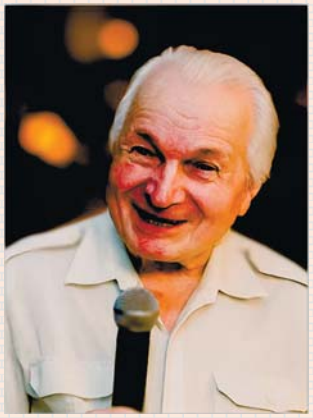
ВИДАВНИЦТВО
УКРАЇНСЬКОГО ДЕРЖАВНОГО УНІВЕРСИТЕТУ
імені Михайла Драгоманова

АКТУАЛЬНІ ПРОБЛЕМИ ТЕОРІЇ ТА МЕТОДИКИ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ

VII МІЖНАРОДНА НАУКОВА КОНФЕРЕНЦІЯ
VII INTERNATIONAL SCIENTIFIC CONFERENCE

АКТУАЛЬНІ ПРОБЛЕМИ ТЕОРІЇ ТА МЕТОДИКИ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ
TOPICAL PROBLEMS OF THE THEORY AND METHODOLOGY OF TEACHING MATHEMATICS



До 100-річчя з дня народження Григорія Бевза
To the 100th anniversary of the birth of Hryhorii Bevz

ТЕЗИ ДОПОВІДЕЙ / ABSTRACTS OF REPORTS

26–27 лютого 2026 р. /26-27 of February 2026
Київ, Україна / Kyiv, Ukraine

Міністерство освіти і науки України
Український державний університет імені Михайла Драгоманова
Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського
Інститут педагогіки Національної академії педагогічних наук України
Криворізький державний педагогічний університет
Уманський державний педагогічний університет імені Павла Тичини
Учительский коледж Колумбійського університету (Нью-Йорк, США)
Білефельдський університет (Білефельд, Німеччина)
Шуменський університет імені єпископа Костянтина Преславського (Шумен, Болгарія)
Державний педагогічний університет «Іон Креанге» (Кишинів, Молдова)

VII МІЖНАРОДНА НАУКОВА КОНФЕРЕНЦІЯ

АКТУАЛЬНІ ПРОБЛЕМИ ТЕОРІЇ ТА МЕТОДИКИ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ

ДО 100-РІЧЧЯ З ДНЯ НАРОДЖЕННЯ ГРИГОРІЯ БЕВЗА

ТЕЗИ ДОПОВІДЕЙ

26–27 лютого 2026 р.
Київ, Україна

Тези доповідей VII Міжнародної наукової конференції «Актуальні проблеми теорії та методики навчання математики: до 100-річчя з дня народження Григорія Бевза», 26-27 лютого 2026 р., м.Київ, Україна. – К. : УДУ імені Михайла Драгоманова, 2026. – 236 с.

Організаційний комітет

Віктор Андрущенко – ректор УДУ імені Михайла Драгоманова, член-кореспондент НАН України, дійсний член НАПН України, доктор філософських наук, професор (голова):

Григорій Торбін – проректор з наукової роботи УДУ імені Михайла Драгоманова, доктор фізико-математичних наук, професор (заступник голови);

Микола Працьовитий – декан Факультету математики, інформатики та фізики УДУ імені Михайла Драгоманова, доктор фізико-математичних наук, професор (заступник голови);

Олександр Школьний – завідувач кафедри методики навчання математики УДУ імені Михайла Драгоманова, доктор педагогічних наук, професор (заступник голови);

Василь Швець – професор кафедри навчання математики УДУ імені Михайла Драгоманова, кандидат педагогічних наук, професор;

Ольга Матяш – професор кафедри алгебри і методики навчання математики Вінницького ДПУ імені Михайла Коцюбинського, доктор педагогічних наук, професор;

Дарина Васильєва – завідувач відділу математичної та інформатичної освіти Інституту педагогіки НАПН України, кандидат педагогічних наук, старший дослідник;

Дмитро Бобилєв – завідувач кафедри математики і методики навчання математики Криворізького ДПУ, кандидат педагогічних наук, доцент;

Тетяна Годованюк – проректор з наукової роботи Уманського ДПУ імені Павла Тичини, доктор педагогічних наук, професор;

Александр Карп – професор Вчительського коледжу Колумбійського університету (Нью-Йорк, США), доктор філософії, професор;

Міхаель Кляйне – професор кафедри дидактики математики Університету міста Білефельд (Німеччина), доктор наук, професор;

Наталія Павлова – професор Шуменського університету імені єпископа Костянтина Преславського (Болгарія), доктор наук, професор;

Іон Акірі – професор ДПУ “Ion Creangă” (Кишинів, Республіка Молдова), доктор фізико-математичних наук, конференціар, провідний науковий співробітник.

Секретаріат оргкомітету

Світлана Мазур – зав. лабораторії кафедри методики навчання математики
Тетяна Года – аспірантка кафедри методики навчання математики

Контакти: 01601, м. Київ, вул. Пирогова, 9. Український державний університет імені Михайла Драгоманова, Факультет математики, інформатики та фізики, Кафедра методики навчання математики, тел. (044) 239-30-95; e-mail : kmmvm@ukr.net

Ministry of Education and Science of Ukraine
Dragomanov Ukrainian State University (Kyiv, Ukraine)
Mykhailo Kotsiubynskyi Vinnytsia State Pedagogical University (Vinnytsia, Ukraine)
Institute of Pedagogy of the National Academy of Pedagogical Sciences of Ukraine
Kryvyi Rih State Pedagogical University (Kryvyi Rih, Ukraine)
Pavlo Tychyna Uman State Pedagogical University (Uman, Ukraine)
Teachers College, Columbia University (New York, USA)
Bielefeld University (Bielefeld, Germany)
Konstantine Preslavsky University of Shumen (Shumen, Bulgaria)
State Pedagogical University “Ion Creangă” (Chisinau, Republic of Moldova)

VII INTERNATIONAL SCIENTIFIC CONFERENCE

TOPICAL PROBLEMS OF THE THEORY AND METHODOLOGY OF TEACHING MATHEMATICS

TO THE 100TH ANNIVERSARY OF THE BIRTH OF HRYHORII BEVZ

ABSTRACTS

26-27 of February 2026
Kyiv, Ukraine

Abstracts of the VII International Scientific Conference "Topical Problems of the Theory and Methodology of Teaching Mathematics: to the 100th anniversary of the birth of Hryhorii Bevz", February 26-27, 2026, Kyiv, Ukraine. – Kyiv: Dragomanov USU, 2026. – 236 p.

Organizing Committee of the Conference

Victor Andrushchenko – Rector of Dragomanov USU, Academician of the NAPS of Ukraine, Doctor of Philosophic Science, Professor (chairman):

Gregory Torbin – Vice-Rector of Scientific Work of Dragomanov USU, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor (vice chairman);

Mykola Pratsiovytyi – Dean of the Faculty of Mathematics, Informatics and Physics of Dragomanov USU, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor (vice chairman);

Oleksandr Shkolnyi – Head of the Department of Mathematics Teaching Methods of Dragomanov USU, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor (vice chairman);

Vasyl Shvets – Professor of the Department of Mathematics Teaching Methods of Dragomanov USU, Candidate of Pedagogical Sciences, Professor;

Olha Matiash – Professor of the Department of Algebra and Mathematics Teaching Methods of Vinnytsia SPU named after Mykhailo Kotsiubynsky, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor;

Daryna Vasylieva – Head of the Department of Mathematics and Informatics Education of the Institute of Pedagogy of the NAPS of Ukraine, Candidate of Pedagogical Sciences, Senior Researcher;

Dmytro Bobylev – Head of the Department of Math and Methods of Teaching Mathematics of the Kryvyi Rih SPU, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor;

Tetiana Hodovaniuk – Vice-Rector for Scientific Work of the Pavlo Tychyna SPU of Uman, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor;

Alexander Karp – Professor of the Teachers College of Columbia University (New York, USA), PhD, Professor;

Michael Kleine – Professor of the Department of Mathematics Didactics of the University of Bielefeld (Germany), Doctor of Sciences, Professor;

Nataliya Pavlova – Professor of the Konstantin Preslavsky University of Shumen (Bulgaria), Doctor of Sciences, Professor;

Ion Akiri – Professor of the SPU “Ion Creangă” (Chisinau, Republic of Moldova), Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Conferenciar, Leading Researcher.

Organizing Committee Secretariat

Svutlana Mazur – Laboratory manager of the Department of Mathematics Teaching Methods.
Tetiana Hoda – PhD student of the Department of Mathematics Teaching Methods.

Contacts: Pyrohova, 9, Kyiv, Ukraine, 01601, Dragomanov Ukrainian State University, Faculty of Mathematics, Informatics and Physics, Department of Mathematics Teaching Methods; tel. **+380-44-239-30-95**; E-mail: kmnm@udu.edu.ua

Про шлях Бевз Григорія Петровича та Валентини Григорівни

Бузок десь називають бузом, безом,
А в нас на Уманщині й на Волині
Кущі ті називають люди бевзом
Від діда-прадіда й донині.
Від тих кущатих деревець-лози,
Що так весною квітнуть хорошенько,
Пішли у світ і призвище Бевзи,
І Бевзухи, і Бевзушенки.
Григорій Бевз

7 лютого 2026 року виповнилося 100 років з дня народження Григорія Петровича Бевза, а 26 квітня 2025 року виповнилося 70 років з дня народження його доньки, Валентини Григорівни Бевз. Родина Бевзів є прикладом плідної педагогічної династії, де професійні інтереси, спільні цінності та любов до пізнання нового транслювалися протягом декількох поколінь.

Григорій Петрович Бевз (1926 –2021) розпочав свій життєвий шлях у складних умовах: його дитинство припало на голод 1933 року та роки Другої світової війни. У юності він працював слюсарем, помічником коваля та підземним електрослюсарем на шахті в Кривому Розі. Його шлях до освіти був надзвичайно наполегливим. Наприклад, він щодня долав пішки 7 кілометрів із рідного села Війтівка до школи в місті Умань, яку закінчив у 22 роки зі срібною медаллю.

Григорій Петрович демонстрував жагу до знань у непрості часи. У 1950 році він закінчив Уманський учительський інститут. Професійний шлях свій розпочав з викладання математики та фізики у сільських школах Христинівського району на Черкащині: спочатку в Угловатській семирічці, а пізніше – в Івангородській та Верхняцькій середніх школах. Працюючи з дітьми, він швидко збагнув, що основною перешкодою для учнів є невміння оперативно встановлювати логічні зв’язки між математичними величинами. Вважав, що навчити розв’язувати задачі можна лише через постійну практику опрацювання великої кількості вправ, розглядаючи задачу як метод навчання та засіб організації мислення. На своїх уроках він впровадив обов'язкову 10-хвилинну розминку на початку кожного уроку, пропонуючи учням близько 10-15 усних задач. Він свідомо розпочинав із найелементарніших завдань, посильних навіть для першокласників, щоб зняти психологічний бар'єр і залучити до роботи всіх. Ускладнював задачі повільно. Вправи брав з голови відповідно до ситуації в класі. У процесі такої роботи учні класу розв’язували усно значно більше задач, ніж письмово. В подальшому ці учні продемонстрували найкращі результати на іспитах у районі. Вважав, що не менш важливим за доведення теорем є формування понять, їхні означення, класифікації, приклади і контрприклади, а також геометричні величини, їх вимірювання та обчислення, геометричні побудови.

Григорій Петрович мав неабиякий хист до музики, мав ідеальний слух, був справжнім мультиінструменталістом у молодості. Вмів грати на скрипці, мандоліні та багатьох духових інструментах. Під час вчителювання в селі Угловата він з іншими вчителями запровадив оркестр та театральний гурток.

Григорій Петрович підтримував активне листування зі своїми учнями протягом багатьох років після завершення роботи в школі. Він був прикладом для багатьох учнів. Зокрема, його учениця з Угловатської школи Кучер Є. П. згодом теж обрала професію вчительки математики та працювала в Уманській школі № 2 (школі, яку колись закінчив Григорій Петрович).

Паралельно з початком педагогічної діяльності він навчався заочно на фізико-математичному факультеті Криворізького педагогічного інституту, який закінчив із відзнакою у 1952 році.

Протягом 1954 –1957 років він проходив навчання в аспірантурі Київського державного педагогічного інституту імені О. М. Горького (нині Український державний університет імені М.П. Драгоманова) за спеціальністю «Методика викладання математики». Його науковим керівником був Давид Мойсейович Маєргойз. Григорій Петрович свідомо обрав методику, а не теорію чисел, пояснюючи свій вибір тим, що методика є соціально значущою.

Варто зауважити, що шлях до захисту був непростим. Першу дисертацію він не зміг подати до захисту, оскільки на аналогічну тему вже захистилася інша дослідниця у Ленінграді. Через це був змушений самостійно сформулювати нову тему - «Доведення в шкільному курсі алгебри», за якою успішно захистився у 1961 році.

Після завершення аспірантури у 1957 році він був направлений в Криворізький педагогічний інститут на роботу, де до 1961 року обіймав посаду старшого викладача. Під час роботи в Кривому Розі він також викладав у випускних класах вечірньої школи.



З 1961 року він працював у Київському державному педагогічному інституті імені О. М. Горького (нині Український державний університет імені М.П. Драгоманова), де з 1972 по 1983 очолював кафедру методики математики. Він читав різні курси: теорія чисел, елементарна математика, історія математики, методика математики. Конспект лекцій завжди писав, але на парах їх не використовував, бо любив імпровізувати, а конспект завжди гальмував. На підготовку лекцій з методики математики витрачав вдесятеро більше часу, ніж на суто математичні курси.

У 1960–70-х роках, він видав методичні посібники («Методика викладання математики», «Методика викладання алгебри»), які виросли з його власних дисертаційних досліджень, адаптованих для реальних потреб школи.

Григорій Петрович протягом багатьох років був відповідальним редактором республіканського науково-методичного збірника «Методика викладання математики». Як редактор наукових збірників, він вичитував усі статті, часто надаючи детальні рекомендації авторам-початківцям, щоб зробити їх змістовнішими, але також міг безжально відхилити недостатньо якісні на його думку праці досвідчених авторів. Він був вимогливим до себе та до інших.

За свою багаторічну діяльність він підготував кілька тисяч учителів математики та 20 кандидатів наук. Стосунки Григорія Петровича з молодими науковцями та аспірантів базувалися на засадах глибокої поваги, щирої допомоги та професійної вимогливості. Він завжди дотримувався принципу, який перейняв від свого вчителя Олександра Астряба: «коли не зовсім вдало пише початківець, то йому потрібно допомогти».

Бевз Г. П. мав принципову позицію щодо втручання відомих математиків у шкільну освіту. Він вважав, що вони, будучи авторитетами у своїй сфері, часто були не достатньо обізнаними в методиці. Зокрема, він знайшов близько 30 помилок у пробному підручнику академіка А. М. Колмогорова «Геометрія-6», про що особисто написав автору. Колмогоров А. М. подякував і погодився з більшістю зауважень. Але був і інший випадок. Григорія Петровича зобов'язали провести апробацію експериментального посібника «Геометрія 6 -10 класи» О. В. Погорєлова. Виявивши в ньому недоліки, Бевз Г. П. у січні 1981 року написав автору приватного листа, де перелічив помилки, сподіваючись допомогти в підготовці нового видання. У листі він також просив звільнити його від консультування вчителів щодо цього посібника, оскільки його власні погляди на курс геометрії суттєво розбігалися з підходом О. В. Погорєлова. Замість професійної дискусії цей лист викликав обурення і мав важкі наслідки для кар'єри Григорія Петровича, призвівши до адміністративного тиску та заборон на друк його праць продовж тривалого часу. Згодом з'ясувалося, що зауваження були обґрунтованими. За кілька місяців на адресу Погорєлова О. В. надійшло понад 400 сторінок критичних зауважень з усього СРСР. Найбільш нищівною була оцінка академіка О. Д. Александрова (найтитулованішого на той час геометра в СРСР).

Григорій Петрович Бевз був надзвичайно різнобічною особистістю, чиї таланти та вміння виходили далеко за межі математичної науки та методики.

Писати вірші він почав ще у шкільні роки, а під час навчання в інституті виборов перше місце в поетичному конкурсі. Його літературний доробок надзвичайно багатий: він є автором збірок для дітей, унікальної праці «Римована математика» та великих форм, таких як поема «Енеїда: перелицьована втретє». Крім того, він виявив себе як глибокий мислитель та історик, написавши книги «Діалектика буття», «Про любов», «Українці» та фундаментальне краєзнавче дослідження «Історія Уманщини».



Саме в Умані, в Уманському учительському інституті, Григорій Петрович познайомився зі своєю майбутньою дружиною Майєю Анатоліївною, з якою у них народилось двоє доньок – Валентина та Наталія. За освітою вони також були вчителями математики.

Валентина Григорівна Бевз (1955 - 2021) – старша донька Григорія Петровича і Майї Анатоліївни. Вона закінчила з відзнакою той самий інститут, де працював її батько, та працювала вчителем школи № 26 м. Києва та викладачем для іноземних студентів в Київському інституті громадянської авіації (нині КАІ).

1987 – 1990 роки – Валентина Григорівна навчалась заочно в аспірантурі Науково-дослідного інституту педагогіки УРСР, а у 1990 там захистила кандидатську дисертацію «Методичні основи побудови системи стереометричних завдань» під керівництвом Тамари Миколаївни Хмари.

З 1991 року вона почала працювати на кафедрі математики та методики математики НПУ імені М. П. Драгоманова на посаді асистента. А з 1993 року перейшла на посаду старшого викладача. Викладала методику навчання математики та історію математики.

Захоплення Валентини Григорівни Бевз були надзвичайно різноманітними й часто перепліталися з її професійною діяльністю. Вона з дитинства дуже любила читати, глибоко цікавилася психологією, що згодом відобразилося в її наукових працях через створення психологічного підґрунтя для вивчення математики, врахування індивідуальних особливостей учнів та розвиток обдарованості. Захоплення подорожами розпочалося ще в студентські роки і зміцнилося в період роботи з іноземними студентами, коли вона відвідала багато країн Азії. В подальшому вона також активно брала участь в міжнародних конференціях за кордоном.



Вона завжди стежила за новими тенденціями в освіті, не боялася експериментувати з новими формами навчання, хоча й спиралася на класичні традиції. Вона активно використовувала мультимедійні презентації, відео та створювала спеціальні програми, що анімували історичні задачі, аби посилити наочність курсу та мотивацію студентів. Ще до широкого впровадження хмарних технологій вона розробила власну комп'ютерну оболонку для тестування студентів з історії математики.

У 1995 році їй було присвоєно вчене звання доцента.

Основним напрямом наукової діяльності Валентини Бевз була історія математики.

У 2002–2005 роках навчалась в докторантурі у Національному педагогічному університеті імені М. П. Драгоманова. У своєму докторському дослідженні вона довела, що історичний матеріал впливає не лише на інтелект студента, а й на його афективну сферу (емоції, переживання, інтерес до навчання). Вона розробила та науково обґрунтувала концепцію вивчення і використання історії математики як інтеграційної основи навчання математичних дисциплін для майбутніх учителів.

Крім того вона запропонувала:

- будувати курс історії математики як комплекс: лекції за хронологічним принципом, а практику – за історією розвитку окремих галузей,

- впровадити для першокурсників пропедевтичний курс «Математика як наука і навчальний предмет».

У 2004 році вийшов її навчальний посібник для студентів фізико-математичних факультетів педагогічних університетів «Практикуму з історії математики», а у 2005 році – її монографія «Історія математики у фаховій підготовці майбутніх учителів». Крім того вона створила програму факультативних курсів з історії науки для учнів основної та старшої школи.

24 квітня 2007 року Бевз В. Г. захистила докторську дисертацію на тему «Історія математики як інтеграційна основа навчання предметів математичного циклу у фаховій підготовці майбутніх учителів» у Національному педагогічному університеті імені М. П. Драгоманова під керівництвом Шкіля Миколи Івановича.

З 2008 року Валентина Григорівна Бевз працювала на посаді професора кафедри математики та теорії і методики навчання математики НПУ імені М. П. Драгоманова.

Попри роботу в Києві, Валентина Григорівна підтримувала тісний професійний зв'язок з Уманню: за сумісництвом працювала в Уманському державному педагогічному університеті та разом із Годованюк Т. Л започаткувала Всеукраїнську студентську конференцію «Історія науки – майбутньому вчителеві».

