.

[4] *Фещенко О. Ю.*Про символьний спосіб задання функцій і розподілів ймовірностей // Науковий часопис НПУ імені М.П. Драгоманова. Серія 1. Фізико-математичні науки. №5. — 2004. — 248-266 с.

Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова
E-mail address: marinalupain@npu.edu.ua

ОСОБЛИВОСТІ РОЗВ'ЯЗКУ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ

Мазур О.К.

Розглядаються задачі оптимального керування стаціонарними та еволюційними процесами в двовимірних секторальних областях з нелокальними крайовими умовами:
$y(1;\theta) = p(\theta)$ — умова Діріхле (повинна виконуватися на контурі).
$\frac{\partial y}{\partial \theta}(r;\theta) = \frac{\partial y}{\partial \theta}(r;\pi)$ — тепловий потік на кінцях рівний, але не задається.

Потрібно знайти такі розв'язки еліптичної задачі (рівняння Лапласа):
$\Delta y = u(r;\theta)$, які задають мінімум вказаного функціоналу.

Вперше такі умови виникли у роботі Моісеєва Е.І. 2010 року.

Основна складність при застосуванні методу Фур'є в тому, що задача не «розщеплюється». Непарні і нульові розв'язки визначаються, а парні залежать від непарних. Це приводить до того, що задача не редукується до незалежних одновимірних задач.

В роботі було запропоновано шукати розв'язки задачі оптимального керування з квадратичним критерієм якості за допомогою біортонормованих систем базисних функцій. Отримані системи зводяться до інтегральних рівнянь Фредгольма з виродженими ядрами. Розв'язки задаються за допомогою рядів Фур'є–Бесселя. Доводиться теорема про існування та єдиність розв'язку вказаної задачі та збіжність відповідних рядів.

В межах теми розглянуто наступні задачі:

1) Задача еліптичного типу (рівняння Пуассона).

2) Задача параболічного типу (лінійно-квадратична задача з напіввизначенним критерієм якості).

3) Задача з мінімальною енергією (потрапити з однієї точки в іншу, витративши на це мінімум енергії).

Розглядається питання чи можна шукати розв'язки в класі нестаціонарних керувань.

Література

[1] Капустян В.О., Капустян О.А., Мазур О.К. Задача оптимального керування для рівняння Пуассона з нелокальними крайовими умовами // Нелінійні коливання, 2013. Т.16, №3, 350 с.

[2] Kapustyan V. O., Kapustian O. A., Kapustyan O. V., Mazur, O. K. The optimal control problem for parabolic equation with nonlocal boundary conditions in circular sector // Continuous and Distributed Systems II: Theory and Applications, 2015, P. 297–314.

Національний університет харчових технологій

Q^*_∞-REPRESENTATION OF REAL NUMBERS DETERMINED BY AN INFINITE DOUBLE STOCHASTIC MATRICES AND SETS ASSOCIATED WITH THEM

V. MARKITAN

Definition 1. An infinite double stochastic matrix is a matrix $||q_{ik}||_{i,k\geq 1}$ having nonnegative elements and such that the sum of elements in each row and each column is equal to 1, i.e. both the conditions hold: 1. $q_{ik} \geqslant 0$; 2. $\sum\limits_{k=1}^{\infty} q_{ik} = 1 = \sum\limits_{i=1}^{\infty} q_{ik}$.

Obviously, the permutation of any two rows or columns of a double stochastic matrix gives a double stochastic matrix as well. The following statement implies that there is uncountably many double stochastic symmeric matrices with all positive coefficients, and presents a certain method of constructing them.

Lemma 1. *Let $(a_n)_{n\geq 1}$ be any sequence of non-negative real numbers such that $\sum_{i=1}^{\infty} a_i = 1$. Denote $S_n \equiv a_1 + a_2 + \cdots + a_n, \quad (n \in N)$. Then the matrix $\|q_{ik}\|_{i,k\geq 1}$ with elements* $q_{ik} = \begin{cases} a_{i+k-1}, & \text{if } i \neq k; \\ a_{2i-1} + S_{i-1}, & \text{if } i = k; \end{cases}$ *is an infinite double stochastic symmetric matrix.*

Among the infinite double stochastic symmetric matrices we distinguish a one-parametric family constructed as in Lemma 1 via geometric progressions $\{bq^i\}_{i=0}^{\infty}$, $q \in (0, 1)$.

Lemma 2. *Let $||q_{ik}||_{i\geq 0,k\geq 1}$ be a matrix for which following conditions hold:1) $q_{01} = b \in (0; 1)$; 2) $b + q = 1$; 3) $q_{ik} = bq^{i+k-1}$ for all $i \neq k-1$, $k \in \mathbb{N}$; 4) $q_{ik} = bq^{2(k-1)} + 1 - q^{k-1}$ for all $i = k-1$, $k \in \mathbb{N}$. Then $||q_{ik}||_{i,k\geq 1}$ is an infinite double stochastic symmetric matrix.*

We know that for each $x \in [0, 1)$ there exists a unique sequence of nonneg. integers (α_n): $x = \beta_{\alpha_1 1} + \sum_{k=2}^{\infty} \left[\beta_{\alpha_k k} \prod_{j=1}^{k-1} q_{\alpha_j j}\right] =: \Delta^{Q^*_\infty}_{\alpha_1 \ldots \alpha_k \ldots}$ where $\beta_{0k} \equiv 0, \beta_{ik} \equiv \sum_{j=0}^{i-1} q_{jk}, i, k \in \mathbb{N}$. The last formula is called the Q^*_∞-representation of x generated by the matrix $||q_{jk}||$.

Let us fix a nonnegative integer c and consider the set of numbers, which Q^*_∞-representation (defined by the infinite double stochastic matrix $||q_{jk}||$) does not contain the symbol c, i.e. $D_c \equiv [Q^*_\infty; \bar{c}] = \left\{x : x = \Delta^{Q^*_\infty}_{\alpha_1 \alpha_2 \ldots \alpha_k \ldots}, \text{ where } \alpha_k \neq c \in \{0, 1, 2, 3, \ldots\} \ \ \forall k \in \mathbb{N}\right\}$.

Theorem 1. *The set D_c is nowhere dense and has a positive Lebesgue measure.*

Corollary 1. *For Lebesgue measure $\lambda(D_c)$ of the set D_c $(c \neq 0)$ the following inequalities hold true:*

$$q^{2c+1} - (1 - q^c + q^{c+1})^2 q^{3c+1} < \lambda(D_c) < 1 + \frac{q^{3c+2} - q^c}{1 + q} - \frac{q^{4(c+1)-2}}{1 + q^c}.$$

Institute of Mathematics NAS of Ukraine
E-mail address: v.p.markitan@imath.kiev.ua

АНАЛІЗ ГАРМОНІЧНОГО ПОЛЯ В ОКОЛІ СЕГМЕНТНОЇ СФЕРИЧНОЇ НЕОДНОРІДНОСТІ

Мартиненко Михайло

В класичній математичній фізиці важливе місце приділяється задачам Діріхле і Неймана. Їх об'єднує те, що вони зводяться до знаходження потенціального поля в заданому об'ємі, за умови, що на його граничній поверхні відомі значення гармонічної функції або її потоку. Сучасні дослідження показують, що різного типу неоднорідності (тріщини, інорідні включення та ін.) викликають такі збурення гармонічного поля, які є вирішальними при аналізі фізичного процесу в цілому. Як приклад, можна вказати на турбулентні потоки у аеро-гідродинамічних трубах, які виникають в околі досліджуваних сегментних елементів конструкцій.

В даній доповіді приводяться результати отримані при дослідженні задачі про генерування потенціального поля сферичним сегментом, на якому заданий потік гармонічного поля. Задача розглядається у сферичній системі координат, а фізичні поля розкладаються по ортогональним системам функцій Лежандра. Після підпорядкування гармонічної функції і її потоку мішаним граничним умовам задачу зведено до такої парної системи:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n n r_0^n P_n(\cos\theta) = \Pi(\theta); \quad (0 \le \theta \le \theta_0),$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{n+1} \alpha_n r_0^n P_n(\cos\theta) = 0; \quad (\theta_0 \le \theta \le \pi),$$

де $P_n(\cos\theta)$ — поліноми Лежандра; $\{\alpha_n\}$ — послідовність, невідомих коефіцієнтів; $\Pi(\theta)$ — відомий потік гармонічного поля; r, θ — сферичні координати.

Їх розв'язок знаходився у вигляді спеціального підібраного оператора

$$\alpha_n r_0^n \frac{2n+1}{n+1} = \int_0^{\theta_0} f(t) \sin\left(n + \frac{1}{2}\right) t dt,$$

який привів задачу до інтегро-диференціального рівняння Фредгольма другого роду. Послідовність коефіцієнтів $\{\alpha_n\}$ знайдена в аналітичному вигляді. Показано, що в околі граничного кола сферичного розрізу потік гармонічного поля має кореневу особливість. У випадку продовження сегмента до повної сферичної поверхні отримані результати співпадають із класичною задачею Діріхле для кулі.

Національний університет харчових технологій
E-mail address: martinm15@i.ua

КРУЧЕННЯ ПРУЖНИХ ТІЛ, ОСЛАБЛЕНИХ ЕЛІПСОЇДАЛЬНИМИ ТРІЩИНАМИ

Мартиненко Михайло

Методами електроної дефектоскопії показано [1], що у всіх реальних матеріалах існують різного типу мікродефекти (тріщини, каверни, інорідні включення та ін.), які породжують потужну концентрацію напружень в елементах конструкції. В монографії [2] констатується, що поверхні тріщин в матеріалах переважно мають форму параболоїдальних і еліпсоїдальних поверхневих сегментів. В даній роботі тріщини моделюються математичними розрізами на частині (сегменті) еліпсоїдальної поверхні. Вибір такої геометрії математичного розрізу дозволяє моделювати широкий спектр реальних тріщин (від голкоподібних до монетоподібних).

Відповідно до принципу Бюкнера [3] зовнішні зусилля переносяться на поверхню тріщини і проблема зводиться до розвязання мішаної задачі теорії пружності. Шляхом підпорядкування компонент тензора напружень і переміщень мішаним граничним умовам задача перейшла до розгляду системи парних рядів по функціям Лежандра. Після використання їхнього інтегрального представлення і відповідних розривних сум проблема зведена до модифікованого інтегрального рівняння Абеля. Після застосування формул його обернення, а також методу Кумера в полі узагальнених функцій, знаходження поля напружень в тілі зведено до розв'язку інтегродиференціального рівняння Фрадгольма другого роду. У випадку наближення поверхні еліпсоїда до сфери доведено співпадіння отриманих результатів з точними аналітичними розвя'зками [3].

Проведений асимптотичний аналіз напружно-деформівного стану в околі граничного кола еліпсоїдального розрізу показав, що компоненти тензора напружень мають кореневу особливість поблизу тріщини. На основі чисельних результатів даються інженерні рекомендації до оцінки міцності і надійності елементів конструкцій з подібними дефектами.

Література

[1] Утевский Л.М. Дифракционная электронная микроскопия в металловедении. – М.: Металлургия, 1973. – 583 с.

[2] Екобори Т. Научные основы прочности и разрушения материалов. – Киев: Наук. думка, 1978. – 351 с.

[3] Мартиненко М.А. Мішані просторові задачі математичної теорії пружності: монографія / М.А. Мартиненко. – Київ: Освіта України, 2012. 376 с.

Національний університет харчових технологій
E-mail address: martinm15@i.ua

ЗВ'ЯЗОК МІЖ ПРЕДСТАВЛЕННЯМИ ЧИСЛА РЯДОМ ОСТРОГРАДСЬКОГО 1-ГО ВИДУ ТА РЯДОМ ЕНГЕЛЯ

Мороз М.П.

У математиці широко використовуються різні системи представлення та зображення дійсних чисел, зокрема їх s-кові та нега-s-кові розклади, ланцюгові дроби, Q_s-зображення, представлення рядами Остроградського, Енгеля, Люрота та інші. Природно виникає питання про зв'язок між представленнями одного і того ж дійсного числа в різних системах.

Розглянемо залежність коефіцієнтів розкладу дійсного числа в ряд Енгеля від коефіцієнтів розкладу цього ж числа в ряд Остроградського 1-го виду.

Означення 1. Рядом Остроградського 1-го виду називається знакозмінний ряд вигляду

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{q_1 \cdot q_2 \dots q_n},$$

де послідовність $(q_n) \subset N$ є строго зростаючою.

Означення 2. Рядом Енгеля називається знакододатний ряд вигляду

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(p_1+1)\dots(p_n+1)},$$

де послідовність $(p_n) \subset N$ є неспадною $\lim\limits_{n\to\infty} p_n = +\infty$.

Для рядів Остроградського 1-го виду та рядів Енгеля існують бієкції з множиною ірраціональних чисел з проміжку $(0;1)$, при яких кожному ряду відповідає число, що є його сумою. Кожна часткова сума S_k^O та S_k^E цих рядів є раціональним числом, тому зображується звичайним дробом $\frac{A_k^O}{B_k^O}$ та $\frac{A_k^E}{B_k^E}$ відповідно.

Теорема 1. *Коефіцієнт $p_k, (k \geq 2)$ представлення числа x рядом Енгеля визначається за допомогою коефіцієнтів q_n представлення числа x рядом Остроградського 1-го виду за допомогою рекурентної формули*

$$p_k = \frac{B_{2n}^O}{B_{k-1}^E A_{2n}^O - A_{k-1}^E B_{2n}^O},$$

де $n \geq N_0 \in N$, для яких виконуються співвідношення

$$\frac{B_{k-1}^E}{q_{2n+1}} < \frac{B_{k-1}^E A_{2n}^O - A_{k-1}^E B_{2n}^O}{B_{2n}^O} \quad та \quad \frac{B_{2n}^O}{B_{k-1}^E A_{2n}^O - A_{k-1}^E B_{2n}^O} \notin N.$$

Національний педагогічний університет імені М.П.Драгоманова
E-mail address: nicmoroz@ukr.net

,

ПРО АДАМАРОВІ КОМПОЗИЦІЇ ПОХІДНИХ ГЕЛЬФОНДА–ЛЕОНТЬЄВА АНАЛІТИЧНИХ ФУНКЦІЙ

Мулява Оксана, Фединяк Степан

Для степеневого ряду

$$f(z)=\sum_{k=0}^{\infty} f_k z^k \tag{1}$$

з радіусом збіжності $R[f]\in[0;\infty)$ і степеневого ряду $l(z)=\sum_{k=0}^{\infty} l_k z^k$ з $R[l]\in[0,\infty)$ і $l_k>0$ для всіх $k\geq 0$ степеневий ряд $D_l^{(n)}f(z)=\sum\limits_{k=0}^{\infty}\frac{l_k}{l_{k+n}}f_{k+n}z^k$ називається похідною Гельфонда–Леонтьєва n-го порядку.

Степеневий ряд $(f*g)(z)=\sum_{k=0}^{\infty} f_k g_k z^k$ називається адамаровою композицією ряду (1) і ряду $g(z)=\sum_{k=0}^{\infty} g_k z^k$. Відомо [2], що $R[f*g]\geq R[f]R[g]$ і обернена нерівність може не виконуватися. Для цілих і аналітичних в одиничному крузі функцій у термінах узагальнених порядків, нами досліджено зростання адамарових композицій їхніх похідних Гельфонда–Леонтьєва та вивчено поведінку максимальних членів таких композицій. Доведена така, наприклад, теорема:

Теорема 1. *Нехай $\alpha\in L_{nz}, \beta\in L^0$ і для кожного $c\in(0;+\infty)$ виконується умова*

$$\alpha(x\alpha^{-1}(c\beta(x)))=(1+0(1))c\beta(x),\quad x\to+\infty.$$

Тоді, якщо f і g — цілі функції, а послідовність l_k задовольняє умову

$$0<q=\varliminf_{k\to+\infty}\sqrt[k]{l_k/l_{k+1}}\leq\varlimsup_{k\to+\infty}\sqrt[k]{l_k/l_{k+1}}=Q<+\infty,$$

то для $n<m$

$$\varliminf_{r\to+\infty}\frac{1}{\beta(\ln r)}\alpha\left(\ln\frac{r^{n-m}\mu(r,D_l^{(m)}(f*g))}{\mu(r,D_l^{(n)}(f*g))}\right)=\lambda_{\alpha\beta}[f*g],$$

$$\varlimsup_{r\to+\infty}\frac{1}{\beta(\ln r)}\alpha\left(\ln\frac{r^{n-m}\mu(r,D_l^{(m)}(f*g))}{\mu(r,D_l^{(n)}(f*g))}\right)=\rho_{\alpha\beta}[f*g].$$

Література

[1] Гельфонд А.О., Леонтьєв А.Ф., Об одном обобщении ряда Фурье//Матем. сборник.- Т.23. №3 – 1957.-С.477-500.

[2] Hadamard J. Theoreme sur le series entieres //Acta.math. Bd. – 22. 1899. – S.55-63.

Національний університет харчових технологій, Львівський національний університет імені Івана Франка

E-mail address: oksana.m@bigmir.net, fedynyak@yahoo.com

НЕПЕРЕРВНІ ПЕРЕТВОРЕННЯ ОДИНИЧНОГО ВІДРІЗКА, ЯКІ ЗБЕРІГАЮТЬ ЧАСТОТИ ЦИФР Q_s-ЗОБРАЖЕННЯ ЧИСЛА

Осауленко Р. Ю.

Розглядається фіксоване Q_s-зображення дійсних чисел з відрізку $[0;1]$. Нехай $1 < s$ — фіксоване натуральне число, $A_s \equiv \{0, 1, \ldots, s-1\}$, $Q_s \equiv \{q_0, q_1, \ldots, q_{s-1}\}$ — заданий набір дійсних чисел, $q_i > 0$, $\sum\limits_{j=0}^{s-1} q_j = 1$, $\beta_0 \equiv 0$, $\beta_k \equiv \sum\limits_{j=0}^{k-1} q_i$, $k = 1, 2, \ldots, s-1$. Відомо [1, 2], що *для будь-якого* $x \in [0;1]$ *існує нескінченна послідовність* (α_n), $\alpha_n \in A_s$, $n \in N$, *така що:*

$$x = \beta_{\alpha_1} + \sum_{k=0}^{\infty} \left(\beta_{\alpha_k} \prod_{j=1}^{k-1} q_{\alpha_j} \right) = \triangle^{Q_s}_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3\ldots}. \tag{1}$$

Подання числа x у вигляді ряду (1) називається Q_s-*зображенням* числа x, а $\triangle^{Q_s}_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3\ldots}$ — скорочений запис.

Нехай $m_j = j^2 + 1$, $j \in N$ і

$$v_m(x = \triangle^{Q_s}_{\alpha_1\ldots\alpha_{m-1}\alpha_m\ldots}) = \begin{cases} \triangle^{Q_s}_{\alpha_1\ldots\alpha_{m-1}0\alpha_m\alpha_{m+1}\ldots} \text{ при } \omega^{m-1}(x) \le \triangle^{Q_s}_{([s-1]0)}; \\ \triangle^{Q_s}_{\alpha_1\ldots\alpha_{m-1}\alpha_{m+1}\ldots} \text{ при } \omega^{m-1}(x) > \triangle^{Q_s}_{([s-1]0)}. \end{cases} \tag{2}$$

Побудуємо послідовність неперервних функцій $\Big(f_j\Big$: $f_j(x) = v_{m_j}\Big(f_{j-1}(x)\Big)$, $f_0(x) = x$. Знайдемо границю $f(x) = \lim\limits_{j\to\infty} f_j(x)$, отримана неперервна функція $f(x)$ — це приклад функції, яка зберігає частоти цифр без збереження хвостів Q_s-зображення їх аргументів.