Важливе місце у її професійній діяльності посідала співпраця з журналом «Математика в школі» (з 2012 року мав назву «Математика в рідній школі»), де вийшло багато її статей. У редакції журналу вона пройшла шлях від автора до заступника головного редактора, яким була Хмара Тамара Миколаївна, а з 2012 року стала його головним редактором. В журналі вона вела постійну рубрику «Математичний календар» (загалом написала 112 календарів).

Під керівництвом Валентини Григорівни Бевз успішно захистилися 11 кандидатів педагогічних наук та 3 доктори педагогічних наук. Валентина Григорівна вирізнялася демократичним стилем керівництва, підтримувала наукову ініціативу молодих дослідників, щиро цікавилася долею кожного з них.

Процес підручникотворення в родині Бевзів – це унікальний приклад наукової спадкоємності, де створення навчальної літератури стало справою життя декількох поколінь. Початок створення безпосередньо шкільних підручників відбувся у 1980-х роках під час Всесоюзного конкурсу на написання підручників. Оскільки умови конкурсу вимагали, щоб над підручником працював не один автор, а колектив, то Григорій Петрович одразу залучив своїх доньок – Валентину та Наталію, які вже на той момент мали досвід роботи в школі. Загалом було написано низку підручників з математики, алгебри і геометрії для 5-11 класів. Їхні підручники були перекладені багатьма мовами, зокрема польською, угорською та румунською, для забезпечення навчання в школах національних меншин.

Література

1. Бевз Г.П. Моя методика математики / упорядник і відповідальний редактор В.О. Тадеєв. – Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2021. – 584 с.: іл. – Серія «Подвижники освіти».

2. Григорій Петрович Бевз: біобібліографічний покажчик / М-во освіти і науки України, Нац. пед. ун-т імені М. П. Драгоманова ; редколегія : Л. Л. Макаренко, Л. В. Савенкова, В. О. Швець, Д. В. Васильєва ; відповід. за вип. : Л. В. Савенкова ; упорядники : Н. І. Тарасова, Д. В. Васильєва ; бібліогр. ред. : О. Л. Хархун, Г. І. Шаленко. – Київ : Вид-во НПУ імені М. П. Драгоманова, 2022. – 159 с. – Серія "Вчені НПУ імені М. П. Драгоманова". https://lib.iitta.gov.ua/id/eprint/731800/1/Григорій%20Бевз_верстка.pdf

3. Валентина Григорівна Бевз: біобібліографічний покажчик / М-во освіти і науки України, Нац. пед. ун-т імені М. П. Драгоманова ; редколегія : Л. Л. Макаренко, Л. В. Савенкова, В. О. Швець, Д. В. Васильєва; упорядники: Н. І. Тарасова, Д. В. Васильєва ; бібліогр. ред. : Г. І. Шаленко, О. Л. Хархун. – Київ : Вид-во НПУ імені М. П. Драгоманова, 2022. –150 с. – Серія "Вчені НПУ імені М. П. Драгоманова".https://lib.iitta.gov.ua/id/eprint/731943/1/Валентина%20Бевз.pdf

Дарина Васильєва
завідувач відділу математичної та інформатичної освіти
Інституту педагогіки НАПН України
кандидат педагогічних наук, старший дослідник

ДОПОВІДІ
НА ПЛЕНАРНОМУ ЗАСІДАННІ
КОНФЕРЕНЦІЇ

PPLENARY SESSION



Іон Акірі
Державний Педагогічний Університет «Іон Креанге»,
Кишинів, Республіка Молдова
iakiri8@gmail.com

МАТЕМАТИКА В ПРОФІЛЬНІЙ ШКОЛІ

Питання про те, яку математику слід вивчати у старшій школі, є дуже важливим для будь-якої країни. Слід зазначити, що в цьому плані не існують прийняті єдині стандарти. Різні країни по-різному будують шкільну програму (курикулум) з математики для ліцейської освіти. Наприклад, у Франції та Італії досить глибоко вивчається аналітична геометрія, а в Румунії в ліцеї її зовсім не вивчають. Натомість у Румунії ліцеїсти всіх профілів вивчають алгебраїчні структури, коли у Франції та Італії випускники ліцею не знають, що таке алгебраїчні структури. Проглядаються й інші відмінності у навчанні математики у старшій школі у цих та інших країнах.

У Республіці Молдова в ліцеї (X, XI та XII класи) учні навчаються за такими профілями: *Реальний профіль, Гуманітарний профіль* та *Профілі мистецтво та спорт*. Ліцеїсти *Реального профілю* вивчають Математику за окремим шкільним курикулумом. Для *Гуманітарного профілю* та *Профілів мистецтво та спорт* розроблено інший, спрощений шкільний курикулум з Математики. Зазначаємо, що в Республіці Молдова не вивчають окремі шкільні дисципліни Алгебра та Геометрія, а вивчають і в гімназії, і в ліцеї, інтегрований шкільний курс Математика.

Відповідно до шкільного курикулуму з математики, прийнятого у 2019 році, передбачено вивчення за класами наступних навчально-дидактичних ліній [1]:

X клас (5 годин на тиждень):

Елементи теорії множин та математичної логіки. Метод математичної індукції. Степені. Корені. Логарифми. Одночлени. Многочлени. Алгебраїчні дроби. Функції. Основні властивості. Числові функції (Функція I степені, Функція II степені, Степенева функція, Функція радикал, Показова функція, Логарифмічна функція). Рівняння. Нерівності. Системи та сукупності. Елементи тригонометрії. Тригонометричні функції, рівняння та нерівності. Геометричні фігури на площині. Повторення та доповнення.

XI клас (5 годин на тиждень):

Послідовності дійсних чисел. Арифметична та геометрична прогресії. Границя послідовності. Границі функцій. Безперервні функції. Диференційовані функції. Похідна. Застосування похідної. Комплексні числа. Матриці. Визначники. Системи лінійних рівнянь. Паралельність у просторі. Перпендикулярність у просторі. Геометричні перетворення у просторі.

XII клас (5 годин на тиждень):

Первісна. Невизначений інтеграл. Визначений інтеграл. Застосування. Елементи комбінаторики. Біном Ньютона. Елементи математичної статистики, елементи теорії ймовірностей та фінансового обчислення. Багатогранники. Тіла обертання.

Кінцевими результатами реалізації шкільного курикулуму з математики для реального профілю є формування наступних ***специфічних компетентностей***[1]:

1. *Використання дійсних та комплексних чисел для виконання обчислень у різних контекстах, виявляючи інтерес до строгості та точності у обчисленнях.*

2. *Застосування вивчених математичних понять, методів, алгоритмів, властивостей, теорем у різних контекстах, вдаючись до математичних понять та методів при вирішенні повсякденних задач та/або завдань із різних галузей.*

3. *Застосування математичних міркувань для ідентифікації та вирішення проблем у різних контекстах, виявляючи ясність, правильність і стислість у міркуваннях.*

4. *Аналіз вирішення завдання, проблемної ситуації в контексті коректності, простоти, чіткості та значущості отриманих результатів, розвиваючи дух об'єктивності та неупередженості.*

5. *Екстраполірування математичних придбань для виявлення та опису процесів, явищ у різних галузях, вдаючись до математичних понять та методів при аналізі та вирішенні різних ситуацій.*

6. *Розроблення стратегій та проектування діяльності для вирішення теоретичних та/або практичних завдань, розвиваючи здатність оцінювати строгість, порядок та елегантність в архітектурі вирішення проблеми.*

7. *Обгрунтування математичного висловлювання чи результату, використовуючи аргументи, підтримуючи власні ідеї та думки.*

Якщо для *Реального профілю* шкільна дисципліна Математика є базовою для продовження навчання у вищих навчальних закладах на спеціальностях пов'язаних з математикою, то для *Гуманітарного профілю* та *Профілів мистецтво та спорт* вона є дисципліною для загального розвитку. У цьому контексті шкільний курикулум для *Гуманітарного профілю* та *Профілів мистецтво та спорт* визначає явний прикладний напрямок вивчення математики. Зокрема, згідно з шкільним курикулумом з математики, прийнятим у 2019 році, за класами передбачено вивчення наступних навчально-дидактичних ліній [1]:

X клас (3 години на тиждень):

*Дійсні числа. Повторення та доповнення. Множини. Числові функції (Функція I степені, Функція II степені, Степенева функція, Функція радикал, Показова функція, Логарифмічна функція). Рівняння. Нерівності. Системи. Геометричні фігури на площині. Повторення та доповнення***.**

XI клас (3 години на тиждень):

Послідовності дійсних чисел. Арифметична та геометрична прогресії. Комплексні числа. Матриці. Визначники. Системи лінійних рівнянь. Паралельність у просторі. Перпендикулярність у просторі.

XII клас (3 години на тиждень):

Елементи комбінаторики. Елементи математичної статистики та фінансового обчислення. Елементи теорії ймовірностей. Багатогранники. Тіла обертання.

Кінцевими результатами реалізації шкільного курикулуму з математики для *Гуманітарного профілю* та *Профілів мистецтво та спорт* є формування наступних ***специфічних компетентностей***[1]**:**

1.*Використання дійсних чисел для виконання обчислень у різних контекстах, виявляючи інтерес до строгості та точності у обчисленнях.*

2. *Виклад математичною мовою висловлювання, ситуації, рішення, формулюючи чітко і стисло висловлювання.*

3. *Застосування математичних міркувань для ідентифікації та вирішення проблем, виявляючи ясність, правильність і стислість у міркуваннях.*

4. *Дослідження сукупності даних, використовуючи адекватні інструменти, у тому числі цифрові та математичні моделі для вивчення/опису відношень та процесів, демонструючи наполегливість та аналітичний дух.*

5. *Застосування геометричних понять, відношення та інструментів для вирішення проблем, виявляючи послідовність та дедуктивний підхід.*

6. *Екстраполірування математичних придбань для виявлення та опису процесів, явищ у різних галузях, вдаючись до математичних понять та методів при аналізі та вирішенні різних ситуацій.*

7. *Обґрунтування математичного висловлювання чи результату, використовуючи аргументи, підтримуючи власні ідеї та думки.*

Виходячи із значущості шкільного предмета Математика для соціального та економічного розвитку держав вважаємо, що, напевно, **слід розробити загальні освітні стандарти для цієї дисципліни в ліцейській (профільній) освіті на європейському рівні.** Слід визначитися з основними математичними змістами, які мають вивчати у профільній школі. [2]

Вважаємо, що побудова курикулумів з математики для профільної школи має ґрунтуватися на слідуючих основних принципах:

- принцип кореляції вивчених у профільній школі математичних понять та всього, що пов'язано з ними, з майбутніми професіями випускників ліцеїв;

- принцип раціонального розподілу часу для вивчення основних галузей математики у школі: *25-30% часу для вивчення алгебраїчних понять; 30% часу на вивченні елементів математичного аналізу; 30% часу на вивченні геометричних понять; 10-15% часу на вивченні елементів статистики, теорії ймовірностей та фінансового обчислення*;

- принцип навчання математики на відповідному рівні абстрактності: на нашу думку слід розробити три типи шкільного курикулуму з математики для профільної школи: *1) навчання математики на високому рівні абстрактності* (для майбутніх математиків, інформатиків тощо); 2) *навчання математики на середньому рівні абстрактності* (для майбутніх фізиків, хіміків, біологів, інженерів, економістів тощо); 3) *навчання математики на достатньому рівні абстрактності у плані прикладного напряму вивчення математики* (для майбутніх гуманітаріїв, юристів, психологів тощо).

Отже, визначаємо, що проблема вивчення математики у профільній школі є актуальною як для Республіки Молдова, так і для України, в тому числі, в контексті майбутньої європейської інтеграції. [2]

Література

1. **Математика:** Curriculum național: clasele 10-12: Curriculum disciplinar: Ghid de implementare/Ministerul Educației, Culturii și Cercetării al Republicii Moldova. Coordonator Ion Achiri. – Chișinău: Lyceum, 2020. ISBN 978-9975-3439-1-6. https://mec.gov.md/sites/default/files/matematica_x-xii_rusa.pdf

2. **Recomandarea** 2006/962/CE **a Parlamentului European și a Consiliului** din 18 decembrie 2006 privind competențele-cheie pentru învățarea pe tot parcursul vieții (JO L 394, 30.12.2006, pp. 10-18). https://eur-lex.europa.eu/RO/legal-content/summary/lifelong-learning-key-competences.html

Іон Акірі. Математика у профільній школі.

Анотація. Розглядається проблема навчання математики у профільному ліцеї. Приведено досвід побудови шкільного курикулуму з математики для ліцейської освіти в Республіці Молдова. Сформульовано основні принципи побудови шкільних програм (курикулумів) з математики в ліцеї у контексті європейської інтеграції.

Ключові слова: математика, профільна школа, навчально-дидактичні лінії, компетентності, досвід Республіки Молдова, курикулум, принципи побудови курикулуму.

Ion Akiri. Mathematics in a Profile School.

Abstract: This article examines the problem of teaching mathematics in a profile lyceum. The experience of developing a school mathematics curriculum for lyceum education in the Republic of Moldova is presented. The main principles of developing school mathematics programs (curricula) in lyceums in the context of European integration are formulated.

Key words: mathematics, profile school, teaching mathematical content, competencies, experience of the Republic of Moldova, curriculum, principles of curriculum developmen.

Léon Brings & Michael Kleine
University of Bielefeld / Faculty of Mathematics /
Institute for Didactics of Mathematics
Bielefeld, Germany
leon.brings@uni-bielefeld.de

CUT-OFF DETERMINATION OF SCREENING INSTRUMENTS FOR MATHEMATICS EDUCATION

This paper addresses the early identification of mathematical learning risks using standardised screening. The Erasmus+ project DiToM is developing screenings for key school transitions. The theoretical basis is "mathematical key skills" as the minimum prior knowledge necessary for further learning. Central to this is the cut-off determination for resource management.This paper presents the methodological approach to determining sensitivity-oriented cut-off values.

Introduction

National and international large-scale studies measuring mathematical skills consistently show that a growing proportion of students fail to meet the minimum standards in mathematics at the end of Year 4 and in lower secondary education (e.g. IQB, PISA). This development has particularly serious consequences for mathematics teaching, as deficits in basic skills have an impact on subsequent learning processes due to the hierarchical structure of mathematical learning (Wittmann, 2015). New knowledge builds on established prior knowledge. If fundamental mathematical ideas and concepts are lacking, it is only possible to acquire content based on them to a limited extent in a way that promotes understanding (Gaidoschik et al., 2021, p. 13). Against this background, it is necessary to stabilise basic skills in a targeted manner and to identify learning deficits at an early stage. A key component of this are standardised screening instruments that enable subject teachers to make an initial assessment of potentially at-risk students in a cost-effective manner and serve as a screening procedure for the allocation of support resources. This is where the Erasmus+-funded DiToM (Diagnostic Tool in Mathematics) project comes in. The aim of DiToM is to develop screening instruments for key transitions in the school career in seven European countries to develop screening instruments for key transitions in the school career, specifically for the transitions between grades 0 and 1, 2 and 3, 4 and 5, 6 and 7, and 8 and 9. As these instruments are also available in English, they can also be used in other countries. The aim of the screenings is to identify, on a group basis and in a time-efficient manner, those students who lack *the* necessary *key* mathematical *skills* to be able to acquire subsequent content in a comprehension-oriented manner (Brings et al., 2025). The determination of cut-off thresholds is central to the practical usability of a screening: they control the allocation of resources by specifying the score at which a learner is considered potentially at risk and in-depth process-oriented diagnostics or support planning is recommended. The literature offers various approaches to determining cut-off points, such as expert-based standard-setting procedures, prevalence-oriented procedures, or model-optimising procedures. The determination of such thresholds is consequently critically questioned in terms of the extent to which the resulting threshold values can be generalised beyond the respective application context (Gaidoschik et al., 2021). This paper summarises the theoretical framework of test development on which the development of a Europe-wide project is based. In addition, the triangulated methodological approaches to cut-off determination are explained in order to transparently address the aspect of arbitrariness in threshold setting.

Mathematical key skills

The content basis of the DiToM screenings is the concept of *mathematical key skills* (Brings et al., 2025). Based on the learning theory of Gagné & Briggs (1974), a *mathematical skill* is understood as *a key skill* if its absence substantially hinders or prevents further learning. This understanding makes it possible to identify a minimum level of prior knowledge for each learning objective. Fritz

& Ricken (2005, p. 6) formulate this as a question of those "skill-related partial achievements" that represent decisive "bottlenecks" for competence development and whose absence is likely to lead to difficulties. The current state of research on the development of mathematical competences supports this assumption. Stern (2005) describes mathematical competences in later school age as the result of a cumulative learning process in which knowledge acquired at an early stage forms the basis for the acquisition of more demanding competences. The following content can be reported as examples for Screening 6+ in the German context: basic arithmetic skills for secondary level 1 (part-part-whole concept with regard to the addition and subtraction of natural numbers, understanding of multiplication and division in natural numbers, understanding of the place value system, competence in modelling word problems) (Ehlert et al., 2013), the extension of natural numbers to the set of fractions and proportional understanding (Wehrmann, 2011). These areas represent the domain-specific prior knowledge that, according to the literature, is relevant for the acquisition of further content in lower secondary education. The screenings are designed to identify students who show difficulties with this content and are therefore classified as potentially at risk of developing problems with the following content as well. Based on these content priorities, items were developed, piloted and validated in a final study. The following section discusses the determination of critical cut-offs for identifying students who are classified as "at risk" in order to be able to initiate support at an early stage.

Cut-off determination

The critical thresholds, known as cut-off scores, were determined using two different methods in the German sample. On the one hand, a combined reference standard was carried out with part of the total sample, consisting of a norm-oriented and curriculum-valid reference test (DEMAT 6+, Götz et al., 2013) and an assessment by the subject teacher. The criterion defined was that a pupil is considered at risk if they deviate by more than two standard deviations from the mean or deviate by between one and two standard deviations from the mean and the subject teacher classifies them as at risk. The use of a reference standard enables a receiver operating characteristic analysis (ROC analysis) to be performed, in which the DiToM screening score is plotted against the dichotomous criterion of the reference standard (at risk/not at risk). The cut-off is optimised in terms of sensitivity or specificity (e.g. using the Youden index). This allows a cut-off score to be selected that correctly identifies as many students as possible as at risk and at the same time incorrectly classifies as few students as possible as at risk.

Since a reference standard is not available in all partner countries within the framework of the project, another model-based method was used. This method uses latent class analysis (LCA) to identify latent classes within the sample and sets the cut-off scores at the point thresholds where class assignment is most uncertain. Alternatively, the cut-off scores can also be adjusted to this logic in a sensitivity-oriented manner. Further information on this method can be found in Yin et al. (2025). Since the ROC analysis and the LCA analysis show almost identical cut-off scores, a balanced threshold value was selected that is sensitivity-oriented according to both the ROC analysis and the LCA analysis.

Conclusion and outlook

The theoretical framework enables the development of screening instruments that can be used to identify students who are likely to have difficulties with the following aspects of mathematics teaching at an early stage. Since no screening instrument can meet the standard of perfect classification, it is crucial to pursue the goal of developing an instrument that is as sensitive as possible and identifies as many students as possible who will actually encounter difficulties, so that support measures can be initiated at an early stage. In this context, it is less tragic if a pupil is incorrectly classified as at risk than if a pupil is incorrectly classified as not at risk. The two procedures described above outline the approach that was chosen during test development in order to define these thresholds in a sensitivity-oriented and transparent manner. Building on the LCA, there are also plans to carry out profile analyses in order to examine the content of the test answers and initiate possible

initial support measures. Further information on the project and access to the tests can be found on the project website www.ditom.org.

References

1. Brings, L., Kleine, M., Coronado Alvarez, S., Pilet, J., Rukavina, S., Tatsis, K., Fesakis, G., Moutsios-Rentzos, A., Asenova, M., & Dumičić Danilović, D. (2025). Development of screening instruments for mathematics education: Theoretical framework and item development. In M. Bosch, G. Bolondi, S. Carreira, C. Spagnolo, & M. Gaidoschik (Eds.), Proceedings of the Fourteenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME14) (pp. 3542–3549). Free University of Bozen-Bolzano & ERME.

2. Ehlert, A., Fritz, A., Arndt, D., & Leutner, D. (2013). Arithmetische Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schülern in den Klassen 5 bis 7 der Sekundarstufe. Journal für Mathematik-Didaktik, 34(2), 237–263. doi:10.1007/s13138-013-0055-0

3. Fritz, A., & Ricken, G. (2005). Früherkennung von Kindern mit Schwierigkeiten im Erwerb von Rechenfertigkeiten. In M. Hasselhorn, H. Marx, & W. Schneider (Eds.), Diagnostik von Mathematikleistungen (pp. 5–27). Hogrefe.

4. Gaidoschik, M., Moser Opitz, E., Nührenbörger, M., & Rathgeb-Schnierer, E. (2021). Besondere Schwierigkeiten beim Mathematiklernen. Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik, 47(111S) [Sonderheft].

5. Gagné, R. M., & Briggs, L. J. (1974). Principles of instructional design. Holt, Rinehart and Winston.

6. Götz, L., Lingel, K., & Schneider, W. (2013). Deutscher Mathematiktest für sechste Klassen: DEMAT 6+. Hogrefe.

7. Stern, E. (2005). Kognitive Entwicklungspsychologie des mathematischen Denkens. In M. von Aster & J. H. Lorenz (Eds.), Rechenstörungen bei Kindern: Neurowissenschaft, Psychologie, Pädagogik (pp. 137–149). Vandenhoeck & Ruprecht.

8. Wehrmann, M. (2011). Qualitative Diagnostik von Rechenschwierigkeiten im Grundlagenbereich Arithmetik (2. Aufl.). Verlag Dr. Köster.

9. Wittmann, E. Ch. (2015). Das systemische Konzept von Mathe 2000+ zur Förderung rechenschwacher Kinder. In H. Schäfer & C. Rittmeyer (Eds.), Handbuch inklusive Diagnostik (pp. 199–213). Beltz.

10. Yin, L., Bezirhan, U., & von Davier, M. (2025). Improving context scale interpretation using latent class analysis for cut scores. International Electronic Journal of Elementary Education, 17(2), 279–288. doi:10.26822/iejee.2025.

Léon Brings. Cut-off determination of screening instruments for mathematics education.

Abstract. This paper addresses the early identification of mathematical learning risks using standardised screening. The Erasmus+ project DiToM is developing screenings for key school transitions. The theoretical basis is "mathematical key skills" as the minimum prior knowledge necessary for further learning. Central to this is the cut-off determination for resource management. This paper presents the methodological approach to determining sensitivity-oriented cut-off values.

Key words: DiToM, screening, LCA, ROC

Alexander Karp
Teachers College, Columbia University
New York, USA
apk16@columbia.edu

TEXTBOOKS: WHAT WAS THEIR PAST AND WILL THEY HAVE ANY FUTURE?

Historians of textbooks [5] can single out two periods before the invention of the printing press. There was a period of orality, when it was impossible to transmit knowledge in written form simply because no writing existed. There was also a time when writing, including writing of textbooks, was possible, but the mass dissemination of the obtained texts was quite difficult. It was necessary to insist that students memorize texts not available for them in other ways—the connection between pedagogical techniques and available technical solutions is obvious here. Research on textbooks of different eras has been conducted, and especially intensively on relatively recent times. And here we again find periods when attempts were made to do without textbooks.

An example of such a time was the post-revolutionary decade (1920s) in the USSR. The idea, however, was not original but borrowed from the United States. It was argued that textbooks contain ideas and methods that are supposedly only passively taught, whereas students should independently discover the truths contained in textbooks, doing so in the course of their everyday lives, so to speak, in the process of productive labor [4].

It should be noted, however, that such wonderful ideas were easier to express than to implement. There is a great deal of evidence that textbooks were used, but officially only as aids for university applicants — that is, to a certain extent illegally. However, even legally, it was admitted that teaching mathematics without any written texts was impossible. Another thing is that these new textbooks (often called "working books") were structured somewhat differently—for example, they provided hints on how to prove a theorem yourself, instead of giving a complete proof.

Textbooks have changed radically over the past 200-250 years – not only in terms of technological changes that have made it possible, for example, to include pictures in the text rather than placing them separately at the end of the book, as was long the case in old textbooks. There was a fundamental change in the attitude towards textbooks: understanding them as repositories of wisdom was changed towards viewing them as a means of organizing student activities. Let us recall, for example, that a hundred fifty years ago, textbooks usually contained very few exercises [3], not to mention any additional sections such as "Test yourself."

It seems that today we are seeing several parallel trends and tendencies. On the one hand, we see an increase in the number of studies devoted to textbooks. For example, one of the most important mathematics education journals, *ZDM* devoted three special issues to this topic in recent years (see, for example, [2, 6] and the Digital Dissertations system returns more than 250 dissertations with the words "mathematics" and "textbook" in the title.

On the other hand, the same politicized approach inherited from the era of progressive education continues to exist, according to which the so-called traditional method of teaching, which includes the use of textbooks, is equated with a psychological prison, as opposed to project-based learning, which supposedly brings children freedom and a happy future [1].

There is also a third trend related to the great technological changes we have been experiencing in recent decades. It is proposed to move away from printed textbooks to other teaching tools. In particular, in American schools, history lessons are already very often

conducted using various specialized video platforms. Children listen to a story accompanied by various pictures, and sometimes film clips, and they take the same video home with them (as a link) instead of a textbook.

It is clear that in mathematics lessons, there is also a lot that is useful to present in the form of a film, rather than just giving pictures or even showing a model in class – examples from three-dimensional geometry immediately come to mind here. But textbooks obviously have a number of properties that videos do not have—and we are not only talking about sections that would be strange to present as videos (such as exercises), but also about the narratives transmitting theoretical knowledge. By abandoning the dissemination of text that summarizes the knowledge being imparted, we are essentially moving backward to the days before the printing press, when students themselves had to summarize and store information compactly.

Therefore, it seems that textbooks certainly have a future, but they will have to undergo a very serious reformatting, using not only texts but also other possibilities. It will be one major change equal to the one that happened during the last 200 years and which we mentioned above. This is what the developers of new textbooks and researchers will have to deal with in the future.

References

1. Boaler, J., & Selling, S. (2017). Psychological imprisonment or intellectual freedom? A longitudinal study of contrasting school mathematics approaches and their impact on adults' lives. *Journal for Research in Mathematics Education, 48*(1): 78.

2. Fan, L. (2013). Textbook research as scientific research: towards a common ground on issues and methods of research on mathematics textbooks. *ZDM – Mathematics Education*, 45:765–777.

3. Karp, A. (2023). Problem sets in school textbooks: Examples from the United States. In R.Leikin (Ed.), *Mathematical Challenges For All* (pp. 459-479). Springer.

4. Karp, A. (2017). Russian post-revolutionary mathematics textbooks: A short-lived history. *International conference on mathematics textbooks research and developmen*t. Rio-de-Janeiro, Brazil.

5. Schubring Gert. (2022). *Analysing Historical Mathematics Textbooks*. Cham, Switzerland: Springer.

6. Schubring, G., Fan, L. (2018). Recent advances in mathematics textbook research and development: an overview. *ZDM*, 50:765–771.

Alexander Karp. Textbooks: What was their past and will they have any future?

Abstract. This work is partly historical and bibliographical in nature, but it is also motivated by a desire to analyze the future. It attempts, on the one hand, to identify some important stages in the history of textbooks and, on the other hand, to discuss the debates surrounding the future existence and use of textbooks. The work draws on contemporary research literature.

Key words. Textbooks, video, changes, technology, history of mathematics education.

Іван Ленчук
Житомирський державний університет імені Івана Франка
Житомир, Україна
lench456@gmail.com

ПРО ДЕЯКІ ПІДХОДИ У ВИКОНАННІ РИСУНКІВ ДО ЗАДАЧ СТЕРЕОМЕТРІЇ

Узагалі кажучи, в підручниках для ЗЗСО в розділі «Стереометрія» учнів не навчають правильно, наочно і просто виконувати проєкційні рисунки (зображення) до задач. Істинно великий німецьких математиків і, передусім, геометр Д. Гільберт писав: «У математиці, як і взагалі в наукових дослідженнях, зустрічаються дві тенденції: **тенденція до абстракції** – вона намагається виробити логічну точку зору на основі різного матеріалу і звести весь цей матеріал у систематичний зв'язок – і друга тенденція, **тенденція до наочності**, яка на противагу цьому прагне до живого розуміння об'єктів і їх внутрішніх співвідношень. Що стосується геометрії, то в ній тенденція до абстракції призвела до грандіозних систематичних побудов алгебричної геометрії, ріманової геометрії і топології, в яких знаходять широке застосування методи абстрактних міркувань, символіки і аналізу. Проте і нині **наочне розуміння** відіграє першорядну роль у геометрії, і до того ж не тільки як таке, що володіє великою доказовою силою в дослідженні, але і для розуміння та оцінки результатів дослідження».

Геометрія, як цілісна наукова структура і специфічний розділ математики, створює найкращі можливості не лише для розвитку логічного мислення, але й додає можливостей системно, осмислено формувати та розвивати просторові уявлення і уяву учня. Відомий математик-методист проф. Астряб О. М. із цього приводу зазначав: «Розвиток просторових уявлень є, безперечно, дуже важливе завдання. Але належного розвитку просторових уявлень учень повинен набути ще із пропедевтичного курсу геометрії, поступово розширюючи і поглиблюючи їх як під час вивчення планіметрії (велику роль відіграють тут задачі на побудову), так і, особливо, під час вивчення стереометрії (*при розв'язуванні* ***стереометричних задач на побудову***, під час виготовлення моделей і рисунків просторових форм, опанування принципів і ***техніки*** проєкціювання тощо)» [1, с. 11].

У свою чергу, відомі в Україні вчені проф. Михайленко В. Є. та проф. Тесленко І. Ф. писали так: «Одним із важливих спільних завдань вивчення курсів геометрії і креслення *є розвиток у учнів* **просторових уявлень і просторової уяви, які є *опорою* геометричної думки**. Ці якості потрібні працівникам будь-якої професії. Як відомо, необхідною передумовою уяви є запас уявлень, які підлягають дальшій переробці. Відтворююча уява – це уява чогось нового для даної людини, що спирається на словесний опис або умовне зображення (рисунок, схема тощо). У шкільному віці уява спирається вже на досить значний життєвий досвід і на дедалі більші знання» [2, с. 30].

Провідна вітчизняна вчена з теорії та методики навчання математики проф. Слєпкань З. І. з цього приводу зауважувала: «Плоске зображення просторової фігури містить низку графічних умовностей. *Правильно і наочно* виконаний рисунок просторової фігури ***сприяє розумовій діяльності учня***, а неправильне зображення фігури, навпаки, ***гальмує розумову діяльність*** і часто виявляється однією із причин невміння учня розв'язати задачу» [3, с. 51]. Одного разу, на одній із конференцій, де доповідь робила З. І. Слєпкань, вельми чітко було дано пояснення (наприклад) як варто виконувати рисунки правильних багатогранників.

Отже, рисунок у стереометрії відіграє не останню роль. Іноді говорять, що правильний і наочний рисунок є **ключем** до розв'язання задачі.

Учитель учить учнів виконувати рисунки у стереометрії за принципом «дивіться як я працюю на дошці, і ви так робіть у зошитах».

Ми ж пропонуємо **спрощено** виконувати всі стереометричні рисунки у прямокутній аксонометрії (ізометрії або диметрії). Для цих проєкційних рисунків можна просто провести осі на папері у клітинку та з допомогою циркуля і лінійки – на чистому папері (рис. 1).

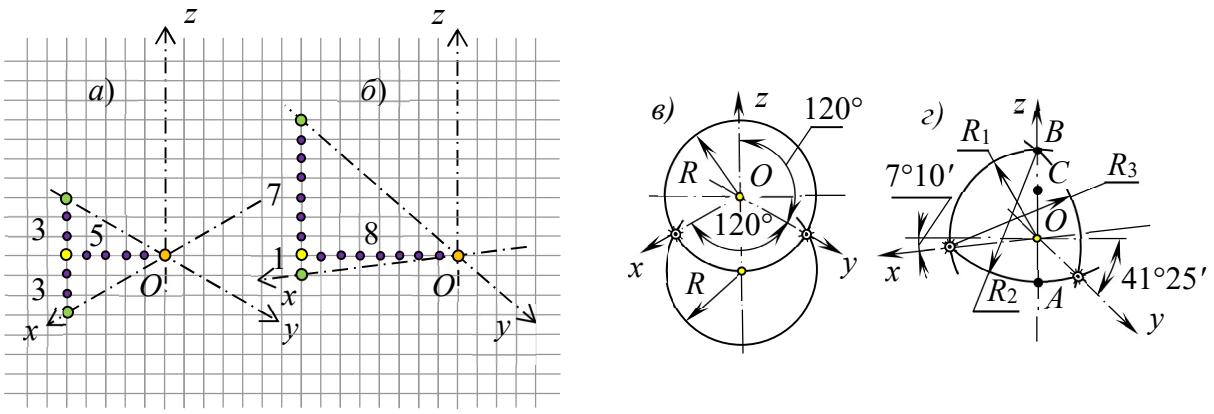


Рис. 1. Осі в аксонометрії

Решту побудов здійснюють за ортогональними проєкціями (див., наприклад, рис. 2).

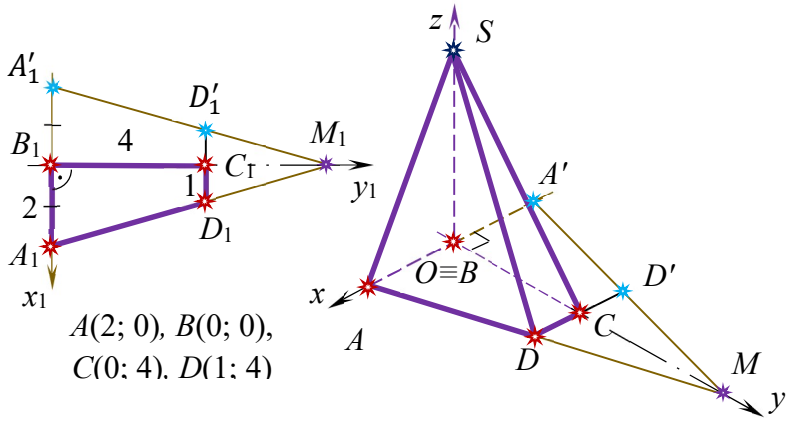


Рис. 2. Побудова наочного зображення в аксонометрії

Одним із найбільш поцінованих фахових пріоритетів учителя геометрії є усталені, напрацьовані вміння **швидко** і **якісно** виконувати проєкційні рисунки стереометричних фігур і їх комбінацій. Вагомий критерій «швидко» уособлює об'єктивну вимогу процесу навчання, адже педагог не у праві тратити час уроку на пояснення по ходу виконання допоміжного рисунка. В особистості, яка має на озброєнні метод Г. Монжа, з'являється реальна нагода вміло варіювати зображеннями і, як наслідок, відчутно економити час.

Однак у стереометрії часто-густо трапляються задачі, в яких рисунок, виконаний у будь-який спосіб, є непростим у побудовах і що цікаво – не таким уже й наочним, а точніше – **не** зовсім наочним. Для прикладу, розглянемо хоча б одну задачу.

Задача 1. *Два конуси мають спільну вершину, а висота кожного з них лежить на бічній поверхні іншого. Знайти кут між лініями їхнього перетину, якщо кут між висотою і твірною в кожному з конусів дорівнює* α.

Якісне наочне проєкційне креслення особливої комбінації двох рівних конусів в їх загальному розташуванні виконати важко, потрібно вміти професійно застосовувати теорію аксонометрії до комплексних креслень, що приходить із досвідом і досягається лише практикою. Поряд із цим, те ж комплексне креслення в уявленнях та графічному поданні пари конусів у системі двох площин проєкцій $\mathbf{\Pi}_2$ і $\mathbf{\Pi}_3$ слід вважати тривіальним.

Із умови задачі та уявлень вочевидь випливає, що задані конуси у власному перетині висікають рівнобедрений трикутник SAB, бічні сторони якого (SA, SB) є спільними твірними обох поверхонь, а основа (AB) – хордою перетину рівних кіл в основах даних конусів.

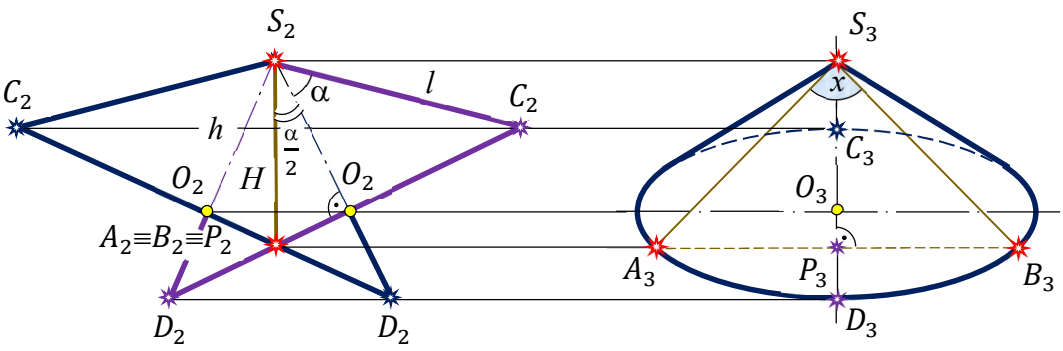


Рис. 3. Проєкційний рисунок конусів за методом Г. Монжа

Розташовуємо в думці конуси так, щоб їхні осі були нахилені до горизонтальної площини проєкцій $\mathbf{\Pi}_1$ (підлоги) під одним і тим самим кутом, а кола в їх основах – перпендикулярними до фронтальної площини проєкції $\mathbf{\Pi}_2$ (дошки). Тоді (рис. 3) на вигляді спереду конуси будуть зображені відповідно двома рівними рівнобедреними трикутниками $S_2C_2D_2$, а перетин їх поверхонь (ΔSAB) – відрізком вертикальної прямої S_2A_2 ($AB \perp \mathbf{\Pi}_2$, $A_2 \equiv B_2$). На вигляді зліва досить зобразити лише один із конусів (адже інший його перекриває). Тут трикутник перетину конусів SAB, розташований паралельно $\mathbf{\Pi}_3$, буде його профільною проєкцією $S_3A_3B_3$. Привертаємо увагу читача, що задіяні елементи конусів проєкціюються лише в натуральну величину.

Увівши робочі позначення: $SC = SA = SB = l$, $SO = h$, $SP = H$, $\angle ASB = x$ (шуканий кут), із рисунка 3 навіч матимемо: $\cos\frac{x}{2} = \frac{H}{l}$, де $l = \frac{h}{\cos\alpha}$, $H = \frac{h}{\cos\frac{\alpha}{2}}$.

Отже, $\cos\frac{x}{2} = \frac{\cos\alpha}{\cos\frac{\alpha}{2}}$ і $x = 2\arccos\left(\frac{\cos\alpha}{\cos\frac{\alpha}{2}}\right)$. В останніх дужках (у формулі) $\alpha < 90°$, адже $2\alpha < 180°$ – кут при вершині осьового перерізу конуса. Тому $\cos\frac{\alpha}{2} > \cos\alpha$ і $\frac{\cos\alpha}{\cos\frac{\alpha}{2}} < 1$.

$$\textbf{AC: } x = 2\cdot\arccos\frac{H}{l} \leftrightarrow \frac{x}{2} = \arccos\frac{H}{l} \leftrightarrow \cos\frac{x}{2}\frac{H}{l} \leftrightarrow \left\{H = \frac{h}{cos\frac{\propto}{2}}, l = \frac{h}{cos\propto}\right\}.$$

Література

1. Астряб О. М., Маєргойз Д. М., Гельфанд М.В. та ін. Методика викладання стереометрії / Астряб О. М. та ін. К.: «Радянська школа», 1956. – 280 с.

2. Слепкань З. І. Методика навчання математики / З. І. Слепкань. – К.: Зодіак-ЕКО, 2000. – 512 с.

3. Михайленко В. Є., Тесленко І. Ф. Зв'язки у викладанні геометрії і креслення / К.: «Радянська школа», 1956. – 83 с.

4. Погорєлов О. В. Геометрія: Стереометрія: Підручник для 10-11 класів середньої школи / А. В. Погорелов. – К.: Освіта, 2002. – 129 с.

Ленчук І. Г. Про деякі підходи у виконанні рисунків до задач стереометрії.

Анотація.У тексті тез наведено три різних підходи (прийоми) виконання рисунків у задачах стереометрії. Перший – як навчають оперувати учнів на дошці та в зошитах учителі. Інші – із доречним застосуванням аксонометричних проєкцій та із виконанням зображень стереометричних фігур за методом Г. Монжа.