В доповіді представлено приклади побудови неперервних перетворень $[0;1]$, які зберігають хвости Q_s-зображення чисел, та ті, які зберігають частоти цифр Q_s-зображення числа, вивчаються множинні та групові властивості.

[1] Працьовитий М. В. Фрактальний підхід у дослідженнях сингулярних розподілів. – Вид-но НПУ ім. М. П. Драгоманова, 1998. – 296с.

[2] Працевитый Н. В. Случайные величины с независимыми Q_2-символами // Асимптотические методы в исследовании стохастических моделей. – Киев: Ин-т математики АН УССР, 1987. – с.92-102.

Інститут математики НАН України
E-mail address: romanosaulenko@gmail.com

НЕГА-s-КОВЕ ЗОБРАЖЕННЯ ЯК ТРИВІАЛЬНЕ ПЕРЕКОДУВАННЯ s-КОВОГО ЗОБРАЖЕННЯ ДІЙСНИХ ЧИСЕЛ

Працьовитий М.В.

Сьогодні людство оперує різними числовими системами (системами чисел, які утворюють певні алгебраїчні структури і мають деяку степінь автономності). Це системи натуральних, цілих, раціональних, дійсних, комплексних, гіперкомплексних чисел тощо. Представник тієї чи іншої числової системи має свій зміст і форму існування, які йому надає система числення.

Системою числення називається сукупність засобів для

1) представлення=подання (математичного вираження);
2) зображення (кодування, скороченого, формального запису);
3) найменування чисел;
4) їх ідентифікації та порівняння;
5) а також побудови арифметики.

Кожна система числення має свій алфавіт (скінченний або нескінченний) — сукупність символів для формального запису числа. Далі мова йтиме про дійсні числа.

Нехай $1 < s$ — фіксоване натуральне число, $A_s \equiv \{0, 1, \ldots, s-1\}$ — алфавіт s-кової системи числення, $L_s \equiv A_s \times A_s \times \ldots \times A_s \times \ldots$ — простір послідовностей елементів алфавіту A_s.

Нагадаємо, що зміст s-кового зображення $\Delta^s_{\alpha_1\alpha_2\ldots\alpha_n\ldots}$ числа $x \in [0;1]$, де $(\alpha_n) \in L_s$, розкриває рівність

$$x = \frac{\alpha_1}{s} + \frac{\alpha_2}{s^2} + \cdots + \frac{\alpha_n}{s^n} + \cdots \equiv \Delta^s_{\alpha_1\alpha_2\ldots\alpha_n\ldots}. \tag{1}$$

Тут представленням числа x є ряд (1), при цьому послідовність $a_n = s^n$ є базисною, а цифри α_n відіграють роль чисел у поданні числа і символів у його зображенні.

Теорема 1. *Для будь–якого числа $x \in [0;1]$ існує послідовність $(\tau_n) \in L_s$ така, що*

$$x = \frac{s}{s+1} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\tau_n}{(-s)^n} \equiv \overline{\Delta}^s_{\tau_1\tau_2\ldots\tau_n\ldots} = \tag{2}$$

$$= 1 - \frac{\gamma_1}{s} + \frac{\gamma_2}{s^2} - \frac{\gamma_3}{s^3} + \ldots = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\gamma_n}{(-s)^n}, \tag{3}$$

де $\gamma_n \in \{1, 2, \ldots, s\}$.

Доведення. Добре відомо, що для числа x існує послідовність $(\alpha_n) \in L_s$ така, що

$$x = \frac{\alpha_1}{s} + \frac{\alpha_2}{s^2} + \ldots + \frac{\alpha_n}{s^n} + \ldots.$$

Тоді

$$\begin{aligned} x &= 1 - 1 + \frac{\alpha_1}{s} + \frac{\alpha_2+1}{s^2} - \frac{1}{s^2} + \frac{\alpha_3}{s^3} + \frac{\alpha_4+1}{s^4} - \frac{1}{s^4} + \frac{\alpha_5}{s^5} + \ldots = \\ &= 1 - \frac{s-\alpha_1}{s} + \frac{\alpha_2+1}{s^2} - \frac{s-\alpha_3}{s^3} + \frac{\alpha_4+1}{s^4} - \frac{s-\alpha_5}{s^5} + \ldots = \\ &= 1 - \frac{\gamma_1}{s} + \frac{\gamma_2}{s^2} - \frac{\gamma_3}{s^3} + \frac{\gamma_4}{s^4} - \frac{\gamma_5}{s^5} + \ldots = \\ &= 1 + \frac{\gamma_1}{(-s)^1} + \frac{\gamma_2}{(-s)^2} + \frac{\gamma_3}{(-s)^3} + \frac{\gamma_4}{(-s)^4} + \frac{\gamma_5}{(-s)^5} + \ldots, \end{aligned}$$

де $\gamma_n = \begin{cases} s - \alpha_n, & \text{якщо} \quad n\text{– непарне}, \\ \alpha_n + 1, & \text{якщо} \quad n\text{– парне}, \end{cases} \qquad \gamma_n \in \{1, 2, \ldots, s\}.$

Якщо покласти $\tau_n \equiv \gamma_n - 1$, то $\tau_n \in \{0, 1, 2, \ldots, s-1\}$ і маємо

$$x = 1 + \frac{\tau_1}{(-s)^1} - \frac{1}{s} + \frac{\tau_2}{(-s)^2} + \frac{1}{s^2} + \frac{\tau_3}{(-s)^3} - \frac{1}{s^3} + \frac{\tau_4}{(-s)^4} + \frac{1}{s^4} + \ldots.$$

Оскільки $1 - \frac{1}{s} + \frac{1}{s^2} - \frac{1}{s^3} + \ldots = \frac{s}{s+1}$, то

$$x = \frac{s}{s+1} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\tau_n}{(-s)^n}, \quad \text{де} \quad \tau_n \in A_s,$$

що й вимагалось довести. □

Означення 1. Розклад числа x у ряд (3) називається його *нега-s-ковим представленням*, а його формальний запис $\overline{\Delta}^s_{\tau_1\tau_2\ldots\tau_n\ldots}$ — нега-s-ковим зображенням. При цьому τ_n називається n-ою цифрою даного зображення.

Зауваження 1. Хід доведення теореми 1 вказує на зв'язок s-кового та нега-s-кового зображень одного і того ж числа, а саме: цифри τ_n нега-s-кового зображення $\overline{\Delta}^s_{\tau_1\tau_2\ldots\tau_n\ldots}$ числа $x = \Delta^s_{\alpha_1\alpha_2\ldots\alpha_n\ldots}$ обчислюються за формулою

$$\tau_n = \begin{cases} s - 1 - \alpha_n, & \text{якщо} \quad n\text{– непарне}, \\ \alpha_n, & \text{якщо} \quad n\text{– парне}. \end{cases}$$

Якщо ж відоме нега-s-кове зображення числа $x = \overline{\Delta}^s_{\tau_1\tau_2\ldots\tau_n\ldots}$, то цифри його s-кового зображення можна отримати за формулами:

$$\alpha_n = \begin{cases} s - 1 - \tau_n, & \text{якщо} \quad n\text{– непарне}, \\ \tau_n, & \text{якщо} \quad n\text{– парне}. \end{cases}$$

Отже, $\Delta^s_{a_1a_2\ldots a_n\ldots} = \overline{\Delta}^s_{[s-1-a_1]a_2[s-1-a_3]a_4[s-1-a_5]a_6\ldots}$.

Це дає підставу стверджувати, що нега-s-нове зображення по своїй суті є лише перекодуванням s-кового зображення числа x. Для більш повного обґрунтування такого висновку досить провести аналіз його тополого-метричних властивостей.

НПУ імені М.П. Драгоманова
E-mail address: prats4444@gmail.com

, ,

ПРО КЛАС ФУНКЦІЙ, ВИЗНАЧЕНИХ В ТЕРМІНАХ Q_3-ЗОБРАЖЕННЯ ДІЙСНИХ ЧИСЕЛ, ЩО ЗБЕРІГАЮТЬ ЦИФРУ З ПРИМНОЖЕННЯМ

Працьовитий М.В., Василенко Н.А., Замрій І.В.

В роботі [1] у термінах Q_3-зображення дійсних чисел, тобто чисел, що визначаються ймовірнісним вектором Q_3 з додатними координатами (q_0, q_1, q_2) та розкладом

$$x = \beta_{\alpha_1} + \sum_{k=2}^{\infty} \left(\beta_{\alpha_k} \prod_{j=1}^{k-1} q_{\alpha_j} \right) \equiv \Delta^{Q_3}_{\alpha_1\alpha_2\ldots\alpha_k\ldots}, \text{ де } \beta_0 = 0, \beta_i = \sum_{j=0}^{i-1} q_j, \ \alpha_k \in A_3 = \{0, 1, 2\},$$

досліджується континуальний клас P функцій f, визначених рівністю:

$$y = f(x) = f(\Delta^{Q_3}_{\alpha_1\alpha_2\ldots\alpha_k\ldots}) = \Delta^{Q_3}_{\gamma_1\gamma_2\ldots\gamma_k\ldots},$$

де цифри γ_n Q_3-зображення числа y задовольняє умовам:
1) $\gamma_n = 1 \Leftrightarrow \alpha_n(x) = 1$;
2) якщо $\alpha_n(x) \neq 1$, то γ_n залежить від перших n Q_3-цифр аргументу x, тобто

$$\gamma_n = \gamma_n(x) = \varphi_n(\alpha_1(x), \alpha_2(x), \ldots, \alpha_n(x)).$$

У доповіді, послаблюючи умову 1), а саме, замінюючи її умовою:
1′) $\alpha_n(x) = 1 \Rightarrow \gamma_n = 1$, пропонуються результати дослідження властивостей функцій g класу $G \supset P$. Окрема увага приділяється питанням про масивність множини $G_c \subset G$ неперервних на відрізку $[0; 1]$ функцій та конструювання модельних прикладів функцій g з класу G_c, які мають фрактальні властивості і для яких додатково вивчаються їхні диференціальні, самоафінні та інтегральні властивості.

Література

[1] *Працьовитий М.В., Замрій І.В.* Неперервні функції, які зберігають цифру 1 Q_3-зображення числа // Буковинський математичний журнал. – Т.3, № 3-4. – Чернівці: Чернівецький національний університет, 2015. – С. 142-159.

[2] *Працьовитий М. В.* Фрактальний підхід у дослідженнях сингулярних розподілів — Київ: Вид-во НПУ імені М. П. Драгоманова, 1998. — 296 с.

Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова, Інститут математики НАН України

E-mail address: nata_va@inbox.ru

,

АНАЛОГ ТРИБІН-ФУНКЦІЇ, ОЗНАЧЕНИЙ В ТЕРМІНАХ ПРЕДСТАВЛЕННЯ ЧИСЕЛ У ДВІЙКОВІЙ ТА КАНТОРІВСЬКІЙ ДВІЙКОВО-ТРІЙКОВІЙ СИСТЕМАХ ЧИСЛЕННЯ

Працьовитий М.В., Маслова Ю.П.

Відома теорема Кантора стверджує, що коли (s_n) — задана послідовність натуральних чисел, більших за 1, $A_{s_n} = \{0, 1, 2, \ldots, s_n - 1\}$, $L = A_{s_1} \times A_{s_2} \times \ldots \times A_{s_n} \times \ldots$, то для будь–якого $x \in [0; 1]$ існує послідовність $(\alpha_n) \in L$ така, що

$$x = \frac{\alpha_1}{s_1} + \frac{\alpha_2}{s_1 s_2} + \ldots + \frac{\alpha_n}{s_1 s_2 \ldots s_n} + \ldots \equiv \Delta^{(s_n)}_{\alpha_1 \alpha_2 \ldots \alpha_n \ldots}. \tag{1}$$

Числа зліченної множини мають два представлення рядом (1). Це числа виду

$$\Delta^{(s_n)}_{c_1 \ldots c_m (0)} = \Delta^{(s_n)}_{c_1 \ldots [c_m - 1][s_{m+1} - 1][s_{m+2} - 1] \ldots [s_{m+k} - 1] \ldots}.$$

Решта чисел мають єдине зображення у формі (1).

Зафіксувавши послідовність (s_n):

$$s_n = \begin{cases} 2, & \text{якщо } n \text{ непарне} \\ 3, & \text{якщо } n \text{ парне} , \end{cases}$$

ми отримуємо систему числення з базисною послідовністю

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{2 \cdot 3}, \frac{1}{2^2 \cdot 3}, \frac{1}{2^2 \cdot 3^2}, \frac{1}{2^3 \cdot 2^2}, \ldots,$$

яку називаємо *канторівською двійково-трійковою системою.*

Розглядається функція f, яка числу $x = \Delta^{(s_n)}_{\alpha_1 \alpha_2 \ldots \alpha_n \ldots}$ ставить у відповідність число

$$y = \Delta^{2}_{\beta_1 \beta_2 \ldots \beta_n \ldots} = \frac{\beta_1}{2} + \frac{\beta_2}{2^2} + \cdots + \frac{\beta_n}{2^n} + \cdots \tag{2}$$

$$\beta_1 = \begin{cases} 0, \text{ якщо } \alpha_n = 0, \\ 1, \text{ якщо } \alpha \neq 0; \end{cases} \qquad \beta_{n+1} = \begin{cases} \beta_n, \text{ якщо } \alpha_{n+1} = \alpha_n, \\ 1 - \beta_n, \text{ якщо } \alpha_{n+1} \neq \alpha_n, n \in N. \end{cases} \tag{3}$$

Теорема 1. *Функція f, означена рівностями (2)–(3), є неперервною недиференційовною функцією.*

У доповіді пропонуються результати детального дослідження її структурних, варіаційних, інтегральних та фрактальних властивостей, а саме: 1) властивостей рівнів; 2) властивостей графіків; 3) трансформації розмірності Хаусдорфа–Безиковича борелівських підмножин відрізка [0;1] під дією f; 4) множин особливостей диференціального характеру.

Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова
E-mail address: prats4444@gmail.com, julia0609mas@gmail.com

,

ОДИН КЛАС ФУНКЦІЙ З ФРАКТАЛЬНИМИ ВЛАСТИВОСТЯМИ І РОЗПОДІЛИ ЙМОВІРНОСТЕЙ НА ЇХНІХ ГРАФІКАХ

Працьовитий М.В., Ратушняк С.П.

Нехай $A \equiv \{0,1\}$, $0 < q_0$ — задане дійсне число, менше 1, $q_1 = 1 - q_0$. Розглядається функція f, яка задовольняє умову

$$f(\Delta^{Q_2}_{\alpha_1\alpha_2\ldots\alpha_{n-1}\alpha_n\alpha_{n+1}\ldots}) = \Delta^{Q_2}_{\varphi(\alpha_1,\alpha_2)\varphi(\alpha_2,\alpha_3)\ldots\varphi(\alpha_{n-1},\alpha_n)\varphi(\alpha_n,\alpha_{n+1})\ldots},$$

де φ — фінітна функція, визначена на чотирьохелементній множині $X = A \times A$, а $\Delta^{Q_2}_{\alpha_1\alpha_2\ldots\alpha_n}\ldots - Q_2$-зображення числа $x \in [\,0,1]$, тобто

$$x = \beta_{\alpha_1(x)} + \sum_{k=2}^{\infty}(\beta_{\alpha_k(x)}\prod_{j=1}^{k-1} q_{\alpha_j(x)}) = \Delta^{Q_2}_{\alpha_1\alpha_2\ldots\alpha_n}\ldots,$$

при цьому з двох зображень одного й того ж числа $\Delta^{Q_2}_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3\ldots\alpha_n 1(0)} = \Delta^{Q_2}_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3\ldots\alpha_n 0(1)}$ використовуватимемо те, що містить період (0).

Існує 16 різних функцій φ, а отже, і 16 функцій f, які задовольняють вищевказаним умовам. Дві з них тривіальні («виродженні»). Це функції, породжені функцією $\varphi(a,b) = Const$. Серед решти 14 функцій існує 7 пар двоїстих функцій — ті, що мають «однакові» властивості з точністю до симетрії цифр та графіків. Це функції породжені наступними функціями φ:

$$\varphi_1(a,b) = \begin{cases} 0, \text{якщо } a\cdot b = 0, \\ 1, \text{якщо } a\cdot b \neq 0; \end{cases} \qquad \varphi_2(a,b) = \begin{cases} 0, \text{якщо } a(a+b) \neq 1, \\ 1, \text{якщо } a(a+b) = 1; \end{cases}$$

$$\varphi_3(a,b) = \begin{cases} 0, \text{якщо } a(a+b) = 0, \\ 1, \text{якщо } a(a+b) \neq 0; \end{cases} \qquad \varphi_4(a,b) = \begin{cases} 0, \text{якщо } b(a+b) \neq 1, \\ 1, \text{якщо } b(a+b) = 1; \end{cases}$$

$$\varphi_5(a,b) = \begin{cases} 0, \text{якщо } b(a+b) = 0, \\ 1, \text{якщо } b(a+b) \neq 0; \end{cases} \qquad \varphi_6(a,b) = \begin{cases} 0, \text{якщо } a = b, \\ 1, \text{якщо } a \neq b; \end{cases}$$

$$\varphi_7(a,b) = \begin{cases} 0, \text{якщо } a+b = 0, \\ 1, \text{якщо } a+b \neq 0. \end{cases}$$

Властивості однієї з таких функцій вивчались у роботі [1].

У доповіді пропонуються результати дослідження структурних, варіаційних, інтегральних та фрактальних властивостей функцій f, породжених φ_1 і φ_6.

Література

[1] *Працьовитий М.В., Ратушняк С.П.* Розподіл значень однієї фрактальної функції від випадкового аргумента // Науковий часопис НПУ імені М.П. Драгоманова. Серія 1. Фізико-математичні науки. - Київ: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2014. - № 16(2). С 150. - 160.

НПУ імені М.П. Драгоманова
E-mail address: prats4444@gmail.com, ratush404@gmail.com

,

СИНГУЛЯРНІ ФУНКЦІЇ КАНТОРІВСЬКОГО ТИПУ, ЯКІ НЕ МАЮТЬ ПРОМІЖКІВ МОНОТОННОСТІ ЗА ВИНЯТКОМ ПРОМІЖКІВ СТАЛОСТІ

Працьовитий М.В., Свинчук О.В.

Означення 1. Неперервна функція називається *сингулярною функцією канторівського типу*, якщо її множина несталості є ніде не щільною множиною нульової міри Лебега.

Нехай $\Delta^{Q_s^*}_{\alpha_1(x)\ldots\alpha_k(x)\ldots}$ — Q_s^*-зображення числа $x \in [0,1]$, визначене нескінченною періодичною стохастичною матрицею $Q_s^* = \|q_{ij}\|$, $i \in A_s \equiv \{0,\ldots,s-1\}$, $j \in N$, тобто

$$x = \beta_{\alpha_1 1} + \sum_{k=2}^{\infty}\left[\beta_{\alpha_k k}\prod_{j=1}^{k-1} q_{\alpha_j j}\right], \quad \alpha_j \in A_s,$$

де $\beta_{0j} = 0$, $\beta_{ij} = \sum\limits_{k=0}^{i-1} q_{kj}$, $i \in A_s \setminus \{0\}$, $j \in N$.