Ключові слова. Рисунки, задачі, стереометрія.

Lenchuk I. G. On some approaches to performing drawings for stereometry problems.

Abstract. These theses present three different approaches (techniques) to performing drawings for stereometry problems. The first is how teachers teach students to operate on the board and in notebooks. The others are with the appropriate use of axonometric projections and with the performance of images of stereometric figures according to the method of G. Monge.

Key words: Drawings, problems, stereometry.

Світлана Скворцова
Університет Ушинського
Одеса, Україна,
skvo08@i.ua

ФОРМУВАННЯ КЛЮЧОВИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ ТА НАСКРІЗНИХ УМІНЬ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В 5-6 КЛАСАХ

Сучасна освітня парадигма в межах реформи «Нова українська школа» (НУШ) вимагає докорінного перегляду методів навчання математики. Особливої уваги потребує адаптаційний цикл (5-6 класи). Цей період є «кризовим» у психолого-педагогічному аспекті: відбувається інтенсивний перехід від дитинства до підліткового віку. Учні починають активно опановувати абстрактні поняття, проте їхнє когнітивне сприйняття все ще гостро потребує опори на конкретні образи та чуттєвий досвід. Ігнорування цих вікових особливостей – відмова від сюжетності, візуалізації та зв'язку з реальністю – неминуче призводить до дезадаптації та втрати пізнавального інтересу. Компетентнісний підхід є єдиним дієвим механізмом, що дозволяє гармонізувати складний теоретичний матеріал із життєвим контекстом, відповідаючи на запити сучасного суспільства щодо виховання самостійної та мислячої особистості.

Нова українська школа змінює фокус у навчанні математики: від механічного заучування теорії – до розвитку мислення, від розв'язання багаточисленних вправ – до дослідження. Компетентнісний підхід вимагає від учителів 5-6 класів переосмислення методики навчання та змісту математичних завдань. Трансформація освітнього процесу в 5-6 класах вимагає від учителя чіткого цілепокладання, де кожна тема розглядається крізь призму її практичної значущості. Метою нашого дослідження є розробка методичного інструментарію для формування ключових компетентностей і наскрізних умінь учнів в першому циклі базової освіти. Ми намагаємось довести, що математична галузь є потужним середовищем для розвитку екологічної свідомості, фінансової грамотності та громадянської відповідальності та інших ключових компетентностей. Успіх навчання визначається переходом від питання «як розв’язати?» до глибинного розуміння «навіщо це потрібно?».

Для реалізації мети та забезпечення наукової обґрунтованості висновків в дослідження розв’язувались наступні завдання:

1. Проаналізувати нормативно-теоретичну базу: здійснити синтез положень Державного стандарту (зокрема Додатка 7) та концептуальних засад програми «Освіта для життя» (Я-Орієнтири).
2. Визначити специфіку прояву 11 наскрізних умінь в математичній діяльності та можливості математичного змісту для формування ключових компетентностей.
3. Апробувати практичні кейси: на основі підручників «Математика. 5 клас» С. Скворцової та «Математика. 6 клас» С. Скворцової і К. Недялкової розробити методичний інструментарій для формування ключових компетентностей і наскрізних вмінь, зокрема теми «Відсотки», «Десяткові дроби», «Масштаб», що містять реальні дані про екологію, техніку та культуру.

Впровадження НУШ детермінує зміну ролі вчителя: від «репродуктора знань» до організатора навчального дослідження. Педагог-фасилітатор не надає готових відповідей, а створює умови, за яких учень самостійно відкриває математичні істини, формулюючи гіпотези та перевіряючи їх на практиці.

За Державним стандартом базової середньої освіти, компетентність – це динамічна комбінація знань, умінь, навичок, способів мислення, поглядів, цінностей та інших особистих якостей. Математична освітня галузь має потенціал для формування всіх 11 ключових компетентностей. Компетентнісний потенціал математичної освітньої галузі міститься у

Додатку 7 до Державного стандарту, а конкретні результати формування в 5-6 класах подано у комплексній політиці МОН «Освіта для життя». Наскрізні вміння – це метапредметний фундамент, що забезпечує життєздатність отриманих знань і є основою для ключових компетентностей.

Центральною є математична компетентність – здатність створювати і досліджувати найпростіші математичні моделі реальних об'єктів, інтерпретувати результати, використовувати математичні методи в життєвих ситуаціях. Вона формується через завдання, що вимагають інтерпретації та оцінки результатів у тому числі й у контексті життєвих ситуацій.

Компетентності у галузі природничих наук, техніки і технологій формуються через зміст задач, що включають інформацію про досягнення науки (наприклад, про роботів-поштарів, вітрогенератори, дрони) або через розрахунки, пов'язані з побутовими приладами та енергозбереженням.

Інноваційність передбачає здатність учня реагувати на зміни та долучатися до нових ідей. Її формуємо через методику роботи, яка передбачає навчальне дослідження математичних об'єктів, оцінювання пропозицій, висунення гіпотез і їх перевірку. Важливо заохочувати відкритість до нових ідей та оцінювання пропозицій інших.

Екологічна компетентність формується через аналіз статистичних даних про стан довкілля та сюжетні задачі, що виховують дбайливе ставлення до природи (наприклад, розрахунки щодо очищення океану від сміття чи енергоефективності приладів).

Інформаційно-комунікаційна компетентність реалізується через роботу з різними формами представлення даних, структурування інформації, визначення її достовірності, вміння діяти за алгоритмом, складати алгоритми (зокрема у вигляді блок-схем), структурувати дані, визначати їх достатність для розв'язання задачі.

Навчання впродовж життя формується через розвиток навичок самостійної роботи, вміння організовувати власну діяльність (особливо в умовах дистанційного навчання) та рефлексію над здобутими знаннями.

Громадянські та соціальні компетентності розвиваються через парну та групову роботу, де учні вчаться співпрацювати, розподіляти ролі, конструктивно керувати емоціями та приймати спільні рішення. Також цьому сприяє опрацювання суспільно значущої інформації в сюжетах задач.

Культурна компетентність формується шляхом використання історичних фактів, творів мистецтва чи шедеврів архітектури як «оболонки» для математичних завдань (наприклад, задачі про масштаби соборів чи картини художників).

Підприємливість та фінансова грамотність розвивається завдання з обробки та аналізу фінансових даних, порівняння варіантів покупок, обчислення вигоди, через розв’язування задач економічного змісту: розрахунок відсотків за знижками, планування родинного бюджету, оцінювання ризиків та пошук оптимальних рішень у життєвих ситуаціях.

Вільне володіння державною мовою (та спілкування рідною/іноземною) формується через вимогу логічно обґрунтовувати свою позицію, презентувати розв'язання перед класом, читати з розумінням тексти задач та висловлювати думки в усній і письмовій формах.

Для комплексного розвитку цих компетентностей вчителі мають використовувати діяльнісну модель уроку (актуалізація – проблемна ситуація – дослідження – рефлексія) та впроваджувати навчальні проєкти. Оцінювання при цьому має включати не лише контроль знань, а й спостереження за процесом роботи, проєктну діяльність та аналіз портфоліо учня.

Зазначимо, що найбільший компетентнісний потенціал мають сюжетні математичні задачі. Вони реалізують виховну функцію через включення інформації про досягнення науки, техніки й технологій, екологічні проблеми, культурну спадщину. Наприклад, об'єктами задач можуть стати роботи-поштарі, вітрогенератори, безпілотні автомобілі, що формує

компетентність у галузі природничих наук, техніки і технологій та екологічну компетентність; історичні факти, шедеври архітектури можна включати для формування культурної компетентності.

Наскрізні вміння проходять крізь усі освітні галузі. На уроках математики розвиваємо вміння «співпрацювати з іншими» через парну та групову роботу, «розв'язувати проблеми» при використанні пошуково-дослідницьких методів, «критично мислити» через аналіз різних способів розв'язання. Для формування наскрізних умінь організовуємо навчальні дослідження, які вимагають переходу від відомого способу дії до відкриття нового.

Формування ключових компетентностей та наскрізних умінь на уроках математики в 5-6 класах – це не окрема надбудова над програмою, а спосіб організації навчання, щоб учні не просто знали математику, а вміли нею користуватися для розв'язання життєвих проблем. Компетентнісне навчання – це перехід до нової якості освіти. Наприклад, використання задач із соціальним контекстом (очищення океану від пластику за допомогою підводних апаратів, робота роботів-фермерів у теплицях) підвищує навчальну мотивацію через усвідомлення суспільної значущості математики. Важливо відійти від оцінки лише результату до оцінювання способів діяльності. Інструментами стають портфоліо, спостереження за груповою роботою та аналіз навчальних проєктів (наприклад, проєкт «Екологічні засоби пересування»).

Успіх НУШ залежить від готовності вчителя до творчого переосмислення практики. Перехід від монологу до дослідження, від заучування формул до відкриття закономірностей – це шлях до виховання покоління, здатного бачити світ крізь призму математичних моделей та використовувати їх для сталого розвитку суспільства.

Література

1. Державний стандарт базової середньої освіти. Постанова Кабінету Міністрів України від 30 вересня 2020 р. № 898. URL: https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/898-2020-%D0%BF

2. Комплексна політика «Освіта для життя». Міністерство освіти і науки України. 2024.

3. Скворцова С.О. Математика : підручн. для 5 класу закл. загал. серед. освіти. Харків : Вид-во «Ранок», 2022 – 320 с. : іл.

4. Скворцова С.О., Нєдялкова К.В. Математика: підручн. для 6 класу закладів загал. серед. освіти (2-х частинах). Харків : Вид-во «Ранок», 2023. 448 с. : іл.

5. Скворцова С., Тарасенкова Н. Математика перший цикл, 5–6 рік навчання. Модельна програма. – Вид-во «Ранок», 2021. - 54 с.

Скворцова С. Формування ключових компетентностей та наскрізних умінь на уроках математики в 5-6 класах.

Анотація. У статті розглядаються підходи до формування ключових компетентностей та наскрізних умінь на уроках математики в 5-6 класах в контексті Нової української школи. Показано роль сюжетних математичних задач у формуванні різних компетентностей та особливості організації навчального процесу.

Ключові слова: Нова українська школа, ключові компетентності, наскрізні вміння, математична освіта, сюжетні задачі, діяльнісний підхід.

Skvortsova S. Formation of key competencies and cross-cutting skills in mathematics lessons in grades 5-6.

Abstract. The article examines approaches to forming key competencies and cross-cutting skills in mathematics lessons in grades 5-6 in the context of the New Ukrainian School. The role of story-based mathematical problems in forming various competencies and features of organizing the educational process is shown.

Key words: New Ukrainian School, key competencies, cross-cutting skills, mathematical education, story problems, activity approach.

Ніна Тарасенкова, Ірина Акуленко
Черкаський національний університет
імені Богдана Хмельницького
Черкаси, Україна
ntaras7@ukr.net, akulenkoira@ukr.net

ВХІДНІ СИТУАЦІЇ У ПІДРУЧНИКУ З МАТЕМАТИКИ НУШ ЯК ЕЛЕМЕНТ АПАРАТУ ОРГАНІЗАЦІЇ ЗАСВОЄННЯ

Сучасний підручник з математики для базової школи виступає одним із основних складників дидактичної системи адаптаційного та базового предметного циклів навчання у 5-9 класах. Лінійка підручників з математики для 5-6 класів, з алгебри та геометрії для 7-9 класів, на наш погляд, повинна мати узгоджений зміст, а також спільну концепцію організації його засвоєння, методичного супроводу задля забезпечення досягнення мети математичної освіти в базовій школі.

Головне призначення підручника [1] – створити оптимальні умови для якісного та ефективного освітнього процесу, орієнтованого на потреби учнів та вимоги часу, для всебічного розвитку кожної дитини, формування її ключових компетентностей, для підготовки учнівства до успішного життя і професійного становлення. «Реалізація цього підходу передбачає: врахування особливостей навчальної діяльності сучасних учнів, укрупнення навчального матеріалу, групування задач з орієнтацією на застосування їх на практиці, виокремлення практичних ситуацій для розв’язання яких використовуються певні математичні моделі, вивчення математичних понять, тверджень, формул, способів діяльності з орієнтацією на змістово-методичні лінії розміщення навчального матеріалу, посилення внутрішньопредметних і міжпредметних зв’язків» [2, с. 10].

Одним із нових ключових елементів апарату організації засвоєння в підручнику виступають вхідні ситуації. Вхідні ситуації – це ситуації життєвого змісту на початку параграфа. Вони описують певну ситуацію (проблемну, життєву), актуалізують життєвий і математичний досвід учнів, мотивують і окреслюють перспективу, нові напрямки розширення чи вдосконалення математичних знань і вмінь учнівства. Вони супроводжуються запитаннями, що ставлять перед учнями дослідницькі завдання певною мірою випереджального характеру, які дають змогу учням самостійно зробити маленькі «відкриття». У них учням пропонують висловити припущення, виконати порівняння, створити математичну модель, висловити гіпотези, обговорити версії. Після виконання таких завдань-запитань (можливо навіть із помилками) учні опановуватимуть інформацію за допомогою подальшого тексту, поданого в підручнику.

Функції вхідних ситуацій:

1) мотивувально-стимулювальна: ситуація це – «гачок», який запускає процес мислення, створює як культурно-соціальний фон, пізнавальний контекст, так і певною мірою емоційний зв'язок із темою, яка буде вивчатися (наприклад, розрахунок бюджету на пікнік або вибір тарифу мобільного зв'язку);

2) діагностична: допомагає виявити прогалини, нестачу відомостей, знань, умінь учнівства або, навпаки, спроможність до опанування складнішого змісту;

3) дослідницька: організація навчання через дослідження шляхом аналізу вхідної ситуації, виокремлення й аналізу даних в ній, формулювання гіпотез для розв’язування поставлених проблем, практичної їхньої перевірки, можливого (за необхідності) експериментування та аналізу перебігу та результатів експерименту, обґрунтування висновків, презентації результатів;

4) когнітивна: ситуації «програмують» і запускають різні види розумової діяльності учнівства (проаналізуйте, поміркуйте, порівняйте, запропонуйте, обґрунтуйте – як і чому, спростуйте тощо),

5) діяльнісна: ситуації передбачають різні форми організації навчальної діяльності (колективна, парна, індивідуальна), а також активність і самостійність учнівства;

6) інтегративно-узагальнювальна: ситуації реалізують міжпредметні зв'язки, сприяють формуванню ключових компетентностей, наскрізних умінь; узагальнюють попередній життєвий і математичний досвід учнівства;

7) розвивально-світоглядна: створюють умови, щоб учні усвідомили математику як інструмент опису і дослідження світу, формують спроможність критично мислити, осмислено читати, зокрема читацьку грамотність у взаємодії трьох взаємопов'язаних складників: читач – текст – завдання, які пов'язані між собою у соціокультурному контексті.

Які характеристики вхідних ситуацій реалізовано у підручниках з математики, алгебри, геометрії авторського колективу Н. Тарасенкової? Усі вхідні ситуації описані текстово, досить коротко, не розлого, до них залучено соціокультурний, побутовий, учнівський контекст, «Я-словник» і «Словник найближчого оточення», а також вподобання та інтереси сучасного школяра. Текст ситуацій є лаконічним, позбавленим деталей, які переобтяжують пам'ять учнів, щоб за складним сюжетом не загубилася математична суть ситуації. Ситуації загалом описують події, які справді можуть трапитися в житті учнів (навчання, побут, волонтерство, подорожі, фінанси, майбутні професії тощо). Вони не виступають як суто математичні задачі, однак повсякчас містять певне протиріччя, яке необхідно подолати або розв'язати. Водночас вони не є і суто компетентнісними завданнями, оскільки не містять додаткового інформаційного «шуму», надлишку чи нестачі інформації, широкої преамбули. У завершенні опису ситуації обов'язковим є проблемне запитання.

Вхідні ситуації можуть приводити безпосередньо до: 1) нових понять або їх властивостей, що вивчаються в темі; 2) певної математичної моделі, до якої залучено нові поняття й факти; 3) до опису загального змісту нової теми або параграфа, який будуть вивчати учні. Відтак, можливо розмежовувати вхідні ситуації за пізнавальним результатом.

За умови залучення вхідних ситуацій досягнення очікуваних результатів навчання (відповідно до модельної програми) досягається не за рахунок обсягу поданих у підручнику відомостей, а за рахунок *забезпечення динаміки когнітивних процесів* щодо дослідження (зокрема й шляхом моделювання), пізнання, опанування й застосування математичних понять, фактів і способів математичної діяльності.

Література

1. Топузов, О., Засєкіна, Т. (2022). Концепція підручників як складників дидактичної системи адаптаційного циклу навчання. Проблеми сучасного підручника, 28, 191–201.

2. Бурда, М. (2020). Інтегрований підхід до відбору змісту шкільних підручників з математики. Проблеми сучасного підручника, 25, 5–13.

Тарасенкова Н.А., Акуленко І.А. Вхідні ситуації у підручнику з математики нуш як елемент апарату організації засвоєння.

Анотація.У статті розкрито особливості вхідних ситуацій як інноваційного елемента апарату організації засвоєння в сучасних підручниках з математики в НУШ. У роботі детально охарактеризовано основні функції таких ситуацій та приділено увагу практичній реалізації вхідних ситуацій у підручниках авторського колективу Н. Тарасенкової.

Ключові слова: НУШ, підручник з математики, апарат організації засвоєння, вхідна ситуація, мотивація навчання, дослідницький підхід.

Tarasenkova N.A., Akulenko I.A. Entrance situations in the NUS mathematics textbook as an element of the learning management apparatus.

Abstract. The article reveals the features of entrance situations as an innovative element of the learning management apparatus in modern mathematics textbooks within the New Ukrainian School (NWS). The paper details the main functions of such situations and focuses on the practical implementation of entrance situations in the textbooks developed by N. Tarasenkova's authorial team.

Key words: mathematics textbook, learning management apparatus, entrance situation, learning motivation, inquiry-based approach.

Ольга Чашечникова
Сумський державний педагогічний
університет імені А.С. Макаренка,
Суми, Україна
chash-olga-s@ukr.net

ПРОБЛЕМА РОЗВИТКУ ПРОСТОРОВОГО МИСЛЕННЯ УЧНІВ У СУЧАСНИХ РЕАЛІЯХ

Незважаючи на наявність новітніх технологій, які дозволяють оперативно створювати просторові моделі та оперувати ними, розвинене просторове мислення є важливою складовою когнітивного розвитку людини. Це підтверджують як загальновідомі фундаментальні вітчизняні дослідження Б. Г. Ананьєва, І. Я. Каплунович, І. С. Якиманської (більшість сучасних досліджень продовжують на них спиратися), так і зарубіжні дослідження, що стосуються сучасних тенденцій (D. Moreau, M.Şeker, M. M. Taylor та інших). Зокрема, підкреслюється: систематичне виконання вправ на розвиток просторового мислення може призвести до структурних змін у відділах головного мозку (Maguire E. A. et al,, 2000) [6].

Але, з іншого боку, психологи та педагоги відмічають зниження рівня розвитку просторового мислення сучасних школярів. Є низка об'єктивних причин: багатозадачність, гіпертекстуальність призводять до того, що мозок людини починає захищатися від інформаційного перенавантаження, а це призводить до спрощення мисленнєвої діяльності, через що відбуваються і зміни у когнітивному розвитку. Саме недоцільне використання засобів візуалізації, які створювалось зокрема й як засіб розвитку просторового мислення, називають однією з причин зниження його рівня. Акцент на вже створені зображення, повне заміщення маніпуляцій з реальними об'єктами цифровими зображеннями, зменшення уваги навчанню учнів виконувати геометричні побудови, зображення просторових фігур на площині призводить до того, що частина учнів стає пасивним споживачем візуального контенту. Це негативно впливає на розвиток просторового мислення сучасних учнів.