Нехай $G_s^* = \|g_{ij}\|$ — нескінченна матриця, $j \in N$, $i \in A_s$ така, що:

1. $|\ g_{ij}\ | < 1$; 2. $g_{0j} + g_{1j} + \ldots + g_{[s-1]j} = 1$; 3. $\gamma_{0j} = 0, 0 < \gamma_{ij} = \sum\limits_{k=0}^{i-1} g_{kj} < 1$;

4. $\forall(i_j), i_j \in A_s$ має місце $\sum\limits_{k=2}^{\infty}\prod\limits_{j=1}^{k-1}\{|g_{i_j j}|\} < \infty$.

Розглядається функція $f(x) = \gamma_{\alpha_1(x)1} + \sum_{k=2}^{\infty}\left(\gamma_{\alpha_k(x)k}\prod_{j=1}^{k-1} g_{\alpha_j(x)j}\right)$.

У доповіді розглядається випадок, коли в матриці $\|g_{ij}\|$ є нескінченна кількість нулів і нескінченна кількість стовпців з від'ємними елементами.

Лема 1. *Неперервна функція $f(x)$ буде функцією канторівського типу тоді і тільки тоді, коли серед елементів матриці $\|\ g_{ij}\ \|$ існує нескінченна кількість нулів.*

Теорема 1. *Для того, щоб функція f була сингулярною функцією канторівського типу, необхідно і достатньо, щоб множина $C = C[Q_s^*, V_n]$, де $V_n = \{v : g_{vn} \neq 0\}$, мала нульову міру Лебега, тобто $\sum\limits_{k=1}^{\infty} W_k = \infty$, де $W_k = \sum\limits_{i:g_{ij}=0} q_{ik}$, $k \in Z$. Якщо ж $\sum\limits_{k=1}^{\infty} W_k < \infty$, то f буде сингулярною функцією квазіканторівського типу.*

Теорема 2. *Сингулярні функції канторівського типу, які не мають проміжків монотонності за винятком проміжків сталості, є функціями як обмеженої, так і необмеженої варіації.*

Національний педагогічний університет імені М.П.Драгоманова
E-mail address: 7011990@ukr.net

,

АНАЛОГ ІНВЕРСОРА ЦИФР ДЛЯ ЛАНЦЮГОВОГО ЗОБРАЖЕННЯ ЧИСЕЛ

Працьовитий М.В., Чуйков А.С.

Розглядається функція f, означена в ірраціональних точках інтервалу $(0;1)$ рівністю:

$$f([a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots]) = [b_1, b_2, \ldots, b_n, \ldots],$$

де

$$b_1 = 1,\ b_n = \begin{cases} 1, & \text{якщо } a_n \neq 1; \\ n, & \text{якщо } a_n = 1, n = 2, 3, \ldots, \end{cases}$$

і доозначена в усіх раціональних точках півінтервалу $(0;1]$ рівністю

$$f([a_1, a_2, \ldots, a_n]) = [b_1, b_2, \ldots, b_n],$$

з домовленістю з двох можливих ланцюгових зображень аргумента використовувати лише те, у якого останній елемент відмінний від 1.

Лема 1. *Образ циліндра $\Delta^{c.f.}_{a_1a_2\ldots a_n}$ при відображенні f належить множині*

$$\Delta^{c.f.}_{b_1b_2\ldots b_n1} \cup \Delta^{c.f.}_{b_1b_2\ldots b_n[n+1]}.$$

Теорема 1. *Множиною значень функції f є множина канторівського типу (ніде не щільна множина нульової міри Лебега)*

$$E_f = \bigcap_{k=1}^{\infty} F_k = \lim_{k\to\infty} F_k,$$

де

$$F_1 = \Delta^{c.f.}_1,\ F_k = \bigcup_{b_2\in\{1,2\}} \bigcup_{b_3\in\{1,3\}} \cdots \bigcup_{b_k\in\{1,k\}} \Delta^{c.f.}_{1b_2b_3\ldots b_k}.$$

Теорема 2. *Функція f є ніде не монотонною на інтервалі $(0;1)$.*

У доповіді будуть представлені диференціальні, інтегральні та фрактальні властивості функції f.

Інститут математики НАН України, Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова

E-mail address: chyikov.artem@gmail.com

ON A NORMAL FORM FOR AN IMPLICIT DIFFERENTIAL EQUATION NEAR ITS SINGULAR POINT

LYUDMYLA PROTSAK

Let $F(x, y, z)$ be a real analytic function defined in a domain D containing the origin of the space $\mathbb{R}^3$. The implicit differential equation $F(x, y, y') = 0$ associated with F is equivalent to the system in $\mathbb{R}^3$

$$F(x, y, z) = 0 \quad \wedge \quad \mathrm{d}F(x, y, z) = 0 \quad \wedge \quad z\mathrm{d}x - y = 0.$$

The 1-form $\alpha := z\mathrm{d}x - y$ and the corresponding vector field $\mathbf{a}(x, y, z) := (z, -1, 0)$ define a contact structure in $\mathbb{R}^3$. An appropriately parametrized regular curve $\mathbf{r}(\cdot) : I \mapsto \mathbb{R}^3$ given by equations $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$ is an integral curve of (1) if it is a phase curve of the system

$$\dot{\mathbf{r}}(t) = \nabla F(\mathbf{r}) \times \mathbf{a}(\mathbf{r}) \quad \wedge \quad F\left(\mathbf{r}(t)\right) = 0 \quad \forall t \in I.$$

starting from a point of zero level set $F^{-1}(0)$. It is not hard to see that this set is an invariant one. A nontrivial problem is to construct the phase portrait of the for the above system near its singular point.

In this report, to study the above problem in the case where the singular point is the origin, i.e. $F(0) = F'_x(0) = F'_z(0) = 0$, we apply the method of contact normalization.

A local diffeomorphism $h(\cdot)$ of a neighborhood of $0 \in \mathbb{R}^3$ is said to be contact if it transforms the contact form α into a proportional one: $f^*\alpha \propto \alpha$ Since $h(\cdot)$ maps integral curves of the initial implicit equation into integral curves of the implicit equation $F \circ h^{-1}(x, y, y') = 0$, it is natural to choose $h(\cdot)$ in such a way that the function $F \circ h^{-1}(\cdot)$ be as simple as possible.

Firstly we show that without loss of generality we may consider the case where the second order Taylor polynomial of F has the form $F_2(x, y, z) = y + ax^2 + bz^2$. Our main result is as follows

Theorem 1. *Let λ_1, λ_2 be the roots of the polynomial $\lambda^2 - \lambda + 4ab$. Suppose that the numbers $1, \lambda_1, \lambda_2$ are rationally independent and $16ab \neq 1$. Then there exists a formal contact diffeomorphism reducing the initial differential equation to the form $F_2(x, y, y') = 0$. The integral curves of this equation are obtained by projecting phase curves of the integrable system*

$$\dot{x} = 2bz, \quad \dot{y} = 2bz^2, \quad \dot{z} = -2ax - z$$

onto the plane $z = 0$.

National Pedagogical Dragomanov University
E-mail address: protsak_l_v@ukr.net

ПРОФЕСОР В. П. ДУЩЕНКО — ВИДАТНИЙ ФІЗИК-ЕКСПЕРИМЕНТАТОР

Пудченко С. А.

Українська школа фізиків-експериментаторів формувалася в Університеті св. Володимира.

Вперше в 1875 р. у Київському університеті св. Володимира Авенаріус М.П. ввів лабораторні заняття з фізики та залучав студентів до наукової роботи. Авенаріус Михайло Петрович (1835–1895) — фізик, метеоролог, член-кореспондент Петербурзької АН, професор, доктор фізики, вчений зі світовим ім'ям. Він був засновником першої вітчизняної школи фізиків-експериментаторів. Це і уможливило з часом появу цілої когорти вітчизняних видатних фізиків-експериментаторів-педагогів. Вихованці його школи стали відомими вченими і педагогами, серед яких був і Г.Г. Де-Метц.

Георгій Георгійович Де-Метц (1861-1947) — професор, український фізик і методист, авторитет в галузі радіоактивності, укладач першого в Україні курсу методики викладання фізики в школах. З 1931 по 1941 роки професор Г.Г. Де-Метц очолював кафедру загальної фізики Київського інституту народної освіти імені М.П. Драгоманова. Після Г.Г. Де-Метца кафедру очолює професор Олександр Калістратович Бабенко, відомий український фізик-методист, який всі свої роботи присвячує питанням методики фізики. Він узагальнив досвід М.П. Авенаріуса, Г.Г. Де-Метца, Й.Й. Косоногова та С.П. Слєсаревського і в своїх роботах започаткував новітню Київську науково-методичну школу.

Пізніше кафедру фізики очолює професор Михайло Федорович Казанський — відомий теплофізик, доктор технічних наук. Він продовжив школу експериментальної фізики і підготував цілу плеяду фізиків-експериментаторів, серед яких виділявся професор В.П.Дущенко.

Професор В.П.Дущенко є учнем Бабенко О.К. і Казанського М.Ф.. Він був людиною енциклопедичних знань у галузях фізико-математичних наук, історії, філософії, педагогіки і, загалом, високоінтелектуальною культурною особистістю, патріот України, прихильник демократичного напрямку в освіті. В.П.Дущенко мав талант викладача, мудрого вчителя і досвідченого керівника, він продовжив школу фізиків-експериментаторів започатковану М.П. Авенаріусом створивши власну школу. Він розробив методичні вказівки з курсу фізики для практичних занять і лабораторних робіт. Підготував і видав підручники з курсу загальної фізики, лабораторний та фізичний практикуми для студентів педагогічних інститутів. Під його безпосереднім керівництвом підготовлено 2 доктори і 37 кандидатів наук.

Національний педагогічний університет імені М.П.Драгоманова
E-mail address: dirkivc@ukr.net

THE EXPANSION OF CLASSICAL THEOREM ON MEAN VALUE ON THE COMPLEX FUNCTIONS

RADZIEVSKAYA E.

The classical mean-value theorem for real-valued functions $f(z)$ defined on the interval $[z_0, z_1]$ states.

Theorem 1. *Let f be real-valued continuous function on a close interval $[z_0, z_1]$ and differentiable in the open interval (z_0, z_1). Then there is a point ξ at which the equality*

$$f(z_1) - f(z_0) = f'(\xi)(z_1 - z_0). \tag{1}$$

holds.

This result extends to the real-valued and differentiable functions defined in the convex domain Ω in the n-dimensional Euclidean space. In this case for $z_0, z_1 \in \Omega$ the following equation holds $f(z_1) - f(z_0) = Df(\xi)(z_1 - z_0) = (\text{grad} f(\xi), z_1 - z_0)$.Here ξ point lies on the straight line segment that connects z_0 to z_1. For $n = 1$ it coincides with formula (1) and for $n = 2$ it gives an extension of the mean value theorem to functions whose domains lie in the complex plane, but whose ranges are real numbers. The situation changes if f is allowed to take non real values. Let $f(z) = e^{iz}$ and $z_1 = z_0 + 2\pi$. Then the left-hand side of (1) vanishes, whereas the right-hand side is nonzero for any ξ. Nevertheless, Robertson J. and then Samuelsson A. have proven theorems which guarantees the existence of at least one ξ in the disk $U((z1 + z0)/2; |z1 - z0|/2)$ for which (1) is valid. Their results establish the existence of mean value ξ for the validity of the formula (1), but they do not answer how close the points z_0 and z_1 must be located.

Now we consider the Theorem from which can be find out the range of its applicability.

Theorem 2. *Let f be a holomorphic non-linear function in D, $z_0 \neq z_1$ and the closure of the disk $U((z_1 + z_0)/2; |z_1 - z_0|/2)$ lies entirely in D. Suppose that s is the minimal natural number for which $f^{(s+1)}((z_1 + z_0)/2) \neq 0$ and*

$$|z_1 - z_0| \left(\sup_{\zeta \in U((z_1+z_0)/2;\ |z_1-z_0|/2)} |f^{(s+2)}(\zeta)| \right) < \frac{s+2}{s+3}(2s + 1 - (-1)^s)|f^{(s+1)}((z_1 + z_0)/2)|.$$

Then the disk $U((z_1 + z_0)/2;\ |z_1 - z_0|/2)$ contains at least one, but at most s different points ξ for which (1) is valid.

National University of Food Technologies
E-mail address: radzl58@mail.ru

КОНТРПРИКЛАДИ В АНАЛІЗІ МНОЖИН НЕПОВНИХ СУМ ЧИСЛОВИХ РЯДІВ

Ігор Савченко

Множиною підсум або *неповних сум* заданого числового ряду

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + ... + a_n + ... = S_n + (a_{n+1} + a_{n+2} + ...) = S_n + r_n$$

називається множина

$$E\{a_n\} \equiv \left\{ x : \ x = x(M) = \sum_{n \in M \subset \mathbb{N}} a_n, \quad M \in 2^{\mathbb{N}} \right\},$$

а кожен її елемент — *підсумою* або *неповною сумою* даного ряду.

Симетричним канторвалом (M-канторвалом) називається непорожня компактна підмножина $S \subset \mathbb{R}^1$ така, що:

1) S є замиканням своєї внутрішньості;

2) обидва кінці кожної нетривіальної компоненти множини S є граничними точками тривіальних (одноточкових) компонет множини S.

Прикладом симетричного канторвалу є множина, яка гомеоморфна множині

$$C_0 \cup \bigcup_{n=1}^{\infty} G_{2n-1} = [0,1] \setminus \bigcup_{n=1}^{\infty} G_{2n},$$

де G_k — об'єднання всіх центральних третин, які вилучаються із відрізка $[0,1]$ на k-му кроці побудови класичної множини Кантора C_0. Така множина є об'єднанням ніде не щільної множини і множини, яка є об'єднанням відрізків.

При виконанні умови

$$\overline{\lim_{n\to\infty}} \frac{a_n}{r_n} = +\infty$$

множина $E\{a_n\}$ може бути як аномально фрактальною, так і суперфактальною.

У доповіді будуть представлені конструкції знакододатних рядів, послідовності відношень (a_n/r_n) членів та відповідних залишків яких є необмеженими, а множини їх неповних сум є симетричними канторвалами.

Національний педагогічний університет імені М. П. Драгоманова
E-mail address: igorsav4enko@ukr.net

,

ПРО СКІНЧЕННІ РІВНІ НЕПЕРЕРВНИХ ВІДОБРАЖЕНЬ

В.М. Сафонов, О.П. Зінькевич

Знання багатьох властивостей сукупності усіх рівнів функції (відображення) часто дають змогу охарактеризувати її структурні особливості. У зв'язку з цим важливою задачею є дослідження в термінах категорії множини рівнів дійсних функцій.

Відомо, що рівні функції неперервної на відрізку являють собою замкнені множини, скінченні або нескінченні. Застосовуючи категорний підхід, можна охарактеризувати множину скінченних рівнів неперервної функції однієї дійсної змінної [1].

Важливими в багатьох випадках виявляються дослідження, які пов'язані з неперервними відображеннями, що не мають інтервалів сталості. Отже, маємо твердження.

Теорема 1. *Нехай $f : [a, b] \to R$ — неперервне нульвимірне відображення таке, що множина його скінченних рівнів скрізь другої категорії на $f([a, b])$. Тоді множина нескінченних рівнів відображення f ніде не щільна.*

Те, що вище наведена теорема не є вірною без додаткової вимоги про нульвимірність відображення, показує приклад відомої канторової функції [2].

Із теореми 1 випливає такий результат.

Теорема 2. *Якщо неперервне нульвимірне відображення $f(x)$, $x \in [a, b]$ має множину E скінченних рівнів скрізь другої категорії, то множина $E \subset f([a, b]) \subset R$ містить внутрішні точки відносно простору R на будь-якому інтервалі $(\alpha, \beta) \subset f([a, b])$.*

Література

[1] Сафонов В.М., Нещадим О.М., Зінькевич О.П., Про множину скінченних рівнів неперервних функцій / Науковий вісник Національного університету біоресурсів і природокористування України. Серія "Техніка та енергетика АПК". — 2015. — вип. 209, Ч.2. — С. 281-286.

[2] Гелбаум Б., Олмстед Дж., Контрпримеры в анализе — М.: Мир, 1967. — 252 с.

Національний університет харчових технологій
E-mail address: safonov_v_m@ukr.net, zin.val@gmail.com

НОРМАЛЬНІ БАЗИСИ СКІНЧЕННОГО ПОЛЯ І ЇХ ВЛАСТИВОСТІ

Скуратовський Р.В.

Означення 1. Елемент $\alpha \in F_{q^n}$ є нормальним елементом над підполем F_q, якщо спряжені з ним елементи α^{q^i} $(0 \leq i \leq n-1)$ над F_q є лінійно незалежними над F_q.

Теорема 1. *Якщо елемент $\alpha \in F_{q^n}$ нормальний над F_q, то елемент $\alpha^p \in F_{q^n}$ також нормальний над F_q.*

Доведення. Оскільки $\alpha \in F_{q^n}$ нормальний над F_q, то будь-який елемент $a \in F_{q^n}$ можна однозначно записати у вигляді лінійної комбінації

$$a = \sum_{i=0}^{n-1} a_i \alpha^{q^i}$$

з коефіцієнтами $a_i \in F_{q^n}$. Покажемо, що α^p теж є нормальним елементом в F_{q^m} над F_q. Тобто $\{\alpha^p, \alpha^{pq}, ..., \alpha^{pq^{n-1}}\}$ — нормальний базис поля F_{q^n} над F_q. Від супротивного, нехай елементи $\{\alpha^p, \alpha^{pq}, ..., \alpha^{pq^{n-1}}\}$ є ЛЗ над F_q, тобто існує $(c_1, c_2, ..., c_n) \neq (0, 0, ..., 0)$: $c_1\alpha^p + c_2\alpha^{pq} + ... + c_n\alpha^{pq^{n-1}} = 0$. Тоді також існують $d_1,\ d_2 \in F_q$, що $d_1^p = c_1,\ d_2^p = c_2,\ ...\ , d_n^p = c_n$. Такі коефіцієнти шукаємо за формулою $d = a^{\frac{q}{p}}$. Нехай $d_1^p\alpha^p + d_2^p\alpha^{pq} + ... + d_n^p\alpha^{pq^{n-1}} = 0$, тоді в силу того, що характеристика поля p, маємо $d_1^p\alpha^p + d_2^p\alpha^{pq} + ... + d_n^p\alpha^{pq^{n-1}} = (d_1\alpha + d_2\alpha^q + ... + d_n\alpha^{q^{n-1}})^p = 0$, тобто $d_1\alpha + d_2\alpha^q + ... + d_n\alpha^{q^{n-1}} = 0$ але це протиріччя, бо $\{\alpha, \alpha^q, ..., \alpha^{q^{m-1}}\}$ — базис.

□

Наслідок 1. *Якщо $\alpha \in F_{q^n} = F_{p^{mn}}$ нормальний над F_q, то $\alpha^{p^i} \in F_{q^n}$, $(0 \leq i \leq mn-1)$ також нормальний над F_q.*

МАУП
E-mail address: rqout@ukr.net

СИМЕТРИЧНІ ЧИСЛА

Скуратовський Р.В.

Нехай p, $q \in \mathbb{N}$, позначатимемо x_p-представлення числа x в p-адичній системі числення.

Означення 1. Числа $x \in (0,1)$, що задовольняють співвідношенню $x_p = (1-x)_q$ будемо називати $p;q$ центрально симетричними.

Теорема 1. *Непорожня множина чисел x, $x \in (0,1)$, представлення яких в p-адичній системі співпадає з представленням $1-x$ в q-адичній системах числення, тобто числа, що задовольняють співвідношення $x_p = (1-x)_q$ є множиною, яка гомеоморфна множині Кантора.*

Якщо $p = \min\{p,q\}$, то розмірність Хаусдорфа вище згаданої множини рівна $\log_{pq}((p-1)q+p)$.

Теорема 2. *Центрально симетричні числа існують не для всіх основ систем числення p і q.*

Доведення. Достатньо помітити, що характеристичне співвідношення цих чисел — $x_2 + (1-x)_5 = 1$ не виконується для жодного x, $x \in (0,1)$.

□

Література

[1] *В.А. Орлов, Н.В. Медведев, Н.А. Шимко, А.Б. Домрачева* Теория чисел в криптографии. МГТУ им. Н. Э. Баумана. Учебное пособие, г. 2011, 223 с.

[2] *R. Skuratovskii, Generators and relations for sylows p-subgroup of group S_n*. Naukovi Visti KPI. **4** (2013) 94–105.

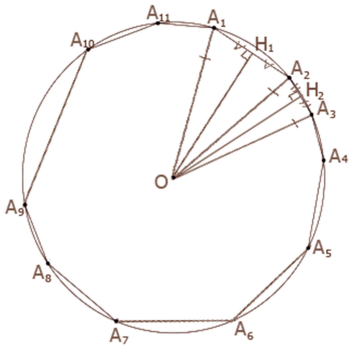
МАУП
E-mail address: rqout@ukr.net

КРИТЕРІЙ ВПИСАНОСТІ В КОЛО ДОВІЛЬНОГО n-КУТНИКА

Скуратовський Р. В.

У 2006 р. Смірновим [1] вдалося знайти критерій вписності для 5-кутника $ABCDE$. $\frac{AB}{\sin(B+D)} = \ ... \ = \frac{AE}{\sin(C+E)} = -2R$, де $B+D$ і $C+E$ суми відповідних вписаних кутів.

Цей критерій легко узагальнюється для випадку вписаності в коло многокутника з непарною кількістю кутів, хоча доведення у [1] наводиться лише для 5 кутника. Насправді навіть їх доведення автор легко узагальнює до критерію вписаності довільного n-кутника. Але ми пропонуємо більш загальний критерій вписаності n-кутника.



Теорема 1. *Випуклий многокутник M_n є вписаним тоді і тільки тоді коли серединні перепендикуляри його сторін перетинаються в одній точці.*

Доведення. Необхідну і достатні умови вписаності випуклого n-кутника можна переформулювати так: многокутник є вписаним в коло радіусу R, тоді і тільки тоді коли виконується рівність

$$\frac{A_1A_2}{\cos\alpha_1} = \frac{A_2A_3}{\cos\alpha_2} = ... = \frac{A_1A_n}{cos\alpha_n} = 2R, \tag{1}$$

де $\cos\alpha_i$ — це косинус кута $\angle OA_iA_{i+1}$ у $\Delta A_iA_{i+1}O$, $1 \le i < n$. Кут $\angle OA_iA_{i+1} = 90 - \angle A_iOA_{i+1} : 2$ а $\angle A_iOA_{i+1} = 2\angle A_iA_kA_{i+1}$, $k \ne i, k \ne i+1$, тобто $\angle A_iA_kA_{i+1}$ вписаний кут з [1]. Оскільки у трикутнику ΔA_1A_2O виконується $OA_1 = OA_2 = R$, то він рівнобедрений і висота OH_1 є медіаною, тому $A_1H_1 = A_2H_2$ і катет A_1H_1 трикутника ΔA_1H_1O рівний $\frac{A_1A_2}{2}$. Аналогічне виконується в кожному $\Delta A_iA_{i+1}O$. Помітимо, що $\cos\alpha_i = \frac{A_iH_i}{R} = \frac{A_iA_{i+1}}{2R}$, де R — гіпотенуза прямокутного трикутника ΔA_iOH_i, звідси $2R = \frac{A_iA_{i+1}}{\cos\alpha_i}$. Отже, в силу довільності значення індексу i, $1 \le i \le n$ рівність (1) виконується. Доведемо достатність. З того, що H_1O серединний перпендикуляр слідує, що ΔA_1A_2O є рівнобедреним. З аналогічних причин ΔA_2A_3O теж рівнобедрений і сторона OA_2 у ΔA_1A_2O і ΔA_2A_3O спільна. Отже, $OA_1 = OA_2 = OA_3 = R$. Аналогіно аналізуємо ΔA_3A_4O і маємо $OA_3 = OA_4 = OA_1 = OA_2$. Подібним чином отримуємо, що $OA_1 = OA_2 = OA_3 = ... = OA_n = R$. □

Література

[1] Смирнова А., Смирнов В., Вписанные и описанные многоугольники // Квант, 2006, №4, с. 33 – 34.

МАУП
E-mail address: rqout@ukr.net

,

В'ЯЗКІ РОЗВ'ЯЗКИ РІВНЯНЬ НА ЧАСОВИХ ШКАЛАХ

Станжицький О. М., Лаврова О. Є.

Нехай $\mathbb{T}$ — часова шкала — довільна, непорожня, замкнена підмножина дійсних чисел і $\sup \mathbb{T} = +\infty$ [1]. Розглядається сім'я задач оптимального керування на відрізку $[t, t_1]_{\mathbb{T}}$, $t \in [t_0, t_1]_{\mathbb{T}}$, $t_0, t_1 \in \mathbb{T}$:

$$x^{\Delta} = f(t, x, u), \tag{1}$$

$$x(t) = x \in \mathbb{R}^d, \tag{2}$$

$$J(t, x, u) = \int_{[t,t_1)_{\mathbb{T}}} L(s, x(s), u(s))\Delta s + \Psi(x(t_1)), \tag{3}$$

де $x \in R^d$ — фазовий вектор, $u = u(t)$ — вектор керування, $U \subset R^m$ — компакт в R^m. Для кожного $t \in [t_0, t_1)_{\mathbb{T}}$ нехай $U_0(t) = L^{\infty}([t, t_1]_{\mathbb{T}}, U)$ — множина обмежених, Δ-вимірних функцій, які визначені на $[t, t_1]_{\mathbb{T}}$ і приймають значення в U. В задачі (1)–(3) допустимим вважаємо керування $u(\cdot) \in U_0(t_0)$.

Стандартним чином вводиться функція Белмана

$$V(t, x) = \inf_{u(\cdot) \in U_0(t)} J(t, x, u) \tag{4}$$

і вивчаються її властивості: обмеженість та локальна і глобальна ліпшицевість.

В роботі вводиться поняття в'язкого розв'язку відповідного рівняння Белмана і встановлюються умови існування та єдиності такого розв'язку.

[1] **M. Bohner, A. Peterson.** Advances in dynamic equations on time scales. / Birkhäuser Boston Inc., Boston, MA, 2003.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
E-mail address: ostanz@gmail.com, lavrova_olia@mail.ru

, , , ,

СУЧАСНА МЕТОДОЛОГІЯ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ РЕАЛЬНИХ СИСТЕМ І ПРОЦЕСІВ З НЕПОВНОЮ ВХІДНОЮ ІНФОРМАЦІЄЮ

Тихонова В.В., Бохонова Т.Ю., Томащук О.П., Гроза В.А., Лещинський О.Л.

В процесі моделювання економічних, екологічних, соціальних систем, технічних систем — контролю, діагностики, класифікації, кластеризації станів об'єктів різного походження виникає питання невизначеності, зокрема, вхідних даних. Розв'язок цього питання на сьогодні передбачає застосування нових інформаційних технологій, складовою яких є інтелектуальні засоби обробки інформації. До невизначеності відносять задачі з неповною і неточною інформацією. Вони являють собою класи слабо структурованих або неструктурованих задач. Для таких задач використання класичних «жорстких» алгоритмів моделювання складних систем, які передбачають регламентовану постановку задачі і покроковий процес отримання результатів, може виявитись малоефективним, тому що передбачає обробку точних повних і несуперечливих чисельних вхідних даних, що може не відповідати високому рівню невизначеності задачі.

На сьогодні, разом з традиційними методами моделювання і обчислення (hard computing), використовують так звані «м'які обчислення» (soft computing), що визначають комп'ютерну методологію обробки інформації. Компонентами вказаної методології, зокрема, є: нечітка логіка, нейрокомп'ютинг, генетичні обчислення, хаотичні системи тощо. В останній час до «м'яких обчислень» стали відносити й імунокомп'ютинг, заснований на використанні штучних імунних систем.

Група авторів, досліджуючи зміст, внутрішні і зовнішні взаємозв'язки вказаних компонент, вивчає коректність використання кожної з них для конкретних класів задач. У залежності від рівня складності моделі і наявності інформації про систему, можна виокремити наступні області ефективного застосування моделей систем:

1) невисока складність системи, наявність повної або майже повної інформації про неї — класичні моделі систем;

2) середня складність системи, суттєво неповна інформація — нечіткі моделі систем;

3) високий рівень складності системи, майже відсутня інформація про систему — біоінспіровані моделі (нейромережеві моделі, генетичні алгоритми, імунні системи).

Сучасні біонічні принципи застосовують також до розв'язання широкого класу прикладних задач, які складорозв'язні класичними методами, особливо в області NP-повних задач оптимізації. Клас задач, повних для недетермінованого поліноміального часу, називають NP-повним. Цей клас включає в себе «класичні» задачі комбінаторики (наприклад, задача про комівояжера, про гамільтонів цикл, цілочисельного лінійного програмування тощо), а також задачі, що передбачають інтелектуальні алгоритми.

Національний авіаційний університет
E-mail address: valentina.groza@gmail.com

ПРО ПРОБЛЕМУ ДОВІРЧОСТІ ЛОКАЛЬНО ТОНКИХ СИСТЕМ ПОКРИТТІВ ДЛЯ ОБЧИСЛЕННЯ РОЗМІРНОСТІ ХАУСДОРФА–БЕЗИКОВИЧА ТА ПАКУВАЛЬНОЇ РОЗМІРНОСТІ

Г.М. Торбін

У доповіді буде здійснено огляд відомих результатів, що стосуються питань довірчості (недовірчості) локально тонких систем покриттів для обчислення розмірності Хаусдорфа-Безиковича та пакувальної розмірності; представлено ряд нових результатів щодо довірчості сімейств циліндричних та надциліндричних множин, породжених розкладами дійсних чисел із скінченним та нескінченними алфавітами.

Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова
E-mail address: torbin7@gmail.com

ON LOCALLY GRADED p-GROUPS WITH AN NSC-SUBGROUP

O.O. TREBENKO

One of the trends in modern group theory is the study of the influence of given system of complemented subgroups of a group on the structure of the group itself.

Recall that a subgroup H of the group G is called complemented in G if there exists some subgroup D of G such that $G = HD$ and $H \cap D = 1$. It is also said that D is a complement of H in G.

It was natural to consider groups G in which every subgroup containing some fixed subgroup A has a normal complement in G. In this report such subgroup is called an NSC-subgroup.

Recall also that a group is said to be locally graded, if its every nonidentity finitely generated subgroup has a proper subgroup of finite index (S.N.Chernikov, 1970).

Author obtained the following result.

Theorem 1. *Let p be a prime. A finite subgroup A of a locally graded p-group G is an NSC-subgroup iff $G = A \times B$ where B is elementary abelian.*

In connection with Theorem 1, remark that the class of locally graded groups is extremely wide. All finite, solvable, locally finite, locally solvable, residually finite, linear groups, RN-groups are locally graded.

National Pedagogical Dragomanov University
E-mail address: trebenko@npu.edu.ua

ПІФАГОРОВІ ТРІЙКИ

Тушич А. М.

Теорема Піфагора — один з видатних і, водночас, найкрасивіших результатів елементарної математики. Якщо розв'язком теореми Піфагора є прямокутний трикутник з цілочисельними сторонами, то такий трикутник називають піфагоровим, а самі ці числа — піфагоровими трійками.

Деякі піфагорові трійки, зокрема так званий єгипетський трикутник, були відомі і використовувалися ще задовго до Піфагора вавилонянами, єгиптянами, індійцями тощо. Багато віків єгипетський трикутник активно використовували для побудови прямих кутів землеміри і архітектори. Заслугою Піфагора є те, що він узагальнив цю залежність для всіх прямокутних трикутників, тобто розв'язав цю задачу в ірраціональних числах.

Ця задача має досить тісні зв'язки з іншими видатними математичними відкриттями. Вона належить і до діофантових рівнянь, і є підґрунтям до відомої теореми Ферма, і є частковим випадком геронових трійок чисел та мають зв'язок з числами Фібоначчі. У зв'язку з цим задача залишається актуальною і сьогодні.

У роботі розглянуто види піфагорових трійок, їхні властивості і ряд способів їхньої генерації, також визначено, що кожній піфагоровій трійці відповідає деяка точка на одиничному колі з раціональними координатами, розглянуто абелеву алгебраїчну групу (операція додавання кутів піфагорових трійок разом з множиною всіх піфагорових трійок).

Національний педагогічний університет імені М. П. Драгоманова
E-mail address: tuschych94@gmail.com

,

ON PROPERTIES AND APPLICATIONS OF RINGS $\mathbb{Z}[\sqrt[n]{d}]$

O.O. TREBENKO, N.M.TSYBULSKA

Research in the field of algebraic number theory is one of the important directions of research in modern mathematics. Interest in this theory is caused, primarily, by wide applications.

The report will be devoted to the survey of authors' results on principal ideal rings $\mathbb{Z}[\sqrt[n]{d}]$, where $d \neq 1$ is a squarefree integer, $n \in \mathbb{N}\backslash\{1\}$, and their applications.

National Pedagogical Dragomanov University
E-mail address: natasha.tsubm@gmail.com

ЗАДАЧА ГАУССА–КУЗЬМІНА ДЛЯ ЗОБРАЖЕННЯ ЧИСЕЛ ЗНАКОЗМІННИМИ РЯДАМИ ЛЮРОТА

Хворостіна Ю.В.

Представлення дійсного числа $x \in (0;1]$ у вигляді знакозмінного ряду Люрота [1]:

$$x = \frac{1}{a_1} + \sum_{n\geq 2} \frac{(-1)^{n-1}}{a_1(a_1+1)\dots a_{n-1}(a_{n-1}+1)a_n},\ a_n \in \mathbb{N},$$

ми символічно записуємо у вигляді $x = \Delta^{\widetilde{L}}_{a_1a_2\dots a_n\dots}$ і праву частину цієї рівності називаємо $\widetilde{L}$-зображенням числа x.

Нехай $u = \Delta_{a_1a_2\dots a_n\dots}$ — деяке зображення числа u, а $z_n(u) = \Delta_{a_{n+1}\dots a_{n+k}\dots}$. Розглянемо множину

$$E_n(x) = \{u : \quad u \in (0;1], \quad z_n(u) < x\}.$$

Задача Гаусса–Кузьміна полягає у визначенні границі міри Лебега множини $E_n(x)$ при $n \to \infty$. Така задача для ланцюгових дробів, тобто u представлено у вигляді ланцюгового дробу, була вперше сформульована К.Ф. Гауссом, а вперше опубліковано повне розв'язання даної задачі Р.О. Кузьміним.

Розв'язок задачі Гаусса–Кузьміна для $\widetilde{Q}_\infty$-зображень чисел було описано М.В. Працьовитим у монографії [3].

Враховуючи тополого-метричні властивості [1], [2] зображення чисел знакозмінними рядами Люрота ($\widetilde{L}$-зображення) легко довести наступне твердження.

Теорема 1. *Міра Лебега множини $E_n(x)$, де $x = \Delta^{\widetilde{L}}_{a_1a_2\dots a_n\dots}$, не залежить від n і рівна x.*

Література

[1] *Працьовитий М.В.* Основи метричної теорії зображення дійсних чисел знакозмінними рядами Люрота та найпростіші застосування / М.В. Працьовитий, Ю.В. Хворостіна // Наук. час. НПУ ім. М.П.Драгоманова. Серія 1. Фіз-мат. науки. — К.: НПУ ім. М.П. Драгоманова, 2010. — №11.— С.102–118.

[2] *Pratsiovytyi M.* Topological and metric properties of distributions of random variables represented by the alternating Lüroth series with independent elements / M. Pratsiovytyi, Yu. Khvorostina // Random Oper. Stoch. Equ. — 2013. — Vol. 21, no. 4. — P. 385–401.

[3] *Працьовитий М. В.* Фрактальний підхід у дослідженнях сингулярних розподілів. — Київ: Вид-во НПУ імені М. П. Драгоманова, 1998. — 296 с.

Сумський державний педагогічний університет імені А.С. Макаренка
E-mail address: khvorostina13@mail.ru

ПРО ТЕОРЕМУ КЛЕМЕНТА

Хмельницький М. О.

Широко відомий наслідок з теореми Вільсона, доведений Клементом [1], а саме, що пара натуральних чисел n та $n+2$ є простими числами-близнюками тоді й лише тоді, коли $4[(n-1)!+1]+n \equiv 0 \mod n(n+2)$. В цій же роботі Клемент сформулював твердження про те, що три натуральних числа n, $n+2$ та $n+6$ є одночасно простими тоді й лише тоді, коли

$$4320(4[(n-1)!+1]+n)+361n(n+2) \equiv 0 \mod n(n+2)(n+6).$$

Контрприкладом до останнього твердження є трійка чисел $n=7$, $n+2=9$ та $n+6=13$. Щоб пояснити шлях усунення суперечності, розглянемо загальний випадок, коли пара натуральних чисел n та $n+2k$ будуть одночасно простими.

Нехай для натуральних m та l число $T_l(m)$ позначає найбільший дільник числа m, взаємно простий з l. Має місце наступна теорема [2, 3].

Теорема 1. *Нехай n та k — натуральні числа такі, що*

$$T_{2k}(2k(2k)!) \not\equiv 0 \mod n. \tag{1}$$

Тоді пара чисел n та $n+2k$ будуть одночасно простими тоді й лише тоді, коли

$$2k(2k)![(n-1)!+1]+[(2k)!-1]n \equiv 0 \mod n(n+2k). \tag{2}$$

Зауважимо, що в деяких випадках обмеження (1), яке необхідно при доведенні достатності, можна послабити або прибрати зовсім. Так, при $k=1$ це тривіально. При $k=2$ (відп., $k=3$) заперечення умови (1) перепишеться у вигляді $3 \equiv 0 \mod n$ (відп., $5 \equiv 0 \mod n$), звідки випливає, що n не є складеним. Проте воно необхідно вже при $k=4$. Дійсно, заперечення умови (1) запишеться у вигляді

$$315 = 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \equiv 0 \mod n,$$

звідки легко знайти пару чисел, наприклад, $n = 3^2 \cdot 5 = 45$ і $n+8 = 53$ або $n = 3^2 \cdot 7 = 63$ і $n+8 = 71$, які задовольняють умову (2), але вони не є простими.

Література

[1] *Clement P. A.* Congruences for sets of primes // Amer. Math. Month. — 1949. — **56.** — P. 23–25.

[2] *Хмельницкий Н. А.* О конгруэнциях для множества простых чисел // Науковий часопис НПУ імені М.П.Драгоманова. Серія 1. Фізико-математичні науки. — К.: НПУ імені М.П. Драгоманова. — 2014, №16. — С. 255-256.

[3] *Хмельницький М. О.* Прості числа: навч. посіб. — Кам'янець-Подільський: Аксіома, 2014. — 116 с.