Нами в межах дослідження розвитку математичних здібностей та творчого мислення учнів у процесі навчання математики було проведено лонгитюдне дослідження розвитку просторового мислення учнів з 5 по 11 клас (1989-2003 рр.), з 8 по 10 клас (2021 2024 рр.), а також короткочасні дослідження у процесі роботи з учнями 5-11 класів (2018-2019 рр, 2024 - 2026 рр,) (описано нами у [3; 4]). Один з результатів нашого дослідження, виконаного ще у 1993-1997), співпадає з висновками сучасних дослідників (2012, 2016), які підтверджують зв'язок між рівнем розвитку просторового мислення учнів та їх академічною успішністю з математики. У роботах N. Newcombe, J. Huttenlocher (2000), G. Maresch, S. A. Sorby (2021) [10] підтверджено: важливу роль у формуванні та розвитку просторового мислення відіграє систематичне виконання учнями саме спеціальних завдань на розвиток просторового мислення. Відмітимо: спочатку через маніпуляцію реальними об'єктами відбувається розвиток просторової уяви, на наступному рівні вже просторова уява стає основою для здійснення просторових перетворень без опори на реальні об'єкти, а це, в свою чергу, сприяє подальшому розвитку просторової уяви.

Проблема визначення критеріїв та рівнів сформованості просторових уявлень (складових просторового мислення) в учнів була грунтовно висвітлена у дослідженні Н. Д. Мацько (1992) [2]. І. С. Якиманською виділені рівні розвитку просторового мислення. Рівні репродуктивний та реконструктивний розглядаємо як необхідні щаблі переходу на творчий рівень, часто – відповідно психолого-педагогічним особливостям учнів конкретного віку. На кожному рівні виділяємо окремо й ступені сформованості. Узагальнюємо у таблиці (табл.1).

Таблиця 1

Рівні розвитку просторового мислення учнів

№ п/п	Рівень	Критерії	Ступінь сформованості
1	Репродуктивний	Здатність оперувати готовими просторовими образами	Низький: проблеми у розпізнаванні об'єктів; труднощі у процесі виконання перетворень навіть з опорою на наочність. Середній: фрагментарні уявлення; труднощі у процесі виконання перетворень без опори на наочність. Високий: сформованість уявлень (встановлення взаємозв'язків між реальним об'єктом, математичною моделлю об'єкта, терміномом, означенням); спроможность виконувати перетворення без опори на наочність.
2	Реконструктивний	Здатність перетворювати просторові образи за заданими зовні умовами	Низький: нерозуміння умов, за якими необхідно виконувати перетворення. Середній: спроможність виконувати перетворення зображень просторових об'єктів: труднощі у процесі виконання уявних перетворень. Високий: спроможность виконувати уявні перетворення за заданими зовні умовами.
	Творчий	Здатність самостійно створювати та трансформувати просторові образи у нових ситуаціях.	Спроможность виконувати перетворення (зокрема, уявні) у змінених (високий) та нових ситуаціях, самостійно розробляти сценарій перетворень (дуже високий).

З метою підвищення ефективності розвитку просторового мислення необхідно відстежувати динаміку цього процесу на кожному з етапів. У дослідженнях [5; 9] (Bednarz R. S., Lee J., 2011, R. Nagy-Kondor, S. Esmailnia, 2022) представлено завдання на визначення здатності до просторового мислення, які, на наш погляд, не охоплюють всіх його компонентів. Нами на основі досліджень [2; 3; 4] розроблено систему завдань для діагностики, що включають завдання: на розпізнавання; на вимірювання; на виконання рисунків; на виконання креслень; на моделювання за допомогою підручних засобів; на створення уявних моделей; на маніпуляції уявними моделями. Зауважимо, що, нажаль, більшість сучасних українських школярів не вивчають креслення, тому їм необхідно пояснити, чим креслення відрізняється від рисунку просторової фігури.

Частина завдань (блок 1) є універсальною (підходить для всіх учнів та не залежить від рівня їх знань з математичних дисциплін). Завдання блоку 2 передбачають, що у тих, хто їх виконує, наявні знання та вміння, які відповідають конкретним темам програмного матеріалу (ознайомлення з геометричними перетвореннями фігур на площині / у просторі; координати на площині / у просторі; паралельне проектування та інше).

Розроблені нами завдання рекомендуємо використовувати не лише для діагностики, а й з метою розвитку просторового мислення учнів та студентів. А у процесі підготовки майбутніх вчителів математики доцільно використовувати класику вітчизняної методики навчання

математики (зокрема, посібник для вчителів Г. П. Бевза «Методика розв’язування стереометричних завдань» [1]).

Запропонований підхід використовуємо для створення системи методичних орієнтирів для вчителя математики, що забезпечують цілеспрямований моніторинг динаміки розвитку просторового мислення учнів у реальному процесі навчання.

Література

1. Бевз Г. П. Методика розв'язування стереометричних завдань: посібник для вчителя.- К.: Р. шк., 1988. - 191 с.

2. Мацько Н. Д. Формування просторових уявлень в учнів І-ІХ класів. – К.,1992. – 302 с.

3. Чашечникова О. С. Теоретико-методичні основи формування і розвитку творчого мислення учнів в умовах диференційованого навчання математики / Дис. д. п. н. Суми, 2011. – 558 с.

4. Чашечникова О. С. Формування просторової уяви учнів старшої школи// Педагогіка і психологія. 1996. №3. – С. 83-85.

5. Bednarz, R. S., & Lee, J. The components of spatial thinking: Empirical evidence // Procedia - Social and Behavioral Sciences. 2011. 21, P. 103-107.

6. Maguire, E. A., Gadian, D. G., Johnsrude, I. S., Good, C. D., Ashburner, J., Frackowiak, R. S., & Frith, C. D. (2000). Navigation-related structural change in the hippocampi of taxi drivers. Proceedings of the National Academy of Sciences, 97(8), 4398-4403.

7. Maresch, G., & Sorby, S. A. (2021). Perspectives on spatial thinking. Journal for Geometry and Graphics, 25(2), 271–293

8. Mason, J. Mathematical Thinking and Spatial Reasoning: Teaching Approaches for Secondary Education. — London: Routledge, 2010. — 198 p.

9. Nagy-Kondor R., Esmailnia S. Development of spatial ability extra tasks (SAET): problem solving with spatial intelligence Quality & Quantity 2022.

10. Newcombe, N., & Huttenlocher, J. (2000). Making Space: The Development of Spatial Representation and Reasoning. Cambridge, MA: MIT Press.

Ольга Чашечникова. Проблема розвитку просторового мислення учнів у сучасних реаліях.

Анотація. Окреслено проблему зниження рівня розвитку просторового мислення сучасних учнів /студентів, про що свідчить й аналіз виконання завдань, що потребують розвиненого просторового мислення (результати PISA, «Кенгуру»). На основі досліджень І. С. Якиманська, Н. Д. Мацько) узагальнено та виділено рівні сформованості просторового мислення. Описано авторський підхід до розробки системи завдань для діагностики просторового мислення.

Ключові слова: просторове мислення, рівні розвитку просторового мислення, критерії рівня сформованості просторового мислення.

Olga Chashechnikova. The problem of developing students' spatial thinking in modern realities.

Abstract. The problem of a decrease in the level of development of spatial thinking of modern pupils/students is outlined, as evidenced by the analysis of the performance of tasks requiring developed spatial thinking (PISA, "Kangaroo" results). Based on the research of I. S. Yakymanska, N. D. Matsko), the levels of development of spatial thinking are summarized and highlighted. The author's approach to the development of a system of tasks for the diagnosis of spatial thinking is described.

Key words: spatial thinking, spatial representations, levels of development of spatial thinking, criteria for the level of formation of spatial thinking.

СЕКЦІЯ І МАТЕМАТИЧНА ПІДГОТОВКА В ЗАКЛАДАХ ВИЩОЇ ТА ФАХОВОЇ ПЕРЕДВИЩОЇ ОСВІТИ. ФОРМУВАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ

SECTION I MATHEMATICAL TRAINING IN INSTITUTIONS OF HIGHER AND PROFESSIONAL PRE-HIGHER EDUCATION. FORMATION OF MATHEMATICAL COMPETENCIES OF FUTURE MATHEMATICS TEACHERS



Віталій Ачкан,
Тернопільський національний педагогічний
університет імені Володимира Гнатюка,
Тернопіль, Україна,
achkan_vitaliy@tnpu.edu.ua
Микола Кудінов,
Бердянський державний педагогічний університет,
Запоріжжя, Україна
nickbestforever@gmail.com

ОКРЕМІ АСПЕКТИ РЕАЛІЗАЦІЇ ЦІЛЕЙ СТАЛОГО РОЗВИТКУ У ПРОЦЕСІ ПІДГОТОВКИ МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ

Цілі сталого розвитку (ЦСР), також відомі як Глобальні цілі, були ухвалені Організацією Об'єднаних Націй у 2015 році як універсальний заклик до дій щодо скорочення бідності, захисту планети та забезпечення того, щоб до 2030 року усі люди жили в мирі і достатку. В Україні поступово поширюється розуміння врахування цілей сталого розвитку як однією із передумов модернізації різних сфер суспільства. Вимоги щодо врахування Цілей сталого розвитку у кожній освітньо-професійній та освітньо-наукових програмах прописані у Критеріях оцінювання якості освітньої програми Національного агентства забезпечення якості освіти [4; 6]. Тому кожний університет, зокрема, і педагогічний, має у тому чи іншому аспекти ці врахувати у процесі проектування та реалізації освітньої програми.

Різні аспекти підготовки майбутнього вчителя математики розглянуто у розвідках І. А. Акуленко, К.В. Власенко, В.Г. Бевз, Н.А. Тарасенкової, І.В. Лов'янової, І.Г. Ленчука та інших. Окремі аспекти реалізації цілей сталого розвитку у процесі підготовки вчителів розглянуті у роботах І.М. Кореневої [2], М.Б. Коломоєць [1], М. Янча [7], О. Мехед [3] та ін. У той же час питання реалізації цілей сталого розвитку в процесі підготовки майбутніх вчителів математики потребує додаткового дослідження. Відтак метою публікації є окреслення окремих аспектів реалізації цілей сталого розвитку в процесі підготовки вчителя математики.

Загалом у [5] виокремлено 17 цілей взаємодоповнюють одна одну: подолання бідності; подолання голоду; міцне здоров'я; якісна освіта; гендерна рівність; чиста вода та належні санітарні умови; відновлювальна енергія; гідна праця та економічне зростання; інновації та інфраструктура; скорочення нерівності; сталий розвиток міст та спільнот; відповідальне споживання; боротьба зі зміною клімату; збереження морських екосистем; збереження систем суходолу; мир та справедливість; партнерство заради стійкого розвитку

Першим етапом реалізації цілей сталого розвитку у підготовці педагогів є узгодження окремих цілей із компетентностями та програмними результати освітніх програм. Зокрема, у освітній програмі другого рівня вищої освіти Тернопільського національного педагогічного університету імені Володимира Гнатюка Середня освіта (Математика, фізика) окремі загальні та фахові компетентності корелюють із цілями сталого розвитку.

Наприклад, із ЦСР «інновації та інфраструктура» корелюють загальна компетентність «здатність генерувати нові ідеї (креативність)» та фахові компетентності «здатність до самоосвіти та підвищення рівня професійності на основі інноваційних підходів у сфері освіти», «здатність ефективно планувати та організовувати освітній процес і традиційні та інноваційні форми позакласної роботи з математики та фізики для кожного учня, залежно від його індивідуальних потреб, можливостей, здібностей та інтересів»; із ЦСР «якісна освіта» корелюють загальні компетентності «здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях» та «знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності» та фахові компетентність «здатність до моделювання, прогнозування, розв'язування проблем у сфері

професійної діяльності»; ЦСР міцне здоров’я корелює із фаховою компетентністю «здатність до здійснення професійної діяльності з дотриманням вимог законодавства щодо охорони життя й здоров'я учнів (зокрема з особливими освітніми потребами); використання здоров’язбережувальних технологій під час освітнього процесу».

Другий етап реалізації цілей сталого розвитку у процесі підготовки вчителя математики передбачає пов’язання змісту лекційних та практичних занять із професійних дисциплін із ЦСР.

Наприклад, у процесі вивчення методики навчання математики, доцільно наголошувати на важливості якісної освіти для розвитку особистості і суспільства, пов’язувати практичні завдання із формуванням здоров’язберігаючої компетентності школярів. Добір та формулювання прикладних задач, пов’язаних із реалізацією наскрізної змістової лінії «підприємливість і фінансова грамотність» безпосередньо пов’язані зі реалізацією ЦСР «гідна праця та економічне зростання».

Третім етапом реалізації ЦСР у підготовці майбутніх учителів математики є інтеграція принципів сталого розвитку в організацію педагогічної практики та самостійну роботу студентів.

Під час проходження практики в закладах загальної середньої освіти студенти мають змогу застосовувати набуті знання на практиці: розробляти та проводити уроки математики з елементами ЦСР, наприклад, задачі на розрахунок ефективності використання відновлювальних джерел енергії (ЦСР 7), моделювання сталого споживання ресурсів (ЦСР 12) чи аналіз впливу математичних методів на прогнозування кліматичних змін (ЦСР 13). Це сприяє формуванню у майбутніх педагогів наскрізної компетентності щодо освіти для сталого розвитку, а також уміння передавати її учням через математичний інструментарій.

Крім того, доцільно впроваджувати міждисциплінарні проєкти та STEM-підходи, де математика виступає інструментом для розв’язання реальних проблем сталого розвитку.

Наприклад, студенти можуть моделювати економічні процеси з урахуванням принципів гідної праці та економічного зростання (ЦСР 8), використовувати статистичні методи для аналізу даних щодо скорочення нерівності (ЦСР 10) чи розробляти алгоритми оптимізації ресурсів у контексті відповідального споживання (ЦСР 12). Такі проєкти не лише посилюють мотивацію до вивчення математики, але й формують у майбутніх учителів готовність до інноваційної педагогічної діяльності в умовах Нової української школи та глобальних викликів.

Отже, реалізація цілей сталого розвитку в процесі підготовки майбутніх учителів математики є багатоступеневим процесом, що охоплює узгодження компетентностей освітньої програми з ЦСР, інтеграцію відповідного змісту в навчальні дисципліни, практичне застосування під час педагогічної практики та проєктну діяльність. Це дозволяє не лише виконати вимоги Національного агентства із забезпечення якості вищої освіти, але й підготувати вчителів, здатних формувати в учнів свідоме ставлення до сталого розвитку через призму математичного мислення. Водночас питання повноцінної інтеграції ЦСР у фахову підготовку вчителів математики залишається недостатньо дослідженим і потребує подальших теоретичних обґрунтувань та емпіричних експериментів, зокрема щодо ефективності конкретних методик та оцінки сформованості відповідних компетентностей у випускників педагогічних університетів.

Література

1. Коломоєць М. Б. Завдання курсу «Педагогіка» у контексті стратегії сталого розвитку в процесі підготовки вчителів технології // Наукові інновації та передові технології. 2025. № 2(42). URL: https://enpuir.npu.edu.ua/bitstream/handle/123456789/47629/Kolomiiets_Kharlamenko.pdf?sequence=1 (дата звернення: 19.02.2026).

2. Коренева І. М. Система підготовки майбутніх учителів біології до реалізації функцій освіти для сталого розвитку : монографія. Суми : Університетська книга, 2019. 526 с.

3. Мехед О. Індивідуалізація та диференціація в підготовці вчителів природничих спеціальностей на засадах сталого розвитку // Теорія та практика підготовки майбутніх учителів природничих спеціальностей... : монографія. Луцьк : Вежа-Друк, [рік, наприклад 2022]. URL: https://evnuir.vnu.edu.ua/bitstream/123456789/26055/3/marushko_monohraf.pdf (дата звернення: 19.02.2026).

4. Національне агентство із забезпечення якості вищої освіти. Критерії оцінювання якості освітньої програми [Електронний ресурс]. Київ, 2019. URL: https://naqa.gov.ua/wp-content/uploads/2019/09/Критерії.pdf (дата звернення: 19.02.2026).

5. Організація Об'єднаних Націй в Україні. Цілі сталого розвитку [Електронний ресурс]. Київ : ООН в Україні, [2025]. URL: https://ukraine.un.org/uk/sdgs (дата звернення: 19.02.2026).

6. Роз'яснення щодо застосування Критеріїв оцінювання якості освітньої програми : методичний посібник / А. Бутенко, Г. Денискіна, О. Єременко [та ін.] ; Нац. агентство із забезпечення якості вищ. освіти. Київ, 2024. 129 с. ISBN 978-617-95459-0-0. URL: https://naqa.gov.ua/wp-content/uploads/2024/12/Розяснення-щодо-застосування-Критеріїв-оцінювання-якості-освітньої-програми.pdf (дата звернення: 19.02.2026).

7. Янча М. Реалізація цілей сталого розвитку в контексті концептуальних засад педагогічної освіти [або точна назва роботи] // Реалізація цілей сталого розвитку в контексті концептуальних засад... : матеріали Всеукр. наук.-практ. конф. [місце, рік]. С. [сторінки]. URL: https://dspace.hnpu.edu.ua/bitstreams/8ddc04b6-2b41-4b96-9da3-b7338ca15e12/download (дата звернення: 19.02.2026).

Кудінов Микола Валерійович, Ачкан Віталій Валентинович. Окремі аспекти реалізації цілей сталого розвитку у процесі підготовки майбутніх учителів математики.

Анотація. У роботі окреслено окремі аспекти інтеграції Цілей сталого розвитку (ЦСР) у процес підготовки майбутніх учителів математики, проаналізовано вимоги Національного агентства із забезпечення якості вищої освіти щодо врахування ЦСР в освітніх програмах та виокремлено три етапи реалізації на прикладі освітньої програми ТНПУ імені В. Гнатюка.

Ключові слова: цілі сталого розвитку, підготовка вчителів математики, освітня програма, компетентності, методика навчання математики, педагогічна практика, STEM-підходи, Нова українська школа.

Kudinov Mykola Valeriyovych, Achkan Vitaliy Valentynovych. Certain Aspects of Implementing the Sustainable Development Goals in the Training of Future Mathematics Teachers.

Abstract. The paper outlines specific aspects of integrating the Sustainable Development Goals (SDGs) into the process of training future mathematics teachers. It analyzes the requirements of the National Agency for Higher Education Quality Assurance regarding the inclusion of SDGs in educational programs and identifies three stages of implementation, illustrated by the example of the educational program "Secondary Education (Mathematics, Physics)" at Ternopil Volodymyr Hnatiuk National Pedagogical University.

Key words: sustainable development goals, training of mathematics teachers, educational program, competencies, methodology of teaching mathematics, pedagogical practice, STEM approaches, New Ukrainian School.

Юрій Бохонов
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут» ім. Ігоря Сікорського,
Київ, Україна,
yubochonoff@gmail.com
Олег Лещинський
Фаховий коледж інженерії, управління
та землевпорядкування КАІ,
Київ, Україна
oleshchinsky17.1@gmail.com

ПОШУК ДОСТУПНОСТІ РОЗДІЛУ «ЕЛЕМЕНТАРНИЙ ВСТУП В ТЕОРІЮ ЕЛІПТИЧНИХ КРИВИХ ТА ЇЇ ЗАСТОСУВАННЯ В ЕЛІПТИЧНІЙ КРИПТОГРАФІЇ» ВИБІРКОВОЇ ДИСЦИПЛІНИ «ЕЛЕМЕНТИ ГЕОМЕТРИЧНОЇ КРИПТОГРАФІЇ» ДЛЯ ЗДОБУВАЧІВ ОСВІТИ ЗАКЛАДІВ ФАХОВОЇ ПЕРЕДВИЩОЇ ОСВІТИ, ЩО НАВЧАЮТЬСЯ ЗА ОСВІТНЬОЮ ПРОГРАМОЮ «КІБЕРБЕЗПЕКА ТА ЗАХИСТ ІНФОРМАЦІЇ»

Безсумнівним є факт, що ґрунтовному вивченню теорії еліптичних кривих має передувати, зокрема, вивчення основних алгебраїчних структур, таких як групи, напівгрупи, абелеві групи, кільця, кільця з одиницею, поля тощо. І даний перелік, взагалі кажучи, не є повним. Дуже важливим підґрунтям зазначеної теорії є модулярна алгебра, теорія чисел.

Але найперше знайомство з еліптичними кривими можна розпочати з наступного означення, звернувши увагу здобувачів освіти на його нестрогість і не привертаючи увагу, над яким полем задається еліптична крива.

Можна зазначити, що еліптична крива у формі Веєрштраса задається наступним чином:

$$y^2 + a_1xy + a_3y = x^3 + a_2x^2 + a_4x + a_6,$$

де коефіцієнти a_i, наприклад, належать множині раціональних чисел або множині раціональних чисел, і це означення не є загальним. Далі, для прикладів, що приводять до часткових видів еліптичних кривих, можна нагадати формулювання Великої теореми Ферма: рівняння $a^n + b^n = c^n$, $abc \neq 0$, для $n \in \mathbb{N}\backslash\{1, 2\}$, не має цілочисельних розв'язків.