Національний технічний університет України «КПІ імені Ігоря Сікорського»
E-mail address: khmelnit@meta.ua

МЕТОДИКА ОЦІНКИ ЕФЕКТИВНОСТІ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕННЯ ЗА УМОВИ ЗАСТОСУВАННЯ ІНФОРМАЦІЙНОЇ ТЕХНОЛОГІЇ ТАРГЕТИНГУ

Шевченко Г. В.

Розглядається задача відбору оптимальної кількості інформаційних оголошень на різних інтернет-ресурсах. Ефективність інвестування в інформаційну технологію таргетингу повідомлень — це величина, що характеризує відношення витрачених інвестицій рекламного спрямування та одержаних вигід з врахування впливу фактору часу та мінімізації ризиків. Необхідно знайти об'єм рекламних повідомлень, який потрібно розмістити на різних майданчиках в межах допустимого бюджету, з метою максимізувати досяжність до цільової аудиторії. Питання оцінки економічної ефективності прийняття рішення ґрунтовно розкрито в наукових дослідженнях, які знайшли своє практичне втілення у цілому ряді методик, розроблених фахівцями UNIDO — спеціалізованої установи в системі ООН, МБРР, ЕБРР, Європейського Союзу. За основними положеннями ці методики подібні і розрізняються лише ступенем деталізації розрахунків [1].

Автором використані методи теорії системного аналізу, зокрема методи системного оцінювання ступеня і рівня ризику під час розкриття невизначеності дій протидіючих сторін [2, 3]. В розглянутому варіанті є шляхи вибору рекламування їх: із застосуванням таргетингу і рівномірного рекламування для всього ринку телекомунікаційних послуг, отже, виникає потреба обрати один з них. Крім того, потрібно врахувати вплив вибору альтернативи конкуруючою компанією. Між альтернативами і множиною варіантів немає взаємооднозначної відповідності. Тобто кожній альтернативі ставиться у відповідність множина виходів $z_{ij} = g(x_{i1}, x_{j2})$, $i = 1, \ldots, n$, $j = 1, \ldots, n$ де x_{i1} — альтернатива, обрана першою компанією, а x_{j2} – альтернатива конкуруючої компанії.

Ефективність альтернативних стратегій в умовах конкуренції і неповної інформованості знаходиться за допомогою точкових і інтервальних оцінок результатів рішень щодо застосування тієї, чи іншої стратегії у разі передбачуваних дій конкурента, якими є значення функції корисності на множині виходів. В якості функції корисності компанії обрано загальний прибуток P_a, оскільки він досить легко може бути зведеним до грошового виміру, отже $E(x) = [P_a(z)]^*$. Результати z_k $(k = 1, \ldots, m)$ вибору стратегії x_{i1} $(i = 1, \ldots, n)$ мають корисність $P(z_{kj}) = g^k_{ij}(x_{i1}; x_{j2})$, $i = 1, \ldots, n$; $j = 1, \ldots, n$ і призводять до гарантованого прибутку g^*_k. Тоді економічну ефективність використання кожної стратегії можна знайти за формулою: $E(x) = \max_k P(z_k)$. Для розкриття невизначеності поведінки протидіючих компаній використано два підходи: орієнтування на досягнення гарантованого результату за найгірших умов і орієнтування на найімовірніший варіант поведінки конкуруючої компанії і забезпечити собі найкращий результат за цих умов. В такому разі для знаходження гарантованого прибутку для кожної з конкуруючих компаній використовується критерій: $g^*_1 = \max_{x_1} \min_{x_2} g_2(x_1, x_2)$.

Література

[1] Сіліна С.В. Вибір критеріїв та методів оцінки ефективності інвестицій природоохоронного призначення [Електронний ресурс] / С.В. Сіліна // Ефективна економіка. – 2011. – №5. – Режим доступу до журн.: http://www.economy.nayka.com.ua.

[2] Charnes A., Cooper W.W., DeVoe J.K., Learner D.B., Reinecke W. A goal programming model for media planning / A. Charnes, W.W. Cooper, J.K.DeVoe, D.B. Learner // Management Science 14, 1968.–P. 422-430.

[3] Айвазян З. Антикризисное управление: принятие решений на краю пропасти / З. Айвазян // Проблемы теории и практики управления. – 1999. – № 4. – С. 94-100.

Державний університет телекомунікацій, м. Київ, Україна
E-mail address: foxik.ryzyy@gmail.com

ПРО ТОЧНІ РОЗВ'ЯЗКИ РІВНЯННЯ $u_t = h_1(u)u_{xx} + h_2(u)u_x + h_3(u)$

Юрик Іван

Робота присвячена побудові точних розв'язків нелінійного рівняння дифузії

$$u_t = h_1(u)u_{xx} + h_2(u)u_x + h_3(u), \tag{1}$$

де $u = u(t,x)$ — гладка функція, u_t, u_x — похідні по відповідним змінним, $h_1(u) = \beta_0 + \beta_1 u$, $h_2(u) = \lambda_0 + \lambda_1 u + \lambda_2 u^2$, $h_3(u) = a_4u^4 + a_3u^3 + a_2u^2 + a_1u + a_0$ є ненульовими многочленами з дійсними коефіцієнтами, степені яких не перевищують 1, 2, 4 відповідно. Рівняння (1) є узагальненням класичного рівняння Бюргерса $u_t = u_{xx} + \mu u u_x$, а також відомих рівнянь Фішера $u_t = u_{xx} + u(1-u)$ і Марі $u_t = u_{xx} + \lambda u u_x + a_2u^2 + a_1u$, які використовуються в сучасній математичній біології. Максимальною алгеброю інваріантності рівняння (1) є алгебра Лі, яка породжена операторами

$$P_0 = \frac{\partial}{\partial t}, \quad P_1 = \frac{\partial}{\partial x}.$$

У випадку $h_1(u) = 0, h_2(u) = 0, h_3(u) = a_3u^3 + a_2u^2 + a_1u + a_0, a_3 \neq 0$ рівняння має нетривіальну Q-умовну симетрію, що дає можливість побудувати деякі класи точних розв'язків такого рівняння [1, 2]. У даній роботі ці розв'язки узагальнюються на випадки рівняння (1). Для цього ми використовуємо підстановку Коула–Хопфа

$$u = k\frac{z_x}{z}, \tag{2}$$

де k — стала, $z = z(x,t)$. Ця підстановка зводить задачу знаходження функції $z = z(x,t)$, а отже, і розв'язків рівняння (1), до інтегрування системи двох лінійних рівнянь. В роботі [3] з'ясовано, для яких параметрів $\beta_0, \beta_1, \lambda_0, \lambda_1, \lambda_2$ рівняння (1) має розв'язки вигляду (2). Використовуючи цей результат нами побудовані нові точні розв'язки рівняння (1).

Література

[1] Фущич В.І., Сєров М.І. Умовна інваріантність і редукція нелінійного рівняння теплопровідності // Доповіді АН УРСР. Сер. А. – 1990. – № 7. – С. 24–28.

[2] Clarkson P.A. Symmetry reduction and exact solutions of a class of nonlinear heat equations // Physica D. – 1990. – Vol. 70. – P. 250–288.

[3] Юрик І.І. Про неліївські розв'язки нелінійного рівняння реакції–дифузії // Доповіді НАН України. Сер. А. – 2004. – № 12. – С. 3–8.

Національний університет харчових технологій
E-mail address: i.yu@ukr.net

МОЖЛИВІ ЗАСТОСУВАННЯ ТЕХНОЛОГІЇ BLENDED LEARNING В НАВЧАННІ ВИЩОЇ АЛГЕБРИ

М.С. Антошків

В умовах інформаційного суспільства кожний фахівець повинен постійно оновлювати свій запас професійних знань і вмінь. Тому провідною компетентністю випускника вищого навчального закладу сьогодні стає здатність до самонавчання. Для формування даної компетентності недостатньо просто збільшити обсяг самостійної роботи студента. Необхідно ретельно продумати, як вона буде організована, її зміст, взаємозв'язки і характер завдань. Крім того, потрібно враховувати і те, що часто студенти, зокрема першокурсники, погано володіють навичками самоорганізації, не мають уявлення про прийоми і способи самонавчання, і тому їхня самостійна робота — малоефективна.

Особливо гостро питання організації самостійної роботи постає при викладанні фундаментальних математичних дисциплін. Введення ЗНО призвело до того, що в багатьох школах процес навчання математики старшокласників тепер здебільшого зводиться до формування навичок розв'язування типових завдань; натомість, вміннями доводити твердження, обґрунтовувати висновки, знаходити та аргументувати той чи інший хід розв'язання часто просто нехтують. В результаті більшість першокурсників мають низький рівень загальної математичної підготовки та математичної культури. Все це істотно впливає на ефективність самостійної роботи студентів (далі — СРС) під час вивчення математичних дисциплін у ВНЗ (зокрема, найабстрактнішої з них — вищої алгебри).

В процесі підготовки майбутніх педагогів організація СРС має свої особливості. Для таких студентів важливо не лише засвоїти навчальний матеріал, але й згодом якісно подати його своїм учням. Водночас, вчитель повинен знати, і як навчити учнів працювати самостійно, поділитися з ними власним досвідом самонавчання. Потрібно враховувати ще й те, що в процесі підготовки майбутніх вчителів велике значення має „живе" спілкування. Саме завдяки такому спілкуванню студентам передається безцінний методичний досвід викладача, формується їхня комунікативна компетентність. Популярні на даний час освітні інструменти (наприклад, MOOCs) достатній обсяг „живого" спілкування забезпечити не можуть. Значить, їхнє використання за зразком західних ВНЗ не задовольнятиме потреби вітчизняних студентів.

Враховуючи зазначені вимоги до організації СРС в навчанні вищої алгебри майбутніх вчителів математики, на нашу думку, на сьогоднішній день кращим варіантом такої організації є реалізація принципів так званого змішаного навчання — Blended

Learning. Сучасний зміст даного поняття найповніше передано в [1]: „змішане (комбіноване) навчання — це цілеспрямований процес здобування знань, умінь та навичок в умовах інтеграції аудиторної та позааудиторної навчальної діяльності суб'єктів освітнього процесу на основі використання і взаємного доповнення технологій традиційного, електронного, дистанційного та мобільного навчання при наявності самоконтролю студента за часом, місцем, маршрутами та темпом навчання".

Пропонуємо серед різноманітних моделей змішаного навчання [2] обирати ті, реалізація яких сприяє пожвавленню навчального процесу та переходу студентів з позиції пасивних слухачів на роль активних співавторів занять. Ґрунтовні дослідження ефективності подібних моделей змішаного навчання вищій алгебрі в українських педагогічних ВНЗ на даний момент практично відсутні. Саме тому, наразі необхідне комплексне дослідження для створення дійсно ефективної вітчизняної моделі змішаного навчання. Крім того, знайдені рішення повинні чітко враховувати специфіку вищої алгебри як науки високого рівня абстрактності.

Таким чином, технологія змішаного навчання, вдало адаптована до реалій та традицій українського освітнього простору, на нашу думку, має всі шанси стати ефективним засобом організації самостійної роботи в навчанні вищої алгебри майбутніх вчителів математики. Подібний підхід дозволить не просто покращити організацію СРС, але й сприятиме якісній підготовці сучасного фахівця, готового до саморозвитку і професійного самовдосконалення. Водночас, реалізації даної технології має передувати комплексне науково-методичне дослідження, яке дозволить створити найефективнішу модель змішаного навчання вищій алгебрі в педагогічному ВНЗ.

Література

[1] Кухаренко В. М. Змішане навчання. Вебінар. [Електронний ресурс]: – Режим доступу: http://www.wiziq.com/online-class/2190095-intel-blended (дата звернення 27.09.2016).

[2] Габенко І. М. Змішане навчання як необхідна умова удосконалення парадигми системи вищої освіти [Електронний ресурс] / І. М. Габенко // „Актуальные научные исследования в свете развития научного потенциала Восточной Европы": мат. Международной конференции студентов и молодых ученых (Харьков, 1 июня 2015 г.). – Харків. – 2015. – С. 20.

[3] Антошків М. С., Требенко О. О. Blended learning як перспективна технологія навчання вищої алгебри майбутніх вчителів математики./ М. С. Антошків, О. О. Требенко // Відкрите освітнє е-середовище сучасного університету. – 2016. – №2. – С.76-83. – ISSN: 2414-0325.

Національний педагогічний університет імені М.П.Драгоманова
E-mail address: antoshkiv_mariya@mail.ru

ЗАСТОСУВАННЯ СТАТИСТИЧНИХ КРИТЕРІЇВ В ЕКОНОМЕТРІЇ

Бойчук Т. О.

Економетрія — це порівняно новий напрямок економічної науки, який, насамперед, ставить собі за мету обґрунтований аналіз та прогнозування економічних явищ на базі математико-статистичних методів. Методи математичної статистики широко використовуються при аналізі різноманітних процесів і явищ. Окреме місце відводиться перевірці гіпотез за допомогою статистичних критеріїв.

Існує велика кількість підручників та навчальних посібників з математичної статистики та теорії ймовірностей, в яких ґрунтовно викладено інформацію про основні статистичні критерії та розглянуто приклади їх застосувань, але публікацій, присвячених застосуванням статистичних критеріїв саме в економетрії, не так багато.

В доповіді аналізується можливості застосувань деяких найпоширеніших статистичних критеріїв (параметричних та непараметричних) в економетрії, межі їх застосовності, наводяться приклади основних типів економетричних задач, що передбачають перевірку різних типів статистичних гіпотез.

В таблиці наведено короткий огляд основних типів задач та відповідних статистичних критеріїв, що розглядаються в доповіді.

Економетрична задача (етап задачі)	Тип статистичної гіпотези гіпотези	Статистичні критерії
Аналіз вхідних вибіркових даних	Гіпотеза про тип розподілу генеральної сукупності	Критерії згоди (Пірсона, Колмогорова-Смірнова та ін.)
Оцінка взаємозв'язків (кореляційний аналіз)	Гіпотеза про статистичну значущість коефіцієнтів кореляції; гіпотеза про наявність мультиколінеарності	Критерій Стьюдента, критерій Холлендера
Тестування автокореляції	Гіпотеза про статистичну значущість коефіцієнта автокореляції	Критерій Дарбіна-Уотсона, критерій фон Неймана
Тестування гетероскедастичності	Гіпотеза про наявність гетероскедастичності	Критерій Фішера, критерій Спірмена, критерій Кендела
Оцінка параметрів моделі (МНК або УМНК)	Гіпотеза про адекватність моделі; гіпотези про значущість параметрів моделі	Критерій Фішера, критерій Стьюдента, критерій Тейла
Прогнозування	Визначення довірчих інтервалів з заданим рівнем значущості	Критерій Стьюдента, нормальний розподіл

Національний педагогічний університет імені М.П.Драгоманова
E-mail address: vredino4ka2310@bk.ru

ДЕЯКІ ПИТАННЯ МЕТОДИКИ НАВЧАННЯ ЕЛЕМЕНТІВ СТОХАСТИЧНОЇ ФІНАНСОВОЇ МАТЕМАТИКИ

Гончаренко Я.В.

В доповіді розглядаються деякі питання невчання елементів стохастичної фінансової математики магістрантів спеціальності 111 Математика (спеціалізації: фінансова математика або математична економіка) педагогічних університетів.

Курс «Стохастична фінансова математика» як правило (в тому числі і в НПУ імені М. П. Драгоманова) вивчається після класичного курсу фінансової математики. Враховуючи наступність відповідних навчальних програм, ми пропонуємо розглядати в даному курсі наступні питання: фінансовий ринок в умовах невизначеності; класичні теорії: випадкові блукання, граничні задачі для випадкових блукань; диверсифікація портфеля Марковіца; модель ціноутворення фінансових активів; арбітражна теорія розрахунків; стохастичні моделі з дискретним часом: динамічні моделі ринкових цін; лінійні стохастичні моделі (моделі ковзного середнього та авторегресійні моделі); нелінійні стохастичні умовно-гаусівські моделі; стохастичні моделі з неперервним часом: моделі, що ґрунтуються на броунівському русі, стохастичні інтеграли, формула Іто, стохастичні диференціальні рівняння; модель Блека-Шоулса; моделі з властивістю автомодельності, показник Херста, фрактальність.

Розгляд так званих «класичних» теорій фінансового ринку ми пропонуємо розпочати з прямої і оберненої задач Маковіца, принципу диверсифікації портфеля, задачі вибору портфеля з мінімальним ризиком.

Нехай у інвестора існує n способів використання коштів, кожен з яких принесе відповідно $\xi_1, \xi_2, ..., \xi_n$ грошових одиниць (г.о.) доходу з розрахунку на 1 г.о. вкладень. В загальному випадку величини ξ_i, $i = 1, 2, ..., n$, є випадковими.

Головним припущенням моделі Марковіца є наступне: для інвестора при прийнятті рішень суттєвими є тільки два параметри:

очікувана доходність інвестицій: $m_i = M(\xi_i)$;

стандартне відхилення доходності як показник ризикованості прийняття рішення: $\sigma_i = \sqrt{D(\xi_i)}$.

Зауважимо, що це припущення в цілому не суперечить теорії очікуваної корисності фон Неймана–Моргенштерна. Воно виконується, зокрема, у випадках, коли доходності активів ξ_i, $i = 1, 2, ..., n$, мають нормальний розподіл, або функція корисності інвестора має одну точку максимуму.

Задача оптимального вибору при даних припущеннях достатньо просто формалізується. Нехай x_i, $i = 1, 2, ..., n$ — це доля від загальної суми коштів, що інвестується в i-ий актив. Отриманий набір $\pi = (x_1, x_2, ..., x_n)$, $0 \le x_i \le 1$, $\sum\limits_{i=1}^{n} x_i = 1$, ми будемо називати портфелем. Інвестору необхідно вибрати портфель, очікувана прибутковість

$m_\pi = \sum\limits_{i=1}^{n} M(\xi_i)x_i$ та стандартне відхилення $\sigma_\pi = \sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n} D(\xi_i)x_i^2 + 2\sum\limits_{i\neq j} \sigma_i\sigma_j x_i x_j r(\xi_i,\xi_j)}$ (де $r_{ij} = r(\xi_i,\xi_j)$ — коефіцієнт кореляції) якого були б для нього найкращими.

Розглядаючи поняття ефекту диверсифікації та задачу визначення портфеля з мінімальним ризиком, доцільно запропонувати студентам наступну задачу: розглянути портфель, що складається з двох цінних паперів, виписати його середнє квадратичне відхилення, як функцію від однієї змінної x — частки коштів, що інвестуються в один з цінних паперів, і розглянути наступні випадки: 1) $r_{ij} = 0$; 2) $r_{ij} = -1$; 3) $r_{ij} = 1$; 4) $r_{ij} \in (-1;0) \cup (0;1)$.

В перших трьох випадках, дослідивши функцію $\sigma_\pi(x)$ на найменше значення на проміжку $[0;1]$, студенти мають сформулювати висновки щодо наявності ефекту диверсифікації, тобто порівняти ризик для так званих «комбінованих» та «чистих» портфелів. Особливо цікавим є випадок $r_{ij} = -1$, коли можна отримати диверсифікований портфель нульового ризику. Важливо також звернути увагу студентів на зв'язок величини коефіцієнта кореляції (наявність та характер лінійного зв'язку між величинами прибутковостей цінних паперів) з структурою портфеля. Для випадку 3 можна запропонувати розглянути ситуацію допустимості коротких продажів, тобто дослідити випадок $-1 \leq x < 0$ і також знайти портфель нульового ризику. Для всіх інших випадків треба буде знайти портфелі мінімального ризику.