Нехай $n = 3$ та $a + b \neq 0$, тобто $a^3 + b^3 = c^3$.

Візьмемо $x = \frac{2^2 \cdot 3 \cdot c}{a+b}$, $y = \frac{2^2 3^2 \cdot (a-b)}{a+b}$. Тоді:

$$y^2 = \frac{2^4 \cdot 3^4 \cdot (a-b)^2}{(a+b)^2} = \frac{2^4 \cdot 3^3 \cdot 3 \cdot (a^2 - 2ab + b^2)}{(a+b)^2} = \frac{2^4 \cdot 3^3 \cdot (3a^2 - 6ab + 3b^2)}{(a+b)^2} =$$

$$= \frac{2^4 \cdot 3^3 \cdot (4a^2 - a^2 - 4ab - 2ab + 4b^2 - b^2)}{(a+b)^2} =$$

$$= \frac{2^4 \cdot 3^3 \cdot (4(a^2 - ab + b^2) - (a+b)^2)}{(a+b)^2} \cdot \frac{a+b}{a+b} = \frac{2^4 \cdot 3^3 \cdot (4(a^3 + b^3) - (a+b)^3)}{(a+b)^3} =$$

$$= 2^4 \cdot 3^3 \cdot \left(\frac{4(a^3 + b^3)}{(a+b)^3} - 1\right) = \left(\frac{2^2 \cdot 3 \cdot c}{a+b}\right)^3 - 432 = x^3 - 432.$$

Маємо $y^2 = x^3 - 432$ – рівняння еліптичної кривої, в якому

$$a_1 = a_3 = a_2 = a_4 = 0,\ a_6 = -432.$$

Відомо, що у рівняння $y^2 = x^3 - 432$ тільки два раціональних розв'язки (12; –36) та (12; 36).

Якщо $y = 36$, то $\frac{a-b}{a+b} = 1$, то $b = 0$, що суперечить умові $abc \neq 0$.

Якщо $y = -36$, то $\frac{a-b}{a+b} = -1$, то $a = 0$ (аналогічна суперечність).

Таким чином, аналіз еліптичної кривої, рівняння якої $y^2 = x^3 - 432$, сприяє доведенню того, що рівняння $a^n + b^n = c^n$ цілих розв'язків мати не може.

Після розповіді про історію доведення Великої теореми Ферма та її зпвершення Ендрю Вайлсом за участі Річарда Тейлора в 1995 році, звернувши увагу на застосування ними теорії модулярності для напівстабільних еліптичних кривих, можна розглянути випадок $n = 4$:

$$a^4 + b^4 = c^4,\ abc \neq 0.$$

Цей випадок був доведений Л. Ейлером, зрозуміло, без застосування поняття еліптичної функції.

Нехай $x = \frac{2(b^2+c^2)}{a^2}$, $y = x \cdot \frac{2b}{a} = \frac{2^2 b(b^2+c^2)}{a^3}$.

Тоді:

$$y^2 = \left(\frac{2^2 b(b^2+c^2)}{a^3}\right)^2 = \frac{2^4 b^2}{(a^3)^2}(b^2+c^2)(b^2+c^2) = \frac{2^3}{(a^3)^2}(2b^4+2b^2c^2)(b^2+c^2) =$$

$$= \frac{2^3(b^2+c^2)}{(a^3)^2}(b^4+2b^2c^2+c^4-a^4) = \frac{2^3(b^2+c^2)}{(a^3)^2}((b^2+c^2)^2-a^4) =$$

$$= \frac{2^3(b^2+c^2)}{(a^3)^2}(b^2+c^2-a^2)(b^2+c^2+a^2) = \frac{2(b^2+c^2)}{a^2} \cdot \frac{2b^2+2c^2-2a^2}{a^2} \times$$

$$\times \frac{2b^2+2c^2+2a^2}{a^2} = \frac{2(b^2+c^2)}{a^2} \cdot \left(\frac{2(b^2+c^2)}{a^2} - 2\right)\left(\frac{2(b^2+c^2)}{a^2} + 2\right) =$$

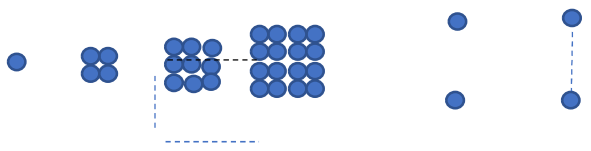
$$= x(x-2)(x+2) = x^3 - 4x.$$

Тобто маємо рівняння еліптичної кривої $y^2 = x^3 - 4x$, в якому

$$a_1 = a_3 = a_2 = a_6 = 0,\ a_4 = -4.$$

Відомим є те, що рівняння $y^2 = x^3 - 4x$ має три раціональні розв'язки (0; 0), (–2; 0), (2; 0). Якщо $y = 0$, то $b = 0$, що суперечить умові $abc \neq 0$. На основі аналізу еліптичної кривої можна зробити висновок, що рівняння $a^4 + b^4 = c^4$ не може мати цілих коренів, що задовольняють умову $abc \neq 0$.

Цікавим може виявитися наступний приклад. Нехай є набір монет одного діаметра, складений наступним чином:



Тобто, є *t* ансамблів, де кожний *i*- тий ансамбль складається з t^2 монет. Нехай С – сумарне число монет, яке, зрозуміло, залежить від числа ансамблів t . Ця залежність може біти представлена наступною сумою:

$$C(t) = 1 + 2^2 + 3^2 + \cdots + t^2.$$

Відомим є факт, що $\sum_{n=1}^{t} n^2 = \frac{t(t+1)(2t+1)}{6}$, (який легко доводиться, наприклад, методом математичної індукції). Яким повинно бути число ансамблів t , щоб з усіх монет можна було б скласти квадратний ансамбль, сторона якого містить m монет?

Очевидною є рівність $C(t) = m^2$. Тоді маємо рівняння $m^2 = \frac{t(t+1)(2t+1)}{6}$, яке можна представити у вигляді $6m^2 = 2t^3 + 3t^2 + t$ або

$$m^2 = \frac{1}{3}t^3 + \frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{6}t. \quad (1)$$

Отримане рівняння є прикладом незведеної форми еліптичної кривої, і наступна заміна змінних $m = \frac{g}{2\sqrt{6}}$, $t = \frac{h}{2}$ зводить це рівняння до вигляду $g^2 = h^3 + 3h^2 + 2h$, яке є рівнянням еліптичної кривої за Вейєрштрассом і яке можна спростити за допомогою введення змінних $g = y, h = x - 1$:

$$y^2 = (x-1)^3 + 3(x-1)^2 + 2(x-1), \text{ або}$$
$$y^2 = x^3 - x. \quad (2)$$

Завершити цей прилад можна зауваженнями:

1. Криві (1) та (2) зв’язані лінійним перетворенням координат наступним чином:

$$x = 2t + 1; \quad y = 2\sqrt{6}m.$$

2. Наведений приклад є аналогом відомої «піраміди з куль».

З мотиваційних і культурних міркувань можна розглянути задачу про конгруентні числа тощо. Далі корисно показати рівняння еліптичних кривих у формі Едвардса, розповівши на початковому, елементарному рівні про поняття групи, абелевої групи на прикладі закону про додавання точок кривої. Завершенням цього розділу може стати пояснення основних ідей еліптичної криптографії і стандартизації алгоритмів і протоколів асиметричних криптосистем та еліптичних кривих (ECC – Elliptic Curve Cryptosystems).

Література

1. Бессалов А.В. Еліптичні криві у формі Едвардса і криптографія: монографія. – Київ: ІВЦ «Видавництво «Політехника»», 2017. –272с.

2. Edwards H.M. A normal form for elliptic curves. Bulletin of the American Mathematical Society, Volume 44, Number 3, July 2007, PP. 393-422.

Юрій Бохонов, Олег Лещинський. Пошук доступності розділу «Елементарний вступ в теорію еліптичних кривих та її застосування в еліптичній криптографії» вибіркової дисципліни «Елементи геометричної криптографії» для здобувачів освіти закладів фахової передвищої освіти, що навчаються за освітньою програмою «Кібербезпека та захист інформації».

Анотація. Розглянуто поняття еліптичної кривої у формі Вейєрштрасса. Наведено приклади часткових видів еліптичних кривих, пов’язаних з Великою теоремою Ферма.

Ключові слова: геометрична криптографія, еліптична криптографія, еліптична крива, Велика теорема Ферма.

Yuri Bokhonov, Oleh Leshchynskii Search for the availability of the section "Elementary introduction to the theory of elliptic curves and its application in elliptic cryptography" of the optional discipline "Elements of geometric cryptography" for students of vocational higher education institutions studying under the educational program "Cybersecurity and information protection".

Abstract. The concept of an elliptic curve in Weierstrass form is considered. Examples of partial types of elliptic curves related to Fermat's Great Theorem are given.

Key words: geometric cryptography, elliptic cryptography, elliptic curve, Fermat's Great Theorem.

Тетяна Бохонова
Київський природничо-науковий ліцей № 145,
Київ, Україна
bohonova@ukr.net
Олексій Томащук
Державний університет «Київський авіаційний інститут»
Київ, Україна
oleksii.tomashchuk@npp.kai.edu.ua

РОЗДУМИ ЩОДО ЗМІСТУ РОЗДІЛУ «ВСТУП В ТЕОРІЮ СКІНЧЕННИХ ГЕОМЕТРІЙ» ВИБІРКОВОЇ ДИСЦИПЛІНИ «ЕЛЕМЕНТИ ГЕОМЕТРИЧНОЇ КРИПТОГРАФІЇ»

Здобувачам вищої освіти закладів фахової передвищої освіти, які навчаються за освітньо-професійної програмою «Кібербезпека та захист інформації», як вибіркову запропоновано дисципліну «Елементи геометричної криптографії». Одним із ключових розділів цієї дисципліни є розділ «Вступ в теорію скінченних геометрій».

Цей розділ, на думку авторів, є найабстрактнішим в цій дисципліні, а тому, мабуть, і найскладнішим для здобувачів освіти в закладах фахової передвищої освіти. Розділ корисний, зокрема, тим, що теорії скінченних геометрій знайшли застосування в прикладній теорії кодування. У певному сенсі теорію кодування можна розглядати як розділ геометрії, в якому вивчаються задачі упакування куль в скінченновимірних векторних просторах.

На думку Колмогорова А.М. (його лекції, прочитані в 1972 році, не опубліковані, а міркування оброблені його учнями) зрозуміле для початківців пояснення скінченних геометрій можна мотивувати, наприклад, пошуками художників епохи Відродження точного зображення того, що бачить спостерігач, і як сприймає картину, яка в реаліях є тривимірною, а полотно – двовимірним. Вони висловлювали думку, що спостерігач сприймає проєкцію аналогічно реальності. Так була започаткована проєктивна геометрія.

А.М. Колмогоров пропонував таку послідовність розгляду скінченних геометрій (рис. 1):



Рис. 1. Послідовність скінченних геометрій (за Колмогоровим А.М.)

Основною теоремою Андрій Миколайович вважав проєктивний випадок (відсутність паралельних прямих) теореми Дезарга.

З метою забезпечення професійної спрямованості зазначеного розділу його структуру автори вбачають трохи іншою. В геометричній криптографії можуть цікавити питання скінченної проєктивної площини, що складається зі скінченних множин точок і прямих, зв'язаних між собою відношенням інцидентності, яке дозволяє для кожної точки і кожної прямої встановлювати, чи лежить задана точка на заданій прямій чи ні. Тому змістовну частину розділу можна почати з означення скінченної проєктивної площини (СПП).

Скінченну проєктивну площину визначають як скінченну множину елементів, які називають точками, разом з виділеними підмножинами цієї множини, які називають прямими, і відношенням I, яке називають відношенням інцидентності між точками і прямими, що задовольняють наступним аксіомам:

A_1. Кожна пара різних прямих інцидентна єдиній точці.

A_2. Кожна пара різних точок інцидентна єдиній прямій.

A_3. Існують чотири точки, такі що жодні три з них не інцидентні одній і тій самій прямій.

З A_3 випливає, що кожна пряма містить щонайменше три точки і що через кожну точку проходить щонайменше три прямі.

Усвідомлення наведеної системи аксіом приводить до висновку, що A_3 виконується в такій інтерпретації: A_3^{∂}.

Існують чотири прямі, такі, що жодні три з них не інцидентні одній і тій смій точці.

Таким чином, можна отримати принцип двоїстості між точками і прямими, з якого випливає така теорема:

Якщо P – скінченна проєктивна площина, то

1) $\exists\, m \in \mathbb{N}\backslash\{1\}$ таке, що кожна точка (пряма) P інцидентна в точності m+1 прямим (точкам) P (таке число m називають порядком скінченної проєктивної площини);
2) P містить в точності $m^2 + m + 1$ точок (прямих).

Найпростішим прикладом скінченної проєктивної площини є площина Фано (рис.2):

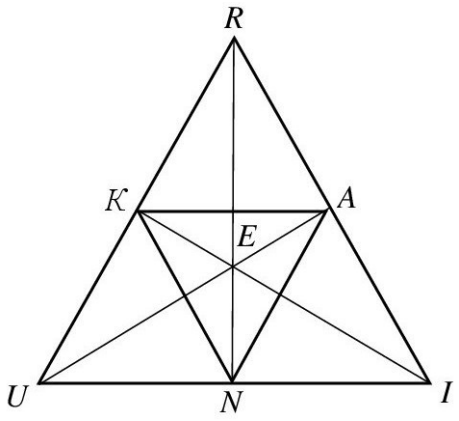


Рис. 2. Площина Фано

Ця площина містить сім точок: *U, K, R, A, I, N, E,* та сім прямих: *UKR, UEA, UNI, IAR, KEI, REN, KAN.* Тут можна відмітити, що для скінченних проєктивних площин геометричне поняття «звичайної прямої» беззмістовне, що може спочатку суперечити нашому сприйняттю, але підмножина *KAN* – пряма.

Відомим є факт (встановлений в 1906 році Освальдом Вебленом), що скінченні проєктивні площини порядку m існують для $m = p^n$, де m, n, p – натуральні числа, p – просте. Можна також зазначити, що не існує проєктивної площини порядка m=6. Невідомо, чи існує проєктивна площина для m=10. Для m=9 знайдено декілька площин. Не визначено ще жодної площини, порядок якої не є натуральним степенем простого числа.

Природний перехід від поняття скінченної проєктивної площини до поняття скінченної афінної площини можна здійснити через міркування про представлення точок в звичайній аналітичній геометрії впорядкованими парами (x, y), де x, y – дійсні числа, а прямих – їх рівняннями $ax + by + c = 0$, де a, b, c – дійсні числа, $a \neq b$.

Але такий перехід передбачає знання поняття поля як алгебраїчної структури. Можна чисто аксіоматично ввести це поняття, не пов’язуючи його з поняттям скінченної проєктивної площини.

Можна, наприклад, зазначити, що іноді в геометрії точки, що належать одній прямій, називають колінеарними, в протилежному випадку – неколінеарними.

Аксіоматичне означення скінченної афінної площини (САП) здійснюється аналогічно означенню СПП. При цьому увагу здобувачів освіти звертають на співставлення систем аксіом $\{A_{1\text{-}3}\}^{\text{проєкт}}$ і $\{A_{1\text{-}3}\}^{\text{афінн}}$. Після декількох прикладів і завдань дослідницького характеру на СПП і САП, можна перейти в цьому розділі до задач і теорем-«перлин» шкільної геометрії, серед яких:

- теорема Паскаля для кола;
- теорема Бріаншона (двоїста до теореми Паскаля);
- теорема Дезарга;
- теорема Паппа;
- теорема Гамільтона;
- теорема Ньютона (про пряму Ньютона);
- перша і друга точки Наполеона.

При розгляді зазначених теорем і задач, з ними пов'язаних, та інших цікавих теорем і задач елементарної «класичної» планіметрії можна звернути увагу здобувачів освіти на існування прямих і кривих другого порядку (зокрема, кола), що «зв'язують» деякі «специфічні» точки геометричних фігур, що є надзвичайно корисним для криптографії.

Завершення зазначеного розділу можна присвятити огляду найпростіших прикладів застосування скінченних геометрій в теорії кодування.

Література

Rudolf Lidl. Finite Fields // Encyclopedia of Mathematics and its Applications. Volume 20 (1983). – Addison-Wesley Publishing Company.

Тетяна Бохонова, Олексій Томащук. Роздуми щодо змісту розділу «Вступ в теорію скінченних геометрій» вибіркової дисципліни «Елементи геометричної криптографії»

Анотація. У роботі висвітлено змістове наповнення розділу «Вступ в теорію скінченних геометрій» з точки зору професійної спрямованості підготовки майбутніх фахівців з кібербезпеки та захисту інформації.

Ключові слова: геометрична криптографія, скінченна проєктивна площина, скінченна афінна площина, теорія кодування.

Teyiana Bokhonova, Oleksii Tomashchuk. Reflections on the content of the section «Introduction to the theory of finite geometries» of the elective course «Elements of geometric cryptography»

Abstract. The paper presents the content of the section «Introduction to the theory of finite geometries» from the perspective of the professional orientation of training future specialists in cybersecurity and information protection.

Key words: geometric cryptography, finite projective plane, finite affine plane, coding theory.

Оксана Витвицька
Івано-Франківський національний
технічний університет нафти і газу,
Івано-Франківськ, Україна,
oksana.vytvytska@nung.edu.ua

ВИКОРИСТАННЯ ЦИФРОВИХ ОСВІТНІХ ЗАСОБІВ У ФОРМУВАННІ ЦИФРОВО-МЕТОДИЧНОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ

Під математичними компетентностями майбутнього вчителя математики розуміємо систему взаємопов'язаних компетентностей, що охоплюють концептуальну, процедурну, логіко-дедуктивну, моделювальну, проблемно-розв'язувальну, інтерпретаційну, комунікативну та цифрово-математичну складові [1].

Цифровізація освітнього простору зумовлює необхідність формування у майбутніх учителів математики не лише предметної та методичної, а й цифрово-методичної компетентності. У сучасній педагогічній літературі цифрово-методична компетентність розглядається як інтегрована здатність педагога ефективно добирати, адаптувати та використовувати цифрові освітні засоби відповідно до дидактичних цілей, що включає не лише технічні навички, а й педагогічне осмислення цифрових технологій для організації навчального процесу та розвитку математичного мислення здобувачів освіти [2].

Робота з такими засобами дозволяє майбутнім учителям моделювати математичні об'єкти, досліджувати функціональні залежності, здійснювати параметричний аналіз, що сприяє глибшому розумінню змісту навчального матеріалу.

Нижче наведено систему цифрових освітніх засобів, які мають широке застосування в освітньому процесі [3].

1. ***Динамічні математичні середовища*** (GeoGebra) – дають змогу створювати інтерактивні моделі, досліджувати функціональні залежності, варіювати параметри в режимі реального часу. Сприяють розвитку вмінь візуалізувати абстрактні поняття та проєктувати дослідницькі завдання.

2. ***Системи комп'ютерної математики*** (Wolfram Mathematica, Maple) забезпечують виконання аналітичних і числових обчислень, символьні перетворення, побудову графіків. Формують уміння інтегрувати цифрові інструменти у вивчення складних розділів математики та організовувати дослідницьку діяльність учнів.

3. ***Електронні таблиці*** (Microsoft Excel, Google Sheets) використовуються для розв'язування задач оптимізації, статистичного аналізу, моделювання процесів. Розвивають алгоритмічне мислення та навички побудови прикладних моделей.

4. ***Платформи дистанційного та змішаного навчання*** (Moodle, Google Classroom) дозволяють організувати навчальний курс, здійснювати контроль знань, забезпечувати зворотний зв'язок. Формують уміння структурувати цифровий освітній контент і керувати навчальним процесом онлайн.

5. ***Онлайн-сервіси для створення інтерактивних завдань і тестів*** (Kahoot!, Quizizz) сприяють оперативному контролю знань, підвищують мотивацію учнів. Формують у майбутнього вчителя навички розроблення цифрових засобів оцінювання.

6. ***Онлайн-дошки та інструменти спільної роботи*** (Padlet, Miro) забезпечують колективне розв'язування задач, організацію мозкових штурмів, візуалізацію ідей. Розвивають комунікативно-методичні навички роботи в цифровому середовищі.