Після розгляду такої задачі доцільно ввести поняття хеджування — стратегії зниження ризику, при якій інвестор, для того, щоб мінімізувати можливі втрати, пов'язані з інвестуванням в деякий актив, одночасно інвестує в інший актив, прибутковість якого має від'ємну кореляцію з прибутковістю першого.

В якості прикладу розглянемо ту ж задачу вибору портфелю, але в дещо зміненому вигляді. Нехай інвестор володіє однією одиницею деякого активу, який принесе йому ζ одиниць прибутку протягом планового горизонту. Позначимо через x обсяг інвестицій в цей актив. Прибутковість активу ζ є випадковою величиною. Нехай вона може приймати як додатні, так і від'ємні значення. Інвестор намагається зменшити ризик втрати вартості цього активу в тих випадках, коли ζ набуває від'ємних значень. Для цього він інвестує кошти в інший актив, прибутковість якого η також випадкова і має від'ємну кореляцію з прибутковістю першого активу ζ.

Позначимо через h — обсяг інвестицій в другий актив. Розглянувши σ_π як функцію від h, студентам пропонується визначити її точку мінімуму та знайти коефіцієнт хеджування з мінімальним ризиком $h = -r_{\zeta\eta}\dfrac{\sigma_\zeta}{\sigma_\eta}$.

Національний педагогічний університет імені М.П.Драгоманова
E-mail address: yan_a@ukr.net

ДОЦІЛЬНІСТЬ ВИКОРИСТАННЯ ІКТ ПРИ ФОРМУВАННІ ЗДАТНОСТІ ДО ЗАСТОСУВАННЯ ЛОГІЧНИХ МЕТОДІВ НАУКОВОГО ПІЗНАННЯ У НАВЧАННІ МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ СТУДЕНТІВ ПЕДАГОГІЧНИХ УНІВЕРСИТЕТІВ

Горбачук В.О.

В доповіді аналізується необхідність і доцільність використання інформаційно-комунікаційних технологій у комп'ютерно орієнтованому навчанні математичної статистики студентів педагогічних університетів. А саме їх вплив на формування здатності використовувати студентами такі методи наукового пізнання та мисленнєвої діяльності як: аналіз, синтез, узагальнення, порівняння, моделювання.

Для прикладу сформулюємо типову задачу на перевірку статистичних гіпотез про тип розподілу генеральної сукупності. Нехай з генеральної сукупності утворено вибірку об'єму n. Висунути та перевірити з заданим рівнем значущості гіпотезу про тип розподілу генеральної сукупності. Знайти найменше значення рівня значущості при якому немає підстав відхилити висунуту гіпотезу про тип розподілу генеральної сукупності.

В розв'язанні даної задачі можна виділити наступні етапи:

1) побудувати варіаційний ряд;

2) побудувати гістограму, полігон відносних частот;

3) обчислити вибіркове середнє, дисперсію і середнє квадратичне відхилення;

4) висунути гіпотезу про закон розподілу генеральної сукупності (нормальний, рівномірний, показниковий тощо);

5) за допомогою одного з критеріїв згоди перевірити висунуту гіпотезу з заданим рівнем значущості;

6) у разі відхилення гіпотези при заданому рівні значущості, знайти найменше значення рівня значущості при якому немає підстав відхилити висунуту гіпотезу про тип розподілу генеральної сукупності.

Провівши аналіз поетапного розв'язання цієї задачі за такими критеріями як методи наукового пізнання, що використовуються при розв'язанні, та задачі, які допомагає вирішити застосування ІКТ (геометричні побудови, візуалізація даних, автоматизація обчислень, дослідження критичних значень), ми прийшли до висновку, що активізація мисленнєвої діяльності і використання ІКТ при розв'язанні задач математичної статистики нерозривно пов'язані.

Національний педагогічний університет імені М.П.Драгоманова
E-mail address: gorbachuk.vas@gmail.com

,

ОБҐРУНТУВАННЯ ВИВЧЕННЯ МАТЕМАТИЧНИХ МЕТОДІВ

Зінькевич Олексій, Сафонов Володимир

Механізмом учбової мотивації є вдале формулювання викладачем цілей і завдань навчальної діяльності в умовах професійної спрямованості, які мають прийняти студенти і спрямувати свою діяльність на їх досягнення. В цій роботі важливе значення має правильна організація педагогічної взаємодії між викладачами і студентами. Мотивація у вивченні математичного матеріалу повинна здійснюватися у всіх формах навчання: лекції, практичні заняття, самостійна робота; в цілеспрямованому поєднанні цілей, змісту, методів, засобів, форм організації навчальної діяльності студентів та форм контролю. Більше того, щоб зрозуміти математику, необхідно досягти повної прозорості на кожному етапі. В той же час неможливо вивчити математику, не маючи уявлення про те, для чого вона потрібна. Студенти навчаються швидше і краще, якщо вони вчаться з визначеною метою.

Вивчення математики передбачає, що студент повинен вміти застосовувати набуті знання при розв'язуванні конкретних прикладних задач. Цьому повинне сприяти застосування математичних методів у спеціальних економічних курсах, тобто повинно бути ефективне співробітництво у сферах, де збігаються інтереси математичних і спеціальних кафедр. В сучасних умовах успішна робота економіста неможлива без застосування математичних методів. Через ці причини оволодіння методами і розуміння того, де їх можна застосувати, більш важливе, ніж накопичення знань та інформації: методи, на відміну від ізольованих теорем і результатів, володіють динамікою.

Методами потрібно користуватися. Як наявність інструмента не робить людину майстром, так і накопичення знань не робить її математиком. Важливішим є вміння їх використовувати як при розв'язуванні конкретних практичних задач, так і при проведенні різноманітних теоретичних досліджень. Наявність комп'ютерів відкриває нові можливості для використання математичних методів, а тому треба розуміти, як правильно поставити математичну проблему та правильно підійти до її розв'язання. Необхідно усвідомити, що вивчення математики або математичних методів спрямоване на вивчення певних алгоритмів і набуття навиків пошуку. Часто на адресу викладачів математики лунають докори, що вони вчать знаходити похідні, інтеграли тощо, що все це анахронізм, оскільки, якщо їм на практиці трапиться подібна задача, вони просто скористаються комп'ютером або довідником. Це не завжди так, бо студента треба навчити основних методів аналітичних перетворень, вмінню проявляти в них винахідливість, розвинути певну аналітичну інтуїцію тощо. Крім того, треба пам'ятати, що використання комп'ютера і різних довідників передбачає певний рівень знань, тобто треба знати, що шукати і де це можна знайти.

Національний університет харчових технологій

,

ДО ПИТАННЯ ВИВЧЕННЯ ДИСЦИПЛІНИ «ЧИСЛОВІ СИСТЕМИ» НА МАТЕМАТИЧНИХ СПЕЦІАЛЬНОСТЯХ ПЕДАГОГІЧНИХ ВНЗ

Калашнікова Є. І., Калашніков І. В.

Наразі, навчальна дисципліна «Числові системи» на математичних спеціальностях у педагогічних ВНЗ витісняється, або ж вивчається на завершальному етапі підготовки студента бакалавра, на третьому або ж четвертому курсах, що є на нашу думку не зовсім логічним з точки зору побудови навчального процесу.

Дисципліна «Числові системи» дає змогу першокурснику не лише адаптуватися до вузівської математики, але й розширити свої уявлення про число, числові системи як алгебраїчні структури в цілому; застосувати різні методи доведення у процесі доведення теорем, і дати відповіді на досить складні запитання, які на перший погляд є дуже простими.

Не вивчаючи числових систем майбутньому вчителю буде досить складно давати відповіді учням на досить прості запитання. Наприклад, таке. Назвіть число більше за -1 у 3 рази.

Маючи в арсеналі лише «шкільну математику» студент може міркувати так: на числовій прямій більшим з двох від'ємних чисел є те, яке ближче до 0, отже природньо що $-\frac{1}{3}$ і є відповіддю на запитання. Але якщо $-\frac{1}{3}$ поділити на 3 то ніяк не отримаємо -1, отримали парадокс. Користуючись такою логікою, нам потрібно знайти число, яке б ми поділили на 3 і отримали -1, тобто, це -3, але за уявленням про число, яке складається в учня після шкільного курсу математики, -3 однозначно менше ніж -1 і ніяк не більше.

Саме в курсі числові системи можна повною мірою дати відповідь на таке, та аналогічні запитання, які вкрай потрібні вчителю математики. У курсі числові системи у процесі пошуку відповіді на поставлене запитання є можливість використати, наприклад, нега-двійкову систему числення, де взагалі немає правила знаків.

Отже, нам потрібно знайти число в 3 рази більше за -1, тоді помноживши -1 на 3 ми його знайдемо. Зробимо це в нега-двійковій системі числення.

$-1_{10} = 11_{-2}$, $3_{10} = 111_{-2}$.

Тоді: $3_{10} \cdot (-1)_{10} = 111_{-2} \cdot 11_{-2} = 1101_{-2} = -3_{10}$.

Отже, -3 є числом, яке у 3 рази більше за -1, це якраз корелює з поняттям від'ємного числа як боргу, адже борг у 3 гривні втричі більше боргу в 1 гривню.

Взагалі, дисципліна «Числові системи» є необхідною і важливою складовою професійної підготовки вчителя математики.

Калашнікова Є. І. Національний педагогічний університет ім. М. П. Драгоманова.
E-mail address: ei.kalashnikova.2@gmail.com

Калашніков І. В. Вінницький педагогічний університет ім. М. Коцюбинського.

, ,

AN INTEGRATED APPROACH TO TEACHING ALGEBRA AND NUMBER THEORY

LEONID A. KURDACHENKO, NIKOLAJ N. SEMKO, IGOR YA. SUBBOTIN

Algebra and Number Theory are two powerful and greatly developed branches of mathematics that play an increasingly significant role in many relatively new mathematics applications such as computing and communications as well as in long-established mathematical theories. Historically, these branches of mathematics have been developing together enriching each other in the process. It would be appropriate to say that they actually form one common subject: Algebra and Number Theory. Thus, number theory results are the basis and some type of sandbox for algebraic ideas, and, in turn, algebraic tools contribute tremendously to number theory. It is interesting to note that such newly developed branches of mathematics as coding theory heavily use ideas and results from both linear algebra and number theory.

Among many others there are three mandatory subjects in all university mathematics programs: linear algebra, abstract algebra, and number theory that every prospective student of mathematics should take. Most of the time, these disciplines are subjects of different and separate lecture courses that use different books dedicated to each subject individually. Especially this situation takes place in American universities. We think that, one course integrating all these three disciplines and supplied with a corresponding book, would be very helpful in using class time more efficiently. One of the most important reasons here is to introduced the student to a systematic, integrated and complete description of the algebraic theory of the main number systems that form a basis for structures that play a central role in various branches of mathematics.

As another important argument supporting this method, we can mention that many theorems of number theory have very simple and elegant proofs using algebraic tools. Most importantly, we argue that this integrated approach will help building up a deeper understanding of the subject, as well as improve the retention of knowledge.

This integrated approach was already partially implemented in [2, 3, 4]. In the relatively recent book [1], this method was fully implemented. Our experience of teaching these books [1 and 3] in Ukrainian and American universities fully justifies the effectiveness of it.

References

[1] *Dixon M., Kurdachenko L., Subbotin I.* Algebra and Number Theory: An Integrated Approach. // Hoboken: Wiley & Sons. — 2010.

[2] *Kylikov L.* Algebra and Number Theory. // Moskow: Vyschaya Schkola. — 1971.

[3] *Kyrdachenko L., Kirichenko V., Semko N.* Selected Topics of Algebra and Number Theory. // Kyev: Institute of Mathematics NASU. — 2005.

[4] *Lyapin E., Evceev F.* Algebra and Number Theory. // Moskow: Prosveschenie. — 1974.

Oles Honchar Dnipro National University, University of State Fiscal Service of Ukraine, National University, USA

E-mail address: n_semko@mail.ru

ГЕОМЕТРІЯ: ПІДРУЧНИК ДЛЯ 10-11 КЛАСІВ — "ЧИТАЙ МІЖ РЯДКАМИ"

Ленчук І.Г.

Погорєлов О.В. на конференціях, присвячених введенню в навчальний процес ЗОШ відомого підручника, наголошував: "Ця книга є лише стислим конспектом для вчителя. Її потрібно читати між рядками". Наведемо лише кілька переконливих прикладів.

На самому початку — в 1-му параграфі, після введення аксіом стереометрії, кілька пунктів стосуються суто геометричних способів задавання площини. Перший спосіб забезпечується аксіомою С3: "Якщо дві різні прямі мають спільну точку, то через них можна провести площину, і до того ж тільки одну". У 2-му і 4-му пунктах доводиться можливість задавання площини точкою і прямою та трьома точками, котрі не лежать на одній прямій. Нарешті, у пункті 7-му дається означення паралельних прямих, що індукує ще один спосіб задавання площини.

Чи треба на цьому робити наголос, навчаючи дітей 7-го класу геометрії? Безсумнівно! Наведемо приклад: Дано 4-ну піраміду $SABCD$. Потрібно через точку на ребрі SA провести переріз піраміди, який мав би форму паралелограма. Для розв'язання задачі варто спочатку перезадати площину одним із традиційних способів — двома прямими, що перетинаються, й лише після цього виконати побудову.

Пункт 3-й має назву: "Перетин прямої із площиною". В ньому доведено першу ознаку належності прямої площині та сформульовано наслідок: "площина і пряма, яка не лежить в ній, або не перетинаються, або перетинаються в одній точці". Чи не логічно було б назвати цей пункт "Належність прямої площині"? У §5 є задача (із зірочкою): Ребро куба дорівнює a. Знайдіть відстань від вершини куба до його діагоналі, яка сполучає дві інші вершини. Цю задачу зі студентами ми розв'язуємо усно. Вона мало стереометрична, оскільки на першому ж кроці зводиться до планіметричної у прямокутному трикутнику. Що ж під зірочкою мав на увазі автор книги? Лише те, що вчитель геометрично підсилить задачу і "зробить" її істинно стереометричною, поставивши завдання змоделювати шукану відстань зображенням!

Аналогічний підхід мав би бути й до пункту 13-го: "Зображення просторових фігур на площині", в якому доводяться три стрижневі властивості паралельного проекціювання. Але є ще важливі наслідки з цих властивостей, зокрема теорема про проекціювання прямого кута, яку називають основною теоремою метрики. Без неї неможливо розв'язати багато задач: Осьовий переріз циліндра — квадрат. Відрізок , який з'єднує точку кола верхньої основи з точкою кола нижньої основи циліндра дорівнює l і віддалений від осі циліндра на відстань d. Знайти кут між прямою і площиною основи циліндра.

У пункті 19 доводиться "Теорема про три перпендикуляри", проте там відсутня узагальнена теорема. Це вельми обмежує її використання при розв'язуванні задач. У тому числі, у випадку зі сформульованою задачею з кубом.

Стрижневою у стереометрії є тема "Мимобіжні прямі". В пункті 21 "Відстань між мимобіжними прямими" дається три важливі означення, які прямо стосуються цього поняття: дескриптивне (неявне), конструктивне (побудовне, явне) і означення відстані між мимобіжними прямими. Однак друге з них — найбільш важливе — завуальоване в доведенні існування та єдиності такого перпендикуляра. Вчитель зобов'язаний розтлумачити учням конструктивне означення спільного перпендикуляра покроково — у формі алгоритму його візуальної моделі.

Є чимало претензій до існуючої методики навчання процесу моделювання зображень стереометричних фігур і їх комбінацій, побудови перерізів багатогранників січною площиною тощо. Сьогодні потрібна оновлена за змістом і суттю геометрія, котра була б по справжньому розвивальною для дитини. Не варто забувати, що об'єктом геометрії є фігура, а головним засобом навчання — рисунок!

Житомирський державний університет імені Івана Франка
E-mail address: lench456@gmail.com

,

НЕРОЗРИВНІСТЬ ДЕФУНДАМЕНТАЛІЗАЦІЇ ІНЖЕНЕРНОЇ ОСВІТИ І ДЕГРАДАЦІЇ КОНКУРЕНТНОСПРОМОЖНОСТІ НАУКОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ

Мартиненко Михайло, Сафонов Володимир

Світовий досвід довів, що конкурентноспроможні наукові технології можуть забезпечити тільки науковці-дослідники, інженери, технологи з міцною природничо-математичною освітою, які здатні миттєво-швидко зрозуміти і опанувати сучасні теоретичні основи новітніх розробок і вибороти у конкурентів частину світового ринку високотехнологічних продуктів.

Інтелектуальний світ вже давно сформулював аксіому: розвиток економіки на базі гуманітарних, правничих наук чи навіть на базі найдетальнішої рецептурної інженерно-технологічної освіти приречений на занепад і глибоку незворотну кризу. Спеціалісти подібних профілів не можуть відрізнити молекулу від атома, не вміють моделювати фізичні процеси, не здатні спрогнозувати і зрозуміти шляхи розвитку біотехнологій, генної інженерії, комп'ютерних технологій, нанотехнологій і ін.

Вісім років тому міністр МОНУ І. Вакарчук на нараді наукової громадськості сказав: «Особливо наголошую на необхідності підвищення рівня природничо-математичної освіти в навчальних закладах. Інтерес до цих наук впав до загрозливо небезпечного рівня. Ситуація не лише тривожна, а й справді загрозлива. Адже саме природничо-математична освіта має прикладний характер — це і питання високих технологій, економічного зростання і конкурентоспроможності України, і, врешті-решт, — питання нашої національної безпеки».

Дійсно, щорічний перегляд освітніх планів ВНЗ в Україні завжди проходить під прапором входження в єдиний Європейський освітній простір. Але свідомо забувають і нехтують рішенням міністрів освіти Європи у Празі щодо обовязкового запобігання ранній спеціалізації і необхідності надання студентам міцних фундаментальних знань високого рівня на перших двох курсах. В нашій освіті ідуть протилежні процеси.

Пройшов час, змінювалися міністри МОНУ, а дефундаменталізація інженерної освіти з кожним переглядом навчальних планів посилюється. Це призвело до того, що за оцінками міжнародних експертів Україна, за показником конкурентноспроможності своїх наукових технологій, входить в останню десятку країн Європи.

Якщо не зупинити процес дефундаменталізації інженерної освіти, то в найближчому майбутньому, як і попереджав І. Вакарчук, виникне в Україні питання про її національну безпеку.

Національний університет харчових технологій
E-mail address: martinm15@i.ua

РОЛЬ НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНИХ ЗАДАЧ У ПРОЦЕСІ ФОРМУВАННЯ МЕТОДИЧНОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ ВЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ

Наконечна Людмила Йосипівна

Формуванню методичних компетентностей вчителя математики присвячені дослідження Г.П. Бевза, М.І. Бурди, О.І. Матяш, В.Г.Моторіної, М.В.Працьовитого, З. І. Слєпкань, О.І. Скафи, Н.А. Тарасенкової, В.О. Швеця та багатьох інших.

Серед засобів формування методичної компетентності вчителя математики О. І. Матяш виділяє комплекс навчально-методичних задач з методики навчання геометрії [1]. У збірнику [2] всі навчально-методичні задачі розподілені у відповідності до компетенцій вчителя математики у навчанні учнів геометрії та відповідних їм критеріальних умінь, виокремлених О.І.Матяш. Формуванню і розвитку кожного окремого уміння сприяє розв'язування студентами серії навчально-методичних задач представлених у збірнику.