7. ***Графічні та візуалізаційні інструменти*** (Desmos) дозволяють будувати графіки функцій, досліджувати властивості математичних об'єктів, здійснювати параметричний аналіз. Сприяють формуванню вмінь пояснювати складні поняття через візуалізацію.

8. ***Платформи масових онлайн-курсів (МООС)*** (Coursera, edX) розширюють можливості професійного саморозвитку, сприяють формуванню здатності працювати з різними форматами цифрового навчального контенту.

Застосування зазначених цифрових освітніх засобів сприяє формуванню таких складових цифрово-методичної компетентності: технологічної (володіння інструментами); дидактичної (уміння педагогічно доцільно їх застосовувати); проєктувальної (створення власного цифрового контенту); рефлексивної (оцінювання ефективності використання). Взаємозв'язок між цифровими освітніми засобами та дидактичними функціями і складовими цифрово-методичної компетентності наведено у таблиці 1.

Таблиця 1.

Роль цифрових освітніх засобів у формуванні цифрово-методичної компетентності

Цифровий засіб	**Дидактична функція**	**Складові цифрово-методичної компетентності**
GeoGebra	Візуалізація математичних об'єктів, динамічне дослідження залежностей, моделювання	технологічна; дидактична; проєктувальна
Desmos	Побудова та аналіз графіків функцій, параметричні дослідження	технологічна; пояснювально-методична
Microsoft Excel	Обробка даних, розв'язування задач оптимізації, створення прикладних моделей	алгоритмічна; моделювальна; проєктувальна
Moodle	Організація дистанційного курсу, контроль і моніторинг результатів навчання	організаційно-методична; рефлексивна
Google Classroom	Управління навчальним процесом, забезпечення зворотного зв'язку	комунікативна; організаційна
Kahoot!	Інтерактивне оцінювання, підвищення мотивації	оцінювально-методична; технологічна
Padlet	Організація спільної роботи, візуалізація ідей, рефлексія	комунікативна;рефлексивна; проєктувальна
Coursera	Професійний розвиток, опанування нових цифрових ресурсів	самоосвітня; рефлексивна

Слід зазначити, що використання цифрових освітніх засобів у професійній підготовці майбутніх учителів має бути не епізодичним, а системним і методично вмотивованим. Йдеться не лише про володіння технічними навичками роботи з програмним забезпеченням, а насамперед про усвідомлення педагогічного потенціалу цифрових інструментів.

Важливим компонентом цифрово-методичної компетентності є здатність інтегрувати цифрові ресурси в структуру уроку. Це передбачає визначення доцільності використання

електронної візуалізації на етапі пояснення нового матеріалу, застосування інтерактивних тестів для оперативного контролю, використання онлайн-дошок для колективного розв'язування задач.

Також суттєвим аспектом є формування критичного ставлення до цифрових ресурсів. Майбутні педагоги повинні вміти оцінювати якість електронного контенту, його відповідність навчальній програмі, віковим особливостям учнів та поставленим освітнім цілям. Такий підхід запобігає формальному використанню технологій і забезпечує їх реальну педагогічну ефективність.

Таким чином, використання цифрових освітніх засобів у підготовці майбутніх учителів математики виступає важливим чинником формування цифрово-методичної компетентності. Ефективність цього процесу визначається системністю впровадження, методичною обґрунтованістю та орієнтацією на розвиток професійної рефлексії. Цифрові технології за умови педагогічно доцільного використання стають не лише інструментом навчання, а й засобом професійного становлення сучасного вчителя математики.

Треба зауважити, що впровадження інноваційних технологій супроводжується низкою проблем. Однією з ключових є не завжди достатній рівень цифрової та методичної готовності педагогів до ефективного використання сучасних інструментів. Також актуальними залишаються питання технічного забезпечення, перевантаження інформацією та збереження балансу між традиційними та цифровими формами навчання. Пошук шляхів вирішення перелічених питань може бути перспективою подальших досліджень.

Література

1. Європейська рамка цифрової компетентності педагогів (DigCompEdu) [Електронний ресурс]. – Режим доступу: https://npd.roippo.org.ua/index.php/NPD/article/view/66 (дата звернення: 18.02.2026).

2. Цифрова компетентність педагога у сучасному освітньому просторі [Електронний ресурс]. – Режим доступу: https://er.knutd.edu.ua/handle/123456789/27372 (дата звернення: 18.02.2026).

3. Витвицька О. М. Цифрові інструменти для розв'язання задачі пошуку найкоротшого шляху // Інформаційне суспільство: технологічні, економічні та технічні аспекти становлення : матеріали Міжнар. наук.-практ. інтернет-конф. (вип. 99), 14–15 трав. 2025 р. – [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://www.konferenciaonline.org.ua/ua/article/id-2210/ (дата звернення: 18.02.2026).

Оксана Витвицька. Використання цифрових освітніх засобів у формуванні цифрово-методичної компетентності.

Анотація. У тезах розглянуто використання цифрових освітніх засобів у формуванні цифрово-методичної компетентності майбутніх учителів математики. Охарактеризовано основні групи цифрових ресурсів та їх роль у розвитку технологічної, дидактичної, проєктувальної та рефлексивної складових компетентності. Визначено проблеми та перспективи впровадження цифрових технологій у математичну освіту.

Ключові слова: цифрово-методична компетентність; цифрові освітні засоби; підготовка майбутніх учителів; математична освіта; цифрові технології; професійна компетентність.

Oksana Vytvytska. Use of Digital Educational Tools in Developing the Digital and Methodological Competence.

Abstract. The paper examines the use of digital educational tools in the formation of digital and methodological competence of future mathematics teachers. The main groups of digital resources and their role in developing technological, didactic, design, and reflective components of competence are characterized. Problems and prospects of implementing digital technologies in mathematics education are identified.

Key words: digital and methodological competence; digital educational tools; pre-service teacher training; mathematics education; digital technologies; professional competence.

Дарія Возносименко
Уманський державний педагогічний
університет імені Павла Тичини
Умань, Україна
daryakholod@ukr.net

ПІДГОТОВКА МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ ДО СТВОРЕННЯ Й ВИКОРИСТАННЯ ЦИФРОВИХ ОСВІТНІХ РЕСУРСІВ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Сучасний етап розвитку освіти характеризується активною цифровізацією освітнього простору, що зумовлює необхідність оновлення підходів до професійної підготовки майбутніх учителів математики. У цих умовах особливої значущості набуває формування в майбутніх педагогів здатності не лише використовувати готові цифрові освітні ресурси, а й самостійно розробляти цифрові навчальні посібники відповідно до дидактичних цілей, змісту навчального матеріалу та вікових особливостей учнів.

Необхідність такої підготовки зумовлена насамперед вимогами до сформованості цифрової компетентності сучасного вчителя, яка визначається як важлива складова його професійної готовності.

Науковець О. Овчарук наголошує на тому, що «формування цифрової компетентності вчителя передбачає використання новітніх цифрових засобів, вміння створювати відповідне середовище для своїх учнів, знати шляхи та засоби безпечного поводження в мережі інтернет, а також уміти захищати особисту інформацію у цифровому просторі. Також дані навички мають доповнюватися такими якостями, як критичне мислення, медіаграмотність, комунікаційні навички тощо» [3].

Використання цифрових освітніх ресурсів у навчанні математики відкриває широкі можливості для підвищення ефективності освітнього процесу за рахунок візуалізації абстрактних понять, динамічного моделювання математичних об’єктів і процесів, а також організації інтерактивної взаємодії учнів з навчальним матеріалом. Цифрові навчальні посібники сприяють активізації пізнавальної діяльності, формуванню стійкого інтересу до вивчення математики та створюють умови для індивідуалізації й диференціації навчання.

У зв’язку з цим актуальною є проблема методичної підготовки майбутніх учителів математики до педагогічно доцільного використання цифрових освітніх ресурсів, а також до розробки власних авторських цифрових посібників як складника їх професійної компетентності.

У процесі вивчення дисципліни «Методика навчання математики» на лабораторних заняттях організовується цілеспрямована діяльність, спрямована на підготовку майбутніх учителів математики до розробки та використання цифрових навчальних посібників. Такі заняття поєднують теоретичне осмислення методичних підходів із практичною діяльністю студентів у цифрових освітніх середовищах.

Практична спрямованість зазначених занять реалізується через виконання студентами спеціально розроблених завдань, що передбачають самостійне проєктування та створення цифрових навчальних матеріалів.

У межах лабораторних занять студенти виконують практичні завдання, пов’язані зі створенням авторських цифрових посібників, зокрема в середовищі GeoGebra, відповідно до вимог чинних навчальних програм з математики. Прикладом результативної роботи є розроблений студентом цифровий посібник, спрямований на вивчення теми «Корені та ірраціональні вирази», структура якого передбачає поєднання теоретичного матеріалу, динамічних моделей і інтерактивних елементів.

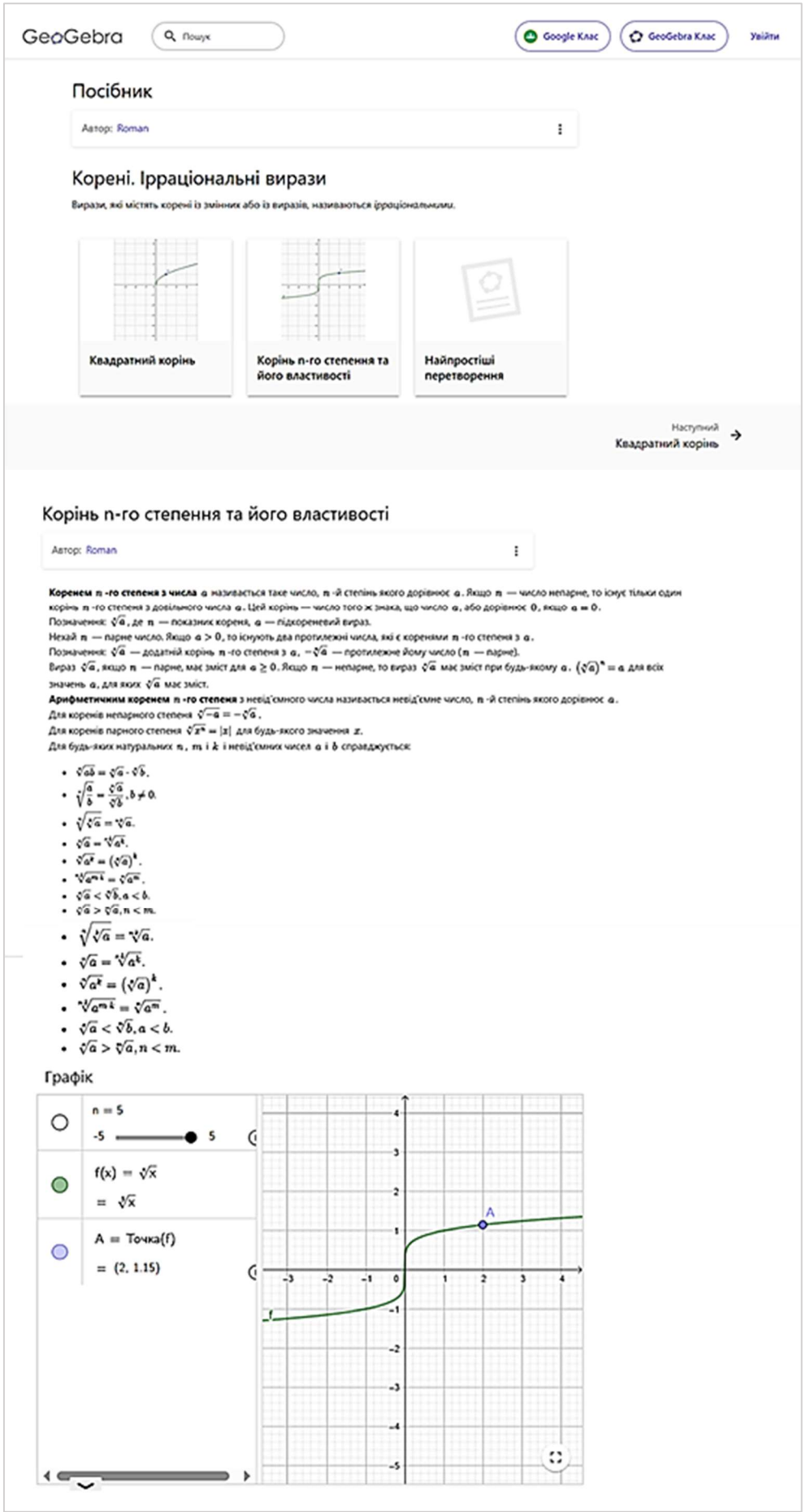


Рис. 1. Приклад фрагменту посібника розробленого в середовищі GeoGebra

Особлива увага під час лабораторних занять приділяється методичному обґрунтуванню створених цифрових посібників, зокрема визначенню їх місця в структурі уроку, доцільності використання на етапах пояснення нового матеріалу, закріплення або узагальнення знань, а також можливостям застосування в умовах змішаного та дистанційного навчання.

Таким чином, організація лабораторних занять з методики навчання математики, орієнтованих на розробку та використання цифрових навчальних посібників, сприяє формуванню в майбутніх учителів математики методичної, цифрової та проєктувальної компетентностей. Залучення студентів до створення авторських цифрових освітніх ресурсів підвищує рівень їх професійної готовності до реалізації сучасних вимог математичної освіти та ефективної організації освітнього процесу.

Література

1. Підготовка майбутніх учителів математики до застосування цифрових технологій в освітньому процесі закладів загальної середньої освіти. (2024). Математика, інформатика, фізика: наука та освіта, 1(2), 200-209. https://doi.org/10.31652/3041-1955/2024-01-02-10

2. Семеніхіна О. В., Друшляк М. Г., Хворостіна Ю. В. Використання хмарного сервісу GeoGebra у навчанні майбутніх вчителів природничо-математичних дисциплін. Інформаційні технології і засоби навчання. 2019. Т. 73, № 5. С. 48-66. DOI: http://dx.doi.org/10.33407/itlt.v73i5.2500

3. Овчарук О. Цифрова компетентність учителя: міжнародні тенденції та рамки. Нова педагогічна думка. 2019. Т. 100, No 4. С.52-55.DOI: https://doi.org/10.37026/2520-6427-2019-100-4-52-55

Дарія Возносименко. Підготовка майбутніх учителів математики до створення й використання цифрових освітніх ресурсів на уроках математики.

Анотація. У статті розглянуто підготовку майбутніх учителів математики до створення й використання цифрових освітніх ресурсів в умовах цифровізації освіти. Обґрунтовано значення цифрової компетентності як складової професійної готовності педагога. Описано організацію лабораторних занять з методики навчання математики, спрямованих на розробку студентами авторських цифрових посібників. Зазначено роль середовища GeoGebra у формуванні практичних умінь майбутніх учителів. Підкреслено, що така підготовка сприяє розвитку методичної та цифрової компетентностей.

Ключові слова: майбутні вчителі математики, цифрові освітні ресурси, цифрова компетентність, методика навчання математики.

Dariia Voznosymenko. Preparation of future mathematics teachers for the creation and use of digital educational resources in mathematics lessons.

Abstract. The article examines the preparation of future mathematics teachers for the creation and use of digital educational resources in the context of educational digitalization. The importance of digital competence as a component of a teacher's professional readiness is substantiated. The organization of laboratory classes in Methods of Teaching Mathematics aimed at developing students' skills in designing their own digital educational materials is described. The role of the GeoGebra environment in shaping the practical skills of future teachers is highlighted. It is emphasized that such training contributes to the development of methodological and digital competences.

Key words: future mathematics teachers, digital educational resources, digital competence, Methods of Teaching Mathematics.

Тетяна Годованюк, Тетяна Махомета, Ірина Тягай
Уманський державний педагогічний
університет імені Павла Тичини,
Умань. Україна,
tgodovanyuk@ukr.net
tetiana.makhometa@gmail.com
i.m.tiagai@gmail.com

КУЛЬТУРНА КОМПЕТЕНТНІСТЬ МАЙБУТНЬОГО ВЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ ЯК НЕОБХІДНА ПРОФЕСІЙНА ЯКІСТЬ

Сучасна українська освіта функціонує в умовах компетентнісної парадигми, що визначає результат навчання не як суму засвоєних знань, а як сформовану здатність особистості діяти в різних життєвих ситуаціях. Закон України «Про освіту» (2017) [1] закріплює перелік ключових компетентностей, необхідних для успішної самореалізації людини, серед яких виокремлено культурну компетентність. Вона передбачає здатність особистості усвідомлювати культурну спадщину, розуміти різноманіття культурних проявів та творчо самовиражатися.

У Концепції «Нова українська школа» [2] культурна складова також визначається як одна з ключових компетентностей – «обізнаність та самовираження у сфері культури», що трактується як розуміння значення культури для розвитку суспільства, повага до культурного різноманіття та здатність до творчого самовираження.

Отже, культурна компетентність нормативно визначена як результат освітнього процесу, тобто як якість, якою має володіти здобувач освіти. Водночас виникає принципове педагогічне питання: чи можливе формування культурної компетентності учнів без відповідної культурної компетентності самого вчителя? Очевидно, що реалізація компетентнісного підходу потребує не лише зміни змісту навчання, а й переосмислення професійної ролі педагога.

Попри нормативне визначення культурної компетентності як ключової компетентності здобувача освіти, проблема її цілеспрямованого формування у майбутніх учителів у процесі професійної підготовки у закладах вищої освіти залишається недостатньо дослідженою. У наукових працях переважає зосередженість на формуванні предметної, методичної та психолого-педагогічної складових професійної компетентності, тоді як культурний вимір підготовки майбутнього педагога нерідко має фрагментарний або опосередкований характер.

Водночас культурна компетентність учителя не є другорядною характеристикою його особистості. Вона відображає рівень інтелектуальної зрілості, сформованість ціннісних орієнтацій, здатність до рефлексії та відповідальної професійної діяльності.

Саме тому завдання сучасного педагогічного закладу вищої освіти полягає не лише у забезпеченні професійної підготовки майбутнього вчителя як фахівця-предметника, а й у формуванні його як носія культури – особистості, здатної інтегрувати соціокультурний та внутрішньопредметний виміри у власній педагогічній діяльності. Професійний і культурний аспекти підготовки не можуть розглядатися ізольовано, оскільки саме їхня єдність забезпечує цілісність майбутньої професійної діяльності вчителя.

Особливої актуальності це питання набуває в контексті математичної освіти. Традиційно математика сприймається як універсальна, нейтральна й позакультурна наука, що оперує абстрактними символами й логічними структурами. Проте історія розвитку математичного знання, його зв’язок із філософією, технікою, мистецтвом і суспільними процесами засвідчують, що математика є невід’ємною складовою світової культури. Більше того, сам

спосіб математичного мислення – його точність, доказовість, символічність – формує особливий тип інтелектуальної культури.

У цьому контексті культурна компетентність майбутнього вчителя математики постає як необхідна професійна якість, що забезпечує не лише ознайомлення учнів із культурними аспектами розвитку науки, а й формування культури математичної діяльності: культури мовлення, запису, логічного міркування та доказу. Таким чином, проблема дослідження полягає в теоретичному осмисленні культурної компетентності як складової професійної компетентності майбутнього вчителя математики та визначенні шляхів її реалізації в освітньому процесі.

У наукових дослідженнях культурна компетентність найчастіше розглядається як інтегративна якість особистості, що охоплює систему знань про культуру, ціннісні орієнтації, здатність до міжкультурної взаємодії та готовність до відповідальної соціальної поведінки. Проте в контексті професійної діяльності вчителя математики її зміст потребує уточнення.

Якщо для гуманітарних дисциплін культурна складова є очевидною, то для математичної освіти вона часто залишається латентною. Водночас саме математика формує особливий тип інтелектуальної культури – культуру логічності, доказовості, символічної точності та відповідальності за висловлене твердження. Тому культурну компетентність учителя математики доцільно розглядати у двох взаємопов'язаних вимірах: зовнішньому (соціокультурному) та внутрішньопредметному.

Соціокультурний вимір передбачає усвідомлення математики як частини світової та національної культури, розуміння історичного розвитку математичних ідей, ролі видатних учених, культурної зумовленості наукових відкриттів. Внутрішньопредметний вимір охоплює культуру математичної мови, культуру запису, логічну строгість, аргументованість доведення та академічну доброчесність.

Таким чином, культурна компетентність майбутнього вчителя математики є інтегративною професійною якістю, що поєднує здатність репрезентувати математику як явище культури та організовувати навчальну діяльність відповідно до норм математичної культури.