Наведемо добірку задач, спрямовану на формування уміння вчителя математики прогнозувати типові помилки учнів у навчанні геометрії.

№1. Спрогнозуйте типові помилки учнів у процесі вивчення теми «Об'єми та площі поверхонь геометричних тіл». Систематизуйте їх, об'єднавши у групи за спільністю причин появи, спільністю характерних прийомів їх попередження та виправлення.

№2. Розгляньте наступну задачу та виокремленні вчителем помилки, які найчастіше допускали учні в процесі розв'язування задачі: *Основа піраміди — рівнобедрений трикутник з кутом α при вершині. Бічна грань піраміди, що містить основу цього трикутника, перпендикулярна до площини основи, а дві інші нахилені до неї під кутом β. Знайдіть об'єм піраміди, якщо її висота дорівнює H. Найчастіше в роботах учнів у процесі розв'язування задачі зустрічалися такі помилки: рисунки до задачі недостатньо наочні; порушені вимоги щодо типу ліній при зображенні рисунка; відсутні обґрунтування положення основи висоти піраміди; відсутні обґрунтування зображення лінійного кута двогранного кута.* Як Ви вважаєте, які ще помилки могли допускати учні у процесі розв'язування вказаної задачі?

№3. Розв'яжіть наступну задачу: *Основою трикутної піраміди є рівнобедрений трикутник з кутом α при основі. Бічні ребра піраміди дорівнюють l і нахилені під кутом β до площини основи. Визначити об'єм піраміди.* Спрогнозуйте помилки, яких можуть припуститися учні у процесі розв'язування вказаної задачі.

Література

[1] Матяш О. І. Теоретико-методичні засади формування методичної компетентності майбутнього вчителя математики до навчання учнів геометрії / О. І. Матяш. — Вінниця: ФОП Легкун В. М., 2013. — 450 с.

[2] Збірник навчально-методичних задач з методики навчання геометрії / О. І. Матяш, А. Л. Воєвода, Л. Ф. Михайленко, Л. Й. Наконечна. — Вінниця : ТОВ «Нілан-ЛТД». — 392 с.

Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського
E-mail address: lyudmilanakonechna5@gmail.com

ДОСВІД ОРГАНІЗАЦІЇ ДИСТАНЦІЙНОГО НАВЧАННЯ ПРИ ВИКЛАДАННІ МАТЕМАТИЧНИХ ДИСЦИПЛІН В НУХТ

Ніколаєва О.А.

Дистанційне навчання — процес передачі знань, формування вмінь і навичок при інтерактивній взаємодії як між викладачем та учнем, так і між ними та інтерактивним джерелом інформаційного ресурсу, який відображає всі властиві навчальному процесу компоненти, здійснюване в умовах реалізації засобів ІКТ [1].

Організація дистанційного навчання в НУХТ відбувається з використанням системи дистанційного навчання Moodle, яка є програмним продуктом із відкритим кодом. Moodle, тобто модульне динамічне об'єктно-орієнтоване середовище для навчання, — це вільна система управління навчанням, орієнтована на організацію взаємодії між викладачем та учнями. Середовище Moodle розроблене на PHP, з використанням бази даних SQL, має модульну архітектуру, продуману систему безпеки, а функції адміністратора дозволяють налаштовувати зовнішній вигляд системи та її функціональність.

Організація дистанційного навчання включає наступні етапи: а) формування списку дисциплін, які викладатимуться з використанням дистанційних технологій; б) створення лекторами дистанційного електронного навчального курсу у системі електронних навчальних курсів на платформі Moodle; в) сам процес дистанційного навчання; г) проведення підсумкової атестації студентів шляхом тестування дистанційно з використанням тестової системи або у ВНЗ відповідно до чинних нормативних документів. Перевірка якості знань у освітньому процесі розглядається як зворотній зв'язок, що служить підставою для внесення необхідних коректив у процес навчання, для вдосконалення його змісту, методів, засобів та форм управління. Специфіка дистанційного навчання полягає у тому, що викладач повинен використовувати в своїй роботі не тільки загально прийняті форми контролю, а й комплекси тестових завдань.

Отже, дистанційна освіта — це можливість зробити всю систему освіти гнучкішою, адаптованою до швидко змінних умов сучасності, а система Moodle є потужним і зручним засобом автоматизованої підтримки навчального процесу, розвиває самостійність у навчанні й сприяє переходу від «навчання на все життя» до «навчання протягом усього життя».

Література

[1] Роберт И.В. Теория и методика информатизации образования (психолого-педагогический и технологический аспекты). 2-е издание, дополненное.: Монография. – М.: ИИО РАО. – 2008. – 274 с.

Національний університет харчових технологій
E-mail address: oksik-n2@ukr.net

,

МІСЦЕ І РОЛЬ МАСОВИХ ОНЛАЙН-КУРСІВ У ОСВІТНЬОМУ ПРОСТОРІ

Панасенко О. Б., Кузема О. О.

Презентована у серпні 2016 року міністром освіти і науки України концепція нової української школи окреслює шляхи реформування і розвитку школи впродовж наступних 10–15 років. В концепції, зокрема, зазначаються такі тези: «у 2020 році найбільш затребуваними на ринку праці будуть вміння навчатися впродовж життя, критично мислити, ставити цілі і досягати їх. . . », «Учителі використовують переважно застарілі дидактичні засоби. . . », «збільшується цифровий розрив між учителем і учнем».

Спокуса не використовувати інформаційні технології в навчальному процесі часто провокується думкою, що «якось раніше люди навчались без технологій, а знали краще». Втім, на наше переконання пошук ефективних форм організації навчання з використанням сучасних технологій є неозвученою вимогою нинішнього покоління Z, яке не знає світу без комп'ютерів та інтернету.

Сьогодні набули значного поширення масові онлайн-курси й мільйони користувачів Інтернету мають доступ до самоосвіти і нею ефективно займаються за умов відповідної мотивації. На найпопулярніший платформі Coursera (www.coursera.org) вже понад 1500 курсів, на платформі EdX (www.edx.org) станом на вересень 2016 року активними є 380 курсів. В Україні інтенсивно розвивається проект Prometheus (www.prometheus.org.ua), де вже також є понад 30 курсів українською.

Поява можливостей ефективного дистанційного навчання породило низку нових форм організації навчальної діяльності: «перевернуте» навчання, змішане навчання та ін. В умовах збільшення ваги самостійної роботи студентів і скорочення часу на аудиторну роботу нам видається впровадження саме таких форм у реальній роботі вчителя та викладача найкращим варіантом.

Нами впродовж останніх двох років провадиться навчання студентів лінійній алгебрі з використанням технології «перевернутий клас» (flipped classroom): розроблені відеолекції розміщені на спеціалізованому ресурсі www.edpuzzle.com, який є достатньо зручним для провадження дистанційного навчання і, що важливо, дозволяє контролювати процес такого навчання. Практика двох останніх років показала, що студенти в цілому підтримують саме таку форму організації навчальної діяльності. При цьому змінились акценти на аудиторних, зокрема лекційних, заняттях, оскільки їм передує активна самостійна робота студентів з перегляду відеолекцій. За нашими спостереженнями продуктивність навчального процесу покращилась, а така форма організації навчального процесу стимулює студента до самоосвіти.

Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського
E-mail address: panalbor@gmail.com, alexandr.kuzema@ukr.net

ТЕОРЕТИКО-ЙМОВІРНІСНІ ТА КОМБІНАТОРНІ МОДЕЛІ В СИСТЕМІ ПІДГОТОВКИ МАЙБУТНІХ ВЧИТЕЛІВ ФІЗИКИ

Парчук М.І.

На сучасному етапі розвитку освіти в Україні гостро стоїть проблема нестачі вчителів фізико-математичного та природничого циклів, зокрема вчителів фізики. В сучасній вищій школі підготовка майбутніх вчителів фізики здійснюється за спеціальностями 014 Середня освіта (фізика) та 104 Фізика та астрономія. В концепції «Нова українська школа» зазначено, що однією з ключових компетентностей є математична грамотність, яка, безсумнівно, є особливо важливою і для майбутніх вчителів фізики.

Виникає питання: «Як підвищити ефективність професійної підготовки майбутніх вчителів фізики в процесі навчання математичних дисциплін?» Однією з таких дисциплін є теорія ймовірностей та математична статистика. Адже саме комбінаторні, ймовірнісні та статистичні методи і моделі застосовуються під час вивчення багатьох розділів загальної (електрика, молекулярна фізика) та теоретичної фізики. Тому розглянемо деякі з них.

Комбінаторні моделі та методи досліджують закономірності розташування, впорядкування, вибору і розподілу елементів з фіксованої множини. Комбінаторні методи розв'язання математичних та прикладних задач вивчають в теорії ймовірностей і математичній статистиці, а також в дискретній математиці.

Ймовірнісні моделі й методи — ті, що вивчають випадкові процеси і явища. Статистичний метод вивчення фізичних явищ і процесів базується на моделюванні внутрішньої структури речовини, тобто її розглядають як якусь фізичну систему, що містить велику кількість молекул або атомів, які мають певні властивості. Тобто визначення макроскопічних характеристик і закономірностей за заданими мікроскопічними властивостями середовища є основним завданням цього методу.

Саме під час вивчення теорії ймовірностей та математичної статистики можна вдало показати застосування математичного апарату при розв'язанні задач фізичного змісту, що покаже прикладну спрямованість дисципліни. В доповіді пропонуються деякі приклади використання зазначених вище методів у фізиці. Запропонуємо один з них.

Приклад (модель Максвелла–Больцмана). Нехай по n комірках (областях простору) розподіляється m частинок, що різняться між собою. Тоді число всіх розміщень частинок n_k. Число розміщень, для яких в першій комірці знаходиться k_1 частинок, в другій — k_2 частинок, ..., в n-й — k_n частинок ($k_1 + k_2 + ... + k_n = m$) дорівнює числу перестановок з повтореннями $P_m = \frac{n!}{k_1!k_2!...k_n!}$.

Національний педагогічний університет імені М.П.Драгоманова
E-mail address: mawa_013@ukr.net

,

АНАЛОГІЇ В МАТЕМАТИЦІ ТА В ПРОЦЕСІ ЇЇ НАВЧАННЯ

Працьовитий М.В., Одинець Ю.А.

Аналогії в геометрії — галузі математики, що вивчає геометричні фігури і геометричні відношення, включаючи перетворення і відображення просторів, геометричні величини, мають свою яскраво виражену своєрідність. В ній аналогії підкріплюються геометричними формами (образами) та засобами візуалізації, у рафінованому використанні методів. Зауважимо, що математика єдина з наук, в якій на строго логічному рівні відсіюється повні аналогії, а саме є інструмент для їхнього встановлення — ізоморфізм математичних структур. Інтерес до нових математичних теорій існує з точністю їхнього ізоморфізму. У доповіді ми акцентуємо увагу на існуванні аналогій, на ролі і функціях аналогій у різних фрагментах навчання геометрії учнів загально освітніх шкіл, а також навчального процесу підготовки майбутніх вчителів математики, формулюємо суть методу діяльності «за аналогією», аналізуємо зону ризику з ставкою на аналогії тощо і повноформатно аналізуємо планіметричний шкільний матеріал з позиції аналогій та їхнього використання.

Однією з педагогічних проблем, пов'язаних з аналогіями в процесі навчання математики, є проблема «бачення» та усвідомлення аналогій при вивченні теоретичного матеріалу та розв'язуванні задач. Вона тісно переплітається з питаннями ідентифікації, розрізнення, порівняння, співставлення і нерозривно пов'язана з асоціаціями, асоціативною пам'яттю та асоціативним мисленням. У навчальному процесі має проводитись системна робота в цьому напрямі, зокрема на чітке розмежування між словесними (формальними) та змістовними аналогіями. В першу чергу, це стосується означень математичних об'єктів (множин, відношень, математичних структур), умов та вимог задач, математичних фактів та цілих теорій. Виявлення і усвідомлення аналогій між об'єктами та у постановці задач далеко не завжди дає успіх у застосуванні аналогічних прийомів та методів у вивченні цих об'єктів та у розв'язуванні задач.

Встановлення аналогій між об'єктами та їхніми властивостями — чудовий засіб для глибшого розуміння і запам'ятовування фактів та теорій. Тому проведення паралелей у навчальному процесі є ефективною формою засвоєння навчального матеріалу. Шкода, що у навчальній літературі замало коментарів і акцентування уваги на аналогіях. Це один з напрямів педагогічного пошуку, спрямованого на вдосконалення засобів навчання.

Суть методу діяльності «за аналогією» полягає у встановленні (відкритті) формальних та змістовних аналогій (схожості) досліджуваного об'єкта з об'єктами, раніше вивченими, в аналізі властивостей вивченого об'єкта і реалізованих шляхів їхнього отримання (обґрунтування), у покроковому випробуванні «старих» прийомів та методів стосовно нового об'єкта. Відносно повне опанування методом аналогій у навчальній діяльності вимагає особливих форм роботи учителя та учня, ретельного підбору системи задач і вправ, між якими існують прямі та опосередковані, формальні

та змістовні аналогії (в умовах та вимогах, прийомах та методах їхнього розв'язування), а також залучення учнів до формулювання аналогічних задач, зокрема йдучи шляхом узагальнень.

Метод аналогій у процесі навчання математики використовувався завжди і органічно поєднувався з іншими, але часто недооцінювався і ніколи не мав статусу основного (домінуючого), що відображалося на результатах навчання і якості математичної освіти, особливо у відношенні розвитку творчих здібностей учнів. Належне володіння цим методом робить учня відносно самостійним і вмотивованим, здатним вести індивідуальний пошук істини і застосувань теорії. При побудові навчальних програм і підборі навчального матеріалу не варто нехтувати аналогіями або недооцінювати їх, а слід уміло використовувати. Наприклад, аналогії між прямою на площині і площиною в просторі, між колом і сферою, між плоскою алгебраїчною кривою другого порядку і алгебраїчною поверхнею другого порядку, між циліндричними та конічними поверхнями тощо мають бути суттєво враховані при побудові геометричних курсів, методиці їхнього вивчення. Змістовна реалізація аналогій в математиці має яскраве втілення в окремих фактах і методах. Наприклад, у принципі двоїстості в геометрії, у існуванні двоїстих систем числення (s–кової та нега–s–кової, двійкової та нега-двійкової) у дискретній математиці та теорії чисел.

У процесі навчання математики аналогії виконують наступні функції:

1. усвідомлення цілісності об'єкта в його взаємозв'язках з іншими;
2. усвідомлення (розуміння) проблеми про його невідомі властивості;
3. усвідомлення і порівняння нової (відкритої) властивості з аналогічними об'єктами та їхніми властивостями;
4. сприяння запам'ятовуванню

Вміння бачити аналогії, мати здатність і готовність застосовувати аналогії, вміти використовувати аналогії в математиці — суттєва складова математичної культури і ерудиції учня, студента, дослідника, особистості, структурний елемент інтегральної компетентності — уміння розв'язувати задачі, жити і діяти раціонально та оптимально, розвивати теорії на основі внутрішньої логіки розвитку.

Метод аналогій край необхідний науковцю-початківцю. Слідуючи йому, за аналогіями можна створювати теорії: черпати ідеї, ставити аналогічні задачі, підбирати методи, шукати вдалу форму формулювань положень, результатів та висновків, підніматись на нові вершини узагальнень і повертатись назад. Вчителі математики з невеликим досвідом керівництва науковою роботою школярів часто мають проблеми з формулюванням теми, вибором об'єкта та предмета учнівського дослідження. Саме паралелізм і аналогії можуть суттєво спростити труднощі вчителя в розв'язанні цієї професійної задачі. Стосується це, в першу чергу, керівництва науково-дослідницькими роботами учнів-членів МАН України.

Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова
E-mail address: prats4444@gmail.com

ВПЛИВ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ НА ВИКЛАДЕННЯ МАТЕМАТИКИ У ВИЩІЙ ШКОЛІ

Романенко Вікторія

Комп'ютеризація сучасного світу має величезний вплив на всі види діяльності людини. Не лишається осторонь і освіта. Зокрема, вивчення вищої математики у вищих навчальних закладах із застосуванням інформаційних технологій розширює можливості представлення матеріалу, дозволяє збільшити степінь наочності та зробити оперативнішим зворотній зв'язок викладача і студента.

Виступаючи в ролі інструменту, інформаційні технології дозволяють більш наочно демонструвати багато математичних понять і зв'язків між ними. Це дає змогу студенту одержати цілісне уявлення теми, що вивчається. Різноманітність викладення матеріалу з використанням комп'ютера дає можливість студенту вибрати найбільш прийнятний спосіб вивчення. При засвоєнні вищої математики інформаційні технології використовуються не лише для візуалізації навчального матеріалу, але і для експериментування з ним. Головна перевага комп'ютера полягає в тому, що він значно розширює можливості наочного представлення матеріалу. Застосування кольору, графіки, мультиплікації, звуку та інших сучасних засобів візуалізації дозволяє більш наочно подати об'єкти, що вивчаються.

Звичайно, принцип фундаментальності потребує вивчення основних математичних структур, які використовуються при створенні і дослідженні математичних моделей достатньо широкого кола явищ і процесів. Але під час навчання важливо використовувати задачі, постановка яких була б наближена до дослідження реальних процесів. Засвоєні під час навчання знання, уміння та навички використовуються в професійній діяльності в якості засобів розв'язування задач, в тому числі професійного змісту. Завдяки можливостям обчислювального графічного візуального та інформаційного характеру формується загальний підхід до розв'язування прикладних задач, а це сприяє засвоєнню курсу вищої математики.

Курс вищої математики насичений алгоритмами і формалізмами. Засвоєння цих алгоритмів вимагає від студента значної витрати часу. Але реалізація цих алгоритмів набагато зручніша за рахунок різноманітних пакетів прикладних математичних програм.

Принцип нової математичної ідеї полягає в тому, що в процесі вивчення вищої математики необхідно створювати умови для розширення і поглиблення викладеного матеріалу, узагальнення одержаних результатів, а також наявності прикладних задач, що відповідають даній спеціалізації.

Національний університет харчових технологій

ОСОБЛИВОСТІ ВИКЛАДАННЯ ДИСЦИПЛІНИ «АЛГЕБРА ТА ТЕОРІЯ ЧИСЕЛ»

Скасків Л.В.

Алгебра належить до основних частин математики і разом з теорією множин складає базу, на якій будуються всі інші розділи математики. Предметом вивчення алгебри є множини із заданими на них алгебраїчними операціями і в залежності від того, які алгебраїчні операції вивчаються, алгебра ділиться на розділи, такі як теорія груп, теорія кілець та інші. Алгебра знаходить застосування в кожному розділі математики, але особливо великою є її роль в теорії чисел, оскільки вони мають спільне джерело: вони виникли як науки про розв'язування рівнянь, систем рівнянь та про правила дій над натуральними або дробовими числами.

В останні роки в Україні освітні стандарти передбачають скорочення терміну здобуття вищої освіти, що вимагає розробки відповідної методики викладання, яка дає змогу перенести центр ваги в процесі здобуття освіти з викладання на навчання як самостійну діяльність студента. В реалізації методики змінилося не тільки змістове представлення матеріалу, але і форма спілкування викладача і студента. Так, при читанні лекцій викладач формулює студентам лише основні напрямки викладення матеріалу і ключові проблеми в його вивченні, визначає цілі і пропонує літературу для їхнього досягнення.

У багатьох університетах України недостатньо посібників з алгебри та теорії чисел українською мовою, а наявні підручники, наприклад [1,3,4], видавалися ще до 1990 року. Тому кожен університет намагається самостійно вирішувати цю проблему.

Як приклад, при вивченні таких тем з алгебри та теорії чисел як «Множини, операції над множинами. Відображення множин», «Матриці. Визначники. Властивості операції множення матриць», «Групи. Кільця. Поля» можна запропонувати посібник [2]. Автори виділили певні розділи алгебри, які повинен знати студент математичних спеціальностей університетів. Посібник охоплює основні базові поняття, результати та методи курсу алгебри та теорії чисел, що дає право стверджувати, що ця книга закладає фундамент для подальшого більш глибокого вивчення курсу алгебри та теорії чисел.

Література

[1] *Александров П.С.* Введение в теорию групп. — М: Наука. — 1980.
[2] *Курдаченко Л.А., Кириченко В.В., Семко М.М.* Вибрані розділи алгебри та теорії чисел: Навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів. — К: Інститут математики НАН України. — 2005.
[3] *Курош А.Г.* Курс высшей алгебры. — М: Наука. — 1971.
[4] *Фаддеев Д.К.* Лекции по алгебре. — М: Наука. — 1984.

Університет державної фіскальної служби України

ДЕЯКІ АСПЕКТИ ВИКЛАДАННЯ КУРСУ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ СТУДЕНТАМ НЕМАТЕМАТИЧНИХ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ

Сушко О. С.

У процесі історичного розвитку взаємозв'язок математики з іншими науками був неоднаковим. Одні науки систематично і ґрунтовно використовували математичні методи, інші — лише поверхнево. Істотний вплив на глибину та характер цих взаємозв'язків мали рівень розвитку математичного апарату і ступінь зрілості тієї науки, в межах якої передбачалося застосування математики.

Загальновідомо, що математичні моделі давно і з успіхом використовуються в механіці, фізиці та астрономії. На сьогодні математичні методи знайшли широке застосування також у біології, хімії, географії, економіці та інших науках.

У доповіді розглядаються особливості вивчення курсу вищої математики студентами, які навчаються у вищих навчальних закладах за технічними, економічними, біологічними, хімічними та географічними спеціальностями. Як результат роботи з такими студентами, можна стверджувати, що значна увага в такому курсі має приділятися не лише формулюванню і вивченню необхідних математичних понять і фактів, але й побудов математичних моделей тих процесів, які досліджуються. Вважаємо за доцільне у курсі вищої математики для студентів нематематичних спеціальностей розглядати доведення лише тих теорем, доведення яких є типовими і повчальними для того чи іншого розділу вищої математики, відображає його основні ідеологічні засади і служить поглибленому вивченню. При цьому, особливу увагу необхідно приділити формуванню у студентів вмінь і навичок складання математичних моделей в економічних, біологічних, фізичних, хімічних та географічних науках та описанню і алгоритмізації методів їхнього розв'язування. Вважаємо, що це є одним із найголовніших завдань вивчення курсу вищої математики у вузах студентами нематематичних спеціальностей. Крім того, для отримання бажаного результату навчання не менш важливим є добір вправ, які будуть пропонуватися студентам для розв'язування у аудиторії або для самостійної роботи, та звертати увагу на те, щоб мова викладу матеріалу була лаконічною, основні факти і твердження подавались просто й зрозуміло, і в той же час строго математично. Одночасно із цим, не варто забувати, що основним завданням навчання студентів математики є оволодіння ними системою математичних знань, умінь та навичок, необхідних для подальшого вивчення математики та суміжних навчальних дисциплін, для розв'язання практичних завдань, на розвиток логічного мислення, просторової уяви, усної та письмової математичної мови, формування навичок розрахунків, перетворень, розв'язання рівнянь та нерівностей, інструментальних та графічних навичок.

Національний педагогічний університет імені М.П.Драгоманова
E-mail address: sushkosasha2008@ukr.net

,

ПРО РОЛЬ І МІСЦЕ ТЕОРІЇ ЧИСЕЛ В ПРОФЕСІЙНІЙ ПІДГОТОВЦІ МАГІСТРА МАТЕМАТИКИ

Требенко Д.Я., Требенко О.О.

В більшості педагогічних університетів України сьогодні можна отримати, окрім кваліфікації вчителя середньої школи, і кваліфікацію викладача вищого навчального закладу. В Національному педагогічному університеті імені М.П.Драгоманова випускнику магістратури за спеціальністю «111.Математика» присвоюється ще й кваліфікація «математик». Тому зміст навчання в магістратурі за даною спеціальністю повинен забезпечувати рівень знань і вмінь, достатній як для викладання математичних дисциплін в вищих навчальних закладах різного профілю, так і для проведення наукових досліджень в сучасній математиці.

Зрозуміло, це вимагає розширення і поглиблення змісту теоретичної підготовки з фундаментальних математичних дисциплін.

В доповіді буде підкреслено роль і значення теорії чисел у професійній підготовці магістра математики і презентовано програму пропонованого курсу «Сучасна теорія чисел». Даний курс не лише систематизує і узагальнить знання з елементарної теорії чисел, яка вивчається в бакалавраті, але й дасть змогу ознайомити магістрантів із сучасними ідеями і методами в теорії чисел.

Національний педагогічний університет імені М.П.Драгоманова
E-mail address: trebenko@npu.edu.ua

ОСОБЛИВОСТІ ОРГАНІЗАЦІЇ САМОСТІЙНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ СТУДЕНТІВ ТЕХНІКУМІВ (КОЛЕДЖІВ) У ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ ЛІНІЙНОЇ АЛГЕБРИ ТА АНАЛІТИЧНОЇ ГЕОМЕТРІЇ

Харламова Лариса

Необхідність надання належного рівня компетентності конкуренто спроможним на ринку праці майбутнім програмістам вимагають винаходу та впровадження таких технологій і методичних прийомів навчання студентів комп'ютерних спеціальностей коледжів (технікумів), що сприятимуть формуванню творчої особистості, матимуть проблемно-орієнтовані методи формування їхніх знань та вмінь, інтеграцію дисциплін, та будуть орієнтовані на використання сучасних досягнень науки та техніки.

Самостійна робота майбутніх IT-фахівців з позицій компетентнісного підходу є засобом індивідуалізації процесу їхньої професійної підготовки як основи самоосвітньої діяльності та професійної мобільності. Тому ідея поєднання проектної технології та використання інформаційно-комунікаційних технологій навчання при організації самостійної роботи студентів технікуму знайшла втілення у власній педагогічній діяльності.

Поєднання технологій вимагає систематичної роботи студентів над різними за тривалістю навчальними проектами з міждисциплінарними зв'язками та кількома взаємопов'язаними проблемами, сприяє підвищенню мотивації їхнього навчання, наполегливості у здобуванні професійних знань та вмінь. Приклади тем проектів: «Робота з матрицями — робота з двовимірними масивами», «Лінійна алгебра у прикладних задачах з використанням системи MATLAB, системи динамічної математики GeoGebra та програмування».

Вказані особливості в організації самостійної роботи сприяють реалізації системного, міжпредметного, інтеграційно-модульного, діяльнісного та особистісно-орієнтованого підходів у формуванні професійних вмінь майбутніх програмістів.

Індустріально-педагогічний технікум Конотопського інституту Сумського державного університету

E-mail address: kharlamovald@gmail.com

,

ДЕЯКІ АСПЕКТИ ЗАСТОСУВАННЯ ПРОГРАМИ MATHCAD У НАВЧАННІ СТУДЕНТІВ

Циганкова Ганна, Гузенко Світлана

На теперішній час найбільш популярним програмним пакетом при розв'язанні математичних задач є пакет MathCAD. Його користувачами є студенти, інженери і всі, кому потрібно проводити математичні розрахунки, починаючи від елементарної математики і до реалізації чисельних методів. Ця програма відрізняється простотою застосування, наочністю математичних дій, великою бібліотекою вбудованих функцій і методів, зручним апаратом представлення отриманих результатів і орієнтована, в основному, на користувачів, які не знають основ програмування, проте мають деякі базові знання з математики, фізики та інших фундаментальних наук [1]. Тому для розв'язування задач навчальної дисципліни «Вища математика» для студентів різних спеціальностей пропонується використання програми MathCAD. Головне меню MathCAD має стандартний вигляд. У обчисленнях використовуються такі панелі інструментів, як **Math** (Математика) — призначена для вставки математичних символів і операторів, **Formatting** (Форматирование) — призначена для форматування (зміни типу і розміру шрифту і т.д.) тексту та формул, **Symbolic** (Символы) — призначена для виконання команд швидких аналітичних перетворень. Панель інструментів **Math** (Математика) викликає на екран ще декілька підпанелей MathCAD: **Calculator** (Калькулятор) — для вставки основних математичних операцій, **Calculus** (Вычисления) — для числових обчислень, **Evaluation** (Выражение) — для вставки операторів керування обчисленнями, **Matrix** (Матрица) — для вставки матриць і матричних операторів, **Graph** (График) — для вставки графіків, **Boolean** (Булевы операторы) — для вставки логічних (булевих) операторів та інші. Показано, що для розв'язання диференціальних рівнянь за допомогою програмного пакету MathCAD потрібні лише знання звичайної математичної мови (для правильного запису математичних виразів) та найпростіші навички програмування [2]. При викладанні курсу «Вища математика» для комп'ютерних спеціальностей, у яких є лабораторні роботи з цієї дисципліни, доцільно використовувати цей програмний пакет. Студенти матимуть можливість аналітично розв'язати математичні задачі та порівняти результати обчислень, застосувавши програму MathCAD.

Література

[1] Кирьянов, Д.В. Mathcad 12. / Д.В. Кирьянов – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 576 с.: ил.
[2] Гузенко С.В., Циганкова Г.А. Застосування програмного пакету MathCAD для розв'язання диференціальних рівнянь / International Scientific Journal. – 2016. – №4. – Т.2. – С.27-29.

Національний університет харчових технологій
E-mail address: tsgk.anna@gmail.com, arilsv77@gmail.com

МОТИВАЦІЯ У НАВЧАННІ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ СТУДЕНТІВ ЕКОНОМІЧНИХ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ

Чернобай Ольга Борисівна

Сучасне суспільство вимагає від вищих навчальних закладів України підготовки таких фахівці, які можуть швидко адаптуватися до практичної діяльності, набувати нові знання та вміння, вдало їх застосовувати, творчо мислити, визначати головні проблеми і шукати ефективні методи їх розв'язання. Всебічне удосконалення структури системи вищої освіти спрямовано на те, щоб дати нашим студентам таку освіту, яка б забезпечила найкращі можливості для застосування їх знань.

Передумовою ефективного засвоєння навчального матеріалу з вищої математики є наявність у студентів мотивації навчальної діяльності. В умовах навчання вищої математики у економічних вузах варто диференціювати різноманітні способи навчальної мотивації з метою досягнення їх найбільшої ефективності.

Робота викладача з розвитку мотиваційної сфери студента повинна включати наступні елементи:

1) актуалізацію наявних у студентів позитивних, мотиваційних установок та їх подальший розвиток;

2) формування і розвиток нових позитивних мотиваційних установок;

3) корекцію невірних мотиваційних установок.

Для підвищення мотивації навчальної діяльносі студентів ефективними є наступні прийоми:

1) залучення студентів до активної позааудиторної роботи, зокрема, проведення олімпіад, оформлення стінгазет, складання математичних задач про податки для шкільних підручників;

2) наукова робота студентів, виступи на конференціях, підготока тез доповідей до друку, участь у математичних читаннях;

3) створення проблемних ситуацій на різних етапах навчального процесу, творча робота студентів;

4) участь студенів у роботі проблемних груп, які працюють у вищих навчальних закладах.

З метою підвищеня мотивації навчання на кафедрі вищої математики університету ДФС України підготовлено до друку навчальний посібник "Математика для економістів де розглядаються економічні задачі кожного розділу.

Розглянуті способи мотивації студентів створюють сприятливі умови для розвитку особистості студента при опановуванні знаннями вищої математики в його індивідуальному навчальному просторі.

Університет державної фіскальної служби України
E-mail address: chernobai.olga@gmail.com

,

РЕАЛІЗАЦІЯ ПРИКЛАДНОЇ СПРЯМОВАНОСТІ НАВЧАННЯ СТУДЕНТІВ ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНИХ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ ВНЗ ПРИ ВИВЧЕННІ ГЕОМЕТРІЇ

Шаповалова Н. В., Панченко Л. Л.

На сучасному етапі наука і техніка розробили технології дуже високого рівня, які вимагають від майбутніх фахівців високого рівня математичної підготовки, володіння різноманітними математичними методами. Тому актуальною стає проблема навчити студентів свідомо застосовувати здобуті теоретичні знання до розв'язування практичних задач. Вивчення курсу геометрії як одного з фундаментальних курсів математичної підготовки студентів фізико-математичних спеціальностей ВНЗ відкриває широкі можливості для їхнього інтелектуального розвитку, а саме для формування і розвитку логічного мислення, просторових уявлень і уяви, алгоритмічної культури, вміння встановлювати причинно-наслідкові зв'язки, будувати математичні моделі досліджуваних процесів і явищ, обґрунтовувати отримані висновки.

Під прикладною спрямованістю курсу геометрії розуміється його змістовний та методологічний зв'язок з практикою, що передбачає формування у студентів умінь, необхідних для розв'язування практичних задач засобами геометрії.

Прикладна спрямованість навчання геометрії формує у студентів розуміння геометрії, як методу пізнання та перетворення оточуючого світу, який має розглядатися не лише областю застосувань геометрії, а й невичерпним джерелом нових геометричних ідей. Навчання застосуванню геометричних знань до розв'язування задач прикладного змісту, що виникають поза межами геометрії і розв'язуються геометричними методами, сприяє зміцненню мотивації навчання, системності, дієвості, гнучкості набутих знань, розвитку вмінь застосовувати отримані знання, стимулює пізнавальні інтереси студентів.

Однак сутність, шляхи і засоби реалізації прикладної спрямованості навчання геометрії у вищій школі залишаються недостатньо розробленими у сучасній педагогічній і фаховій науці. Брак задач прикладного характеру, задач з практичним змістом і практичних задач дається взнаки як у ході навчання фахових дисциплін, так і у ході виробничої та педагогічної практики студентів. Втім, досвід останніх років свідчить про значну зацікавленість студентської аудиторії у тих наукових проблемах, що мають прикладне значення, особливо в оригінальних задачах міждисциплінарного змісту, що яскраво проявляється у виборі ними тематики науково-дослідних робіт.

Національний педагогічний університет імені М. П. Драгоманова
E-mail address: shaponv@gmail.com

СХЕМА ПЕРЕВІРКИ ЯКОСТІ ТЕСТОВОГО ЗАВДАННЯ З МАТЕМАТИКИ

Школьний О.В.

На сьогоднішній день загальнодержавні стандартизовані тестування з математики — державна підсумкова атестація (ДПА) та зовнішнє незалежне оцінювання (ЗНО) — стали звичними для всіх учасників навчального процесу в Україні. Основним засобом проведення стандартизованих оцінювань є тестові завдання. Природно, що якість цих завдань є визначальною для отримання адекватних результатів ЗНО і ДПА.

Поняття "якість" є складним, існує багато різних підходів щодо його тлумачення. Ми будемо виходити з так званого виробничого підходу: певний об'єкт вважається якісним, якщо він задовольняє певні визначені суспільством *стандарти якості*. Для завдань з математики їхня якість визначається метою, з якою ці завдання застосовуються.

Схема визначення якості тестового завдання. Оцінювання якості тестового завдання ми рекомендуємо проводити наступним чином.

1 етап. `Аналіз коректності умови.` Умова завдання має бути лаконічною, зрозумілою (не допускати двозначних тлумачень) і математично коректною, тобто не містити внутрішніх логічних суперечностей і мати однозначну відповідь (при цьому способи отримання цієї відповіді, звичайно, можуть бути різними).

2 етап. `Аналіз відповідності формі`. На цьому етапі ми перевіряємо, чи форма тестового завдання (з альтернативами, з короткою відповідю, з повним поясненням тощо) є оптимальною для даного завдання.

3 етап. `Перевірка на можливість вгадування відповіді.` Під "угадуванням відповіді до тестового завдання з математики" ми розуміємо спосіб, який дозволяє гарантовано отримати правильну відповідь без демонстрації тих знань, умінь і навичок (компетентностей), які закладає в це завдання його автор. При цьому мова не йде про альтернативний спосіб розв'язання, оскільки більшість із "методів угадування" грунтуються на грубих недоречностях у самих тестових завданнях.

4 етап. `Перевірка на відповідність меті.` На цьому етапі ми задаємо собі запитання: "А що саме ми хочемо перевірити цим завданням?" Після відповіді на це запитання варто на основі проведеного після трьох етапів аналізу дати відповідь на друге запитання: "А що насправді перевіряє це завдання?" Якщо відповіді на ці два запитання повністю збігаються, то робимо висновок, що тестове завдання можна вважати якісним. Якщо ж відповіді збігаються частково або зовсім не збігаються, то це означає, що тестове завдання потребує подальшого вдосконалення.

НПУ імені М.П. Драгоманова
E-mail address: `shkolnyi@ukr.net`

ПРОФЕСІЙНА НАПРАВЛЕНІСТЬ МАТЕМАТИЧНОЇ ПІДГОТОВКИ СТУДЕНТІВ ТЕХНІЧНИХ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ ВУЗІВ

Шоха В.П.

На сучасному етапі розвитку науки, техніки, інформаційних технологій до професійної підготовки випускників технічних вузів ставлять досить високі вимоги. Мова йде як про теоретичні знання студентів, так і про їхні практичні навики.

Однією з фундаментальних загальноосвітніх дисциплін в вузах технічного профілю є математика. Сучасні концепції освіти вимагають нових підходів до викладання цієї дисципліни, направлених на активізацію пізнавальної діяльності студентів, формування у них умінь, пов'язаних з практичним застосуванням отриманих знань. Для досягнення цієї мети студент технічного вузу повинен не тільки отримати фундаментальні математичні знання, але й набути досвід їхнього застосування для розв'язання різних задач, пов'язаних з його майбутньою професійною діяльністю.

Необхідність взаємозв'язку загальноосвітньої та професійної підготовки у технічних вузах призводить до того, що вивчення математики мало професійну направленість, яка при цьому розглядається як:
- засіб: за допомогою математики надати процесу навчання професійну направленість;
- форма специфічного міжпредметного зв'язку, яка при цьому характеризується як спеціалізований взаємозв'язок загальноосвітніх та професійних знань.

Під професійною направленістю навчання в технічному вузі будемо розуміти навчання, при якому реалізується зв'язок математики з дисциплінами інженерного циклу на різних рівнях, йде неперервний процес оволодіння студентами прийомами та методами освоєння майбутньої професійної діяльності.

В якості одного з основних засобів реалізації принципу професійної направленості навчання математики виступає комплекс спеціально розроблених і підібраних задач, які мають професійну направленість. Під цими задачами будемо розуміти абстрактні моделі реальних проблемних ситуацій прикладного характеру в професійній сфері діяльності, сформульовані у знаковій або образно-графічній формі, які розв'язуються математичними засобами.

Література

[1] Львова В. Д. Профессиональная направленность обучения математике студентов химико-технологических специальностей технических вузов. / В. Д. Львова — Астрахань, 2009. — 209 с.

Національний університет харчових технологій