З урахуванням зазначених положень у структурі культурної компетентності доцільно виокремити такі компоненти:

Когнітивний компонент, який передбачає знання історії розвитку математичної науки, біографій видатних учених, розуміння зв'язків математики з іншими сферами культури.

Мовно-комунікативний компонент, що охоплює культуру математичної мови: точність термінології, логічність формулювань, послідовність викладу думки.

Операційно-діяльнісний компонент, який проявляється у формуванні культури математичного запису, структурування розв'язань, обґрунтованості кожного логічного кроку.

Ціннісно-світоглядний компонент, що пов'язаний із формуванням поваги до інтелектуальної праці, академічної чесності та відповідальності за результати математичної діяльності.

Саме в єдності цих компонентів культурна компетентність набуває системного характеру.

Реалізація культурної компетентності вчителя математики відбувається передусім через організацію навчальної діяльності учнів. Йдеться не про окремі епізодичні звернення до історії науки чи формальні виховні акценти, а про системну інтеграцію культурного виміру в зміст, мову та логіку викладання. Формування культурної компетентності має цілісний характер і реалізується через кілька взаємопов'язаних методичних напрямів.

Передусім важливим є персоналізація математичного знання. Ознайомлення учнів із життєвими шляхами та науковими здобутками видатних математиків – як світових, так і українських – дозволяє репрезентувати математику як результат інтелектуального пошуку конкретних особистостей, що діяли в певному історичному й культурному середовищі. Так, під час вивчення теми «Теорія ймовірностей» доцільно звернутися до постаті Блеза Паскаля, акцентуючи увагу не лише на його математичних результатах, а й на філософському осмисленні випадковості, віри, меж людського пізнання. Такий підхід демонструє міждисциплінарність наукового мислення та зв'язок математики з духовною культурою епохи.

У процесі розгляду теми «Квадратні рівняння» вчитель може звернутися до діяльності Франсуа Вієтта як одного із засновників символічної алгебри. Пояснення формул Вієтта в контексті розвитку алгебраїчної символіки дозволяє показати, що перехід від словесних описів до символічного запису став культурним проривом у розвитку математичної мови. У такому випадку учні усвідомлюють, що сучасна форма запису рівнянь є результатом тривалого історичного становлення наукової культури.

Особливого значення набуває ознайомлення з постатями українських математиків – Михайла Кравчука, Георгія Вороного, Володимира Левицького та інших. Розповідь про науковий внесок М. Кравчука та його трагічну долю в умовах тоталітарної системи дозволяє поєднати математичний зміст із морально-ціннісним контекстом. Така персоналізація формує в учнів розуміння математики як складової національної та світової культури, а також сприяє вихованню поваги до інтелектуальної праці.

Другий напрям пов'язаний із цілеспрямованим формуванням культури математичної мови. Математика функціонує як особлива знаково-символічна система, що вимагає точності й логічної впорядкованості. Тому завдання вчителя полягає не лише в коректному використанні термінології, а й у формуванні звички до чітких і виважених формулювань.

Під час доведення властивостей функцій учителю варто закцентувати увагу на розмежуванні понять «область визначення», «область значень», «аргумент», «значення функції», підкреслюючи, що неточність мовлення призводить до спотворення змісту твердження.

Під час вивчення теми «Геометричні перетворення» доцільно продемонструвати відмінність між побутовим описом («фігура перевертається») і математично точним формулюванням («виконується відображення відносно прямої»). Така систематична мовна робота формує культуру наукового мислення як складову загальної інтелектуальної культури особистості.

Третій напрям стосується формування культури математичного запису та доведення. Послідовність розв'язання, обґрунтування кожного переходу, структурованість доказу, коректне оформлення відповіді є показниками рівня математичної культури. Важливо не лише отримати правильний результат, а продемонструвати логіку міркування.

Під час доведення нерівностей учителю слід запропонувати учням пояснити зміну знака при множенні на від'ємне число; у процесі розв'язування задач із параметрами – зосередити увагу учнів на чіткому розмежуванні випадків та аргументації умов їх розгляду. Формулювання відповіді повним реченням, виділення вихідних даних, зазначення обмежень – усе це формує відповідальне ставлення до математичного висловлювання.

Таким чином, культурна компетентність учителя математики реалізується в єдності змістового, мовного та організаційного аспектів навчання. Вона не зводиться до історичних довідок чи виховних коментарів, а проявляється у способі подання матеріалу, у вимогах до точності, логічності та академічної доброчесності.

Культурна компетентність, нормативно визначена як ключова компетентність здобувача освіти, у професійному вимірі трансформується в необхідну складову діяльності вчителя математики. Вона охоплює як соціокультурний, так і внутрішньопредметний виміри та реалізується через формування культури математичної мови, запису, доведення й інтелектуальної відповідальності.

Література

1. Закон України «Про освіту» (редакція від 01.01.2026 № 2145-VIII). *Відомості Верховної Ради України.* 2017, № 38-39, Ст. 380. URL : https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/2145-19#Text (дата звернення: 15.01.2026).
2. Концепція Нової української школи: URL : https://mon.gov.ua/static-objects/mon/sites/1/zagalna%20serednya/nova-ukrainska-shkola-compressed.pdf (дата звернення: 15.01.2026).

Тетяна Годованюк, Тетяна Махомета, Ірина Тягай. **Культурна компетентність майбутнього вчителя математики як необхідна професійна якість.**

Анотація. Здійснено теоретичне осмислення культурної компетентності як складової професійної компетентності майбутнього вчителя математики в умовах компетентнісної парадигми освіти. Обґрунтовано доцільність розгляду культурної компетентності вчителя математики у двох взаємопов'язаних вимірах – соціокультурному та внутрішньопредметному. Визначено її структурні компоненти та окреслено методичні напрями реалізації у процесі навчання математики.

Ключові слова: культурна компетентність, професійна компетентність, майбутній учитель математики, математична культура, культура математичної мови, культура математичного запису.

Tetiana Hodovaniuk, Cultural Competence of a Future Mathematics Teacher as a Necessary Professional Guality.

Abstract. A theoretical interpretation of cultural competence as a component of the professional competence of a future mathematics teacher within the competence-based educational paradigm has been carried out. The expediency of considering the cultural competence of a mathematics teacher in two interrelated dimensions - sociocultural and subject-specific - has been substantiated. Its structural components have been identified, and methodological directions for its implementation in the process of teaching mathematics have been outlined.

Key words: cultural competence, professional competence, future mathematics teacher, mathematical culture, culture of mathematical language, culture of mathematical notation.

Inesa Hural, Liana Smolovyk
Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas
Ivano-Frankivsk, Ukraine
inesa.hural@nung.edu.ua
liliana.smolovyk@nung.edu.ua

THE ROLE OF PROOF IN TEACHING MATHEMATICS TO FUTURE ENGINEERS

Mathematics is the basis of engineering thinking and an essential tool in the design and creation of technical solutions. Mathematical disciplines in technical higher education institutions are the foundation of the mathematical training of future engineers, on which other disciplines are built. The teaching of mathematics in technical higher education institutions should combine a serious study of theoretical issues with the general applied orientation of the mathematics course. Two extremes can arise here: the first is a complete departure from applied orientation, and the second is when each task is considered from a technical point of view. Both are unacceptable. As a rule, the presentation of individual sections in different proportions and with different emphases is the responsibility of the teachers themselves.

Mathematical knowledge is often characterized as very special and unique because it has a level of certainty, precision, and objectivity that is unattainable in any other form of knowledge. This special status is linked to the role of proofs. Those who have delved into mathematical education and made an effort to study proofs know that this is how mathematical intuition is formed. First, most theorems rely heavily on the precise formulation of definitions. Reading proofs forces one to return to these definitions and truly understand how they are used and why they were defined in this way. Second, proofs show how results are related to each other—the structure of the theory becomes clearer. Third, proofs are based on a variety of methods that can be used independently. Fourth, the creative component of the proof process is no less important. The possibility of several different proofs of the same statement stimulates the search for new methods, generalizations, and more effective ways of reasoning. This develops mathematical intuition and the ability to solve problems in non-standard ways.

There are many proofs in textbooks on mathematical disciplines for students of technical and technological specialties in higher education institutions, approved by the Ministry of Education and Science of Ukraine. As a rule, it takes a lot of time to understand these proofs. Currently, there is a tendency to reduce the number of classroom hours allocated to teaching mathematical disciplines, while the volume of educational material remains unchanged, which is due to the right of the graduating department to determine the distribution of hours for the entire period of study. The question arises: is it important to understand proofs in order to succeed as an engineer? How many proofs should be included for future engineers when teaching mathematics? If too few are added, the essence of mathematics is weakened; if too many are added, time is wasted and students lose the desire to make an effort to understand the proofs. Some aspects of the relevance of studying mathematical proofs by engineering students have been considered, for example, in [1-4].

Based on our experience teaching mathematics to engineering students, we have identified typical patterns in students' attitudes toward mathematical proofs. Some students view mathematics solely as a tool for solving applied problems. For them, proofs are perceived as superfluous, since they are not directly used in calculations or software implementation of algorithms. Such students often argue that in engineering practice, it is enough to know the formula and be able to apply it. Another group of students recognizes the need for proofs but perceives them formally. They memorize proofs without a deep understanding of the logic of reasoning and reproduce them only for the purpose of passing exams. Many students experience difficulties due to the high level of abstraction of proofs, lack of prior experience, or poorly developed logical thinking. A smaller but stable proportion of students recognize the importance of proofs as a means of understanding mathematical theories. Such students note that analyzing proofs helps them better navigate the material, see the connections between concepts, and avoid the mechanical application of formulas.

Typical statements from the above groups of students regarding proofs in mathematics:

- For me, it is important to know the formula and be able to use it. Proofs are not needed in real engineering work.

- I study proofs because they are asked on exams, but I don't always understand why they need to be proven that way.
- Proofs are the most difficult part — there is a lot of abstraction, and it is easy to lose the logic of the reasoning.
- When you analyze a proof, you begin to better understand where the formula comes from and when it cannot be applied.

Thus, students' attitudes toward proofs in mathematics are heterogeneous and depend on their level of preparation, specialty, academic motivation, and teaching methods. At the same time, most negative or indifferent positions are caused not by the nature of proofs themselves, but by the way they are presented and the insufficient disclosure of their cognitive value.

After analyzing the opinions of students and interviewing fellow teachers, we conclude that the course should include only those proofs that reveal the logic of the theory's construction, justify fundamental concepts and results, and are methodologically significant for the formation of mathematical thinking. It is advisable to select proofs that demonstrate basic methods, are conceptually simple but methodologically illustrative, and can be used as models for analyzing other statements. The number of proofs should depend on the profile of the specialty, the level of prior mathematical training, and the educational goals of the course.

A reasonable approach is for the instructor to include a limited but methodologically representative number of proofs: some of the course theorems are considered with a complete proof, some are presented with a proof outline, and the rest of the statements are used without proof, but with a clear indication of the conditions of application. This distribution allows maintaining a balance between theoretical rigor and practical orientation.

References

1. Hanna, G. (2020), Mathematical Proof, Argumentation, and Reasoning, Encyclopedia of Mathematics Education, S. Lerman, Springer, Cham, pp. 120-128

2. Radmehr, Farzad & Ezzati, Mahnaz. (2022). Exploring engineering students' engagement with proof without words: The case of calculus. September 2022 Conference: SEFI 2022 - 50th Annual Conference of the European Society for Engineering Education, Proceedings At: Spain.

3. Robert Laugwitz, Niamh Brereton, Michelle Cheng, Undergraduate students' perception of mathematical proof, Teaching Mathematics and its Applications: An International Journal of the IMA, 2025;, hraf017, https://doi.org/10.1093/teamat/hraf017

4. Khomyuk, I. V., & Khomyuk, V. V. (2018). Proving theorems as a means of activating the learning of higher mathematics students in technical higher education institutions. Collection of scientific works "Actual issues of natural and mathematical education." Issue 1: 114-119.

Inesa Hural, Liana Smolovik. The role of proofs in teaching mathematics to future engineers.

Abstract. The role of mathematical proofs as one of the factors of high-quality mathematical training is revealed. Typical models of students' attitudes towards proofs are identified. The expediency of combining complete proofs, proof schemes, and the use of individual statements without proof is substantiated. This approach helps to maintain a balance between theoretical training and the practical needs of future engineers.

Key words: proof, mathematics, student, engineering education, thinking, mathematical intuition.

Інеса Гураль, Ліана Смоловик . Роль доведень у викладанні математики майбутнім інженерам.

Анотація. Розкрито роль математичних доведень як одного з чинників якісної математичної підготовки. Виявлено **типові моделі ставлення студентів до доведень.** Обґрунтовано доцільність поєднання повних доведень, схем доведень і використання окремих тверджень без доведення. Такий підхід сприяє збереженню балансу між теоретичною підготовкою та практичними потребами майбутніх інженерів.

Ключові слова: доведення, математика, студент, інженерна освіта, мислення, математична інтуїція.

Ірина Дремова
Український державний університет
імені Михайла Драгоманова,
Київ, Україна
i.a.dremova@udu.edu.ua

ВИБІРКОВА ДИСЦИПЛІНА “ГЕОМЕТРІЯ ТРИКУТНИКА” ЯК ЗАСІБ ПРОФЕСІЙНОЇ ПІДГОТОВКИ ВЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ

Актуальність вивчення вибіркової дисципліни «Геометрія трикутника» зумовлена необхідністю подолання розриву і забезпечення наступності між академічною підготовкою здобувача освіти та практичними *запитами сучасної школи*.

Забезпечення наступності та неперервності освіти: курс виступає логічним містком, що поєднує елементарну шкільну геометрію з вищою математикою. Він дозволяє здобувачу не просто повторити і поглибити шкільний матеріал, а переосмислити його з позицій наукової строгості, афінних перетворень та метричної цілісності, що є критичним для формування професійної компетентності вчителя.

Запит на поглиблене навчання: сучасна парадигма математичної освіти в українських ліцеях та класах профільного рівня висуває високі вимоги до фахової підготовки вчителя. Педагог має володіти розширеним методичним апаратом, що охоплює позапрограмні геометричні методи, необхідні для підготовки учнів до інтелектуальних змагань (I–IV етапів Всеукраїнських олімпіад) та розв’язання комплексних завдань сертифікаційних випробувань (ЗНО/НМТ).

Інтеграція систем комп’ютерної математики (СКМ): впровадження динамічного програмного забезпечення (GeoGebra, Desmos) у процес вивчення геометрії трикутника є стратегічною відповіддю на виклики цифровізації. Використання СКМ дозволяє змістити акцент із репродуктивного відтворення креслень на дослідницьку діяльність: верифікацію геометричних гіпотез, візуалізацію інваріантних властивостей фігур та моделювання складних конфігурацій, що забезпечує глибоке концептуальне розуміння предмета, зокрема

- візуалізація: СКМ дозволяють здобувачам освіти швидко будувати складні конфігурації (наприклад, коло дев'яти точок) і спостерігати за збереженням властивостей при деформації трикутника;
- дослідницький підхід: використання комп'ютерних моделей дозволяє формулювати гіпотези, які потім доводяться аналітично. Це перетворює навчання з репродуктивного на науково-пошукове;
- перевірка обчислень: під час вивчення метричних співвідношень СКМ допомагають уникати рутинних помилок, фокусуючись на логіці розв’язання.

Формування наукового світогляду: вибіркова дисципліна Геометрія трикутника демонструє внутрішню цілісність математики, де проста геометрична фігура стає джерелом численних цікавих закономірностей, що в свою чергу виховує у майбутнього вчителя повагу до наукового методу.

Вибірковий курс «Геометрія трикутника» для спеціальності Середня освіта (Математика) є ланкою, що поєднує елементарну шкільну геометрію з математичною наукою. Мета курсу — не просто поглиблене вивчення властивостей геометричних фігур, а формування методичного арсеналу майбутнього вчителя для роботи в класах поглибленого вивчення математики, підготовки здобувачів освіти до олімпіад, до самостійного розроблення завдань підвищеної складності та олімпіадних завдань.

В основу курсу покладено фундаментальні принципи, які забезпечують глибоке засвоєння навчального матеріалу здобувачами освіти:

1. *Принцип генетичної єдності*: теми подані в курсі не ізольовані і не випадкові. Кожна нова тема логічно випливає з попередньої. Наприклад, вивчення визначних точок (Тема 2) готує базу для розуміння конфігурацій Ейлера та Сімпсона (Тема 3), а теорема Чеви (Тема 4) стає універсальним інструментом для доведення існування цих самих точок.

2. *Пріоритет методів*: головною метою є не заучування властивостей точки Брокара чи Наполеона, а опанування методами: метод площ: використовується при доведенні теорем Чеви та Менелая; барицентричний метод: розгляд точок трикутника як центрів мас, що пов'язує геометрію з фізикою; метод геометричних місць точок (ГМТ): використовується в задачах на побудову та при вивченні властивостей ліній.

3. *Професійно-педагогічна спрямованість.* Кожна тема супроводжується методичним аналізом: «Як пояснити це учню?», «Які типові помилки можуть виникнути?», «Яку задачу з цієї теми можна запропонувати для гурткової роботи?». Здобувачі освіти розглядають пропоновані теми не тільки як науковці, а й як майбутні вчителі, методисти.

4. *Дослідницька парадигма.* Курс побудований так, щоб стимулювати власну наукову діяльність здобувачів освіти. Вивчення «Обернених точок» (Тема 5) або «Розрізання трикутників» (Тема 8) часто не має однозначних алгоритмів розв'язання, це в свою чергу стимулює творчий пошук і дозволяє студенту відчути себе першовідкривачем.

5. *Поєднання класики та модерну.* Курс балансує між класичними доведеннями та сучасними способами подачі матеріалу. Наприклад, властивості трисектрис (Тема 6) розглядаються не лише як історичний курйоз, а як об'єкт для моделювання в середовищі СКМ, що робить навчання інтерактивним.

Отже, ідея курсу полягає у створенні цілісного геометричного фундаменту, де глибокі знання властивостей трикутника поєднуються з навичками використання сучасних ІТ-інструментів. Це робить майбутнього вчителя конкурентоспроможним і здатним до викладання на будь-якому рівні складності.

Характеристика **змісту вибіркового курсу "Геометрія трикутника"**.

Поглиблення змісту шкільної програми з геометрії (Теми 1–2).

Метричні співвідношення: перехід від базових теорем синусів і косинусів до складніших залежностей між елементами трикутника (формули для медіан, бісектрис, радіусів вписаних і описаних кіл).

Визначні точки: детальний аналіз центроїда, інцентра, ортоцентра та центрів зовнівписаних кіл. Важливою методичною складовою є розгляд властивостей цих точок як фундаментальних вузлів геометричних конструкцій.

Класичні конфігурації та «Красива геометрія» (Теми 3, 6).

Пряма та коло Ейлера: демонстрація єдності геометричного простору через зв'язок між дев'ятьма визначними точками трикутника.

Геометрична естетика: вивчення трикутників Наполеона та трисектрис (теорема Морлі) дозволяє формувати у студентів науковий світогляд та бачення внутрішньої гармонії математики.

Потужний інструментарій розв'язування задач (Теми 4–5)

Теореми Чеви та Менелая: ці теореми є ключем до розв'язання складних задач на афінні властивості (колінеарність точок, конкурентність прямих).

Нові об'єкти: введення понять симедіан, точок Брокара та Жергона розширює коло задач, які вчитель може запропонувати учням на факультативах.

Конструктивна та комбінаторна геометрія (Теми 7–8)

Задачі на побудову: відновлення навичок роботи з циркулем і лінійкою, аналіз розв'язності задач (дослідження кількості розв'язків).

Задачі на розрізання: розвиток геометричної інтуїції та комбінаторного мислення, що є основою для науково-дослідницької діяльності учнів (наприклад, у межах МАН).

Вибірковий статус дисципліни "Геометрія трикутника" і запровадження СКМ у його вивчення передбачає переорієнтацію з традиційних форм і методів навчальної діяльності на користь **проєктно-дослідницької діяльності**. Здобувачі освіти мають не просто побудувати креслення, а розробити власні проєкти, створити інтерактивний освітній ресурс – портфоліо у GeoGebra.

Для ефективної реалізації концепції курсу "Геометрія трикутника" здобувачам освіти пропонувалися для виконання такі тематичні проєкти:

- Властивості чудових ліній трикутника (бісектриси, медіани, висоти, серединні перпендикуляри) та пов'язаних з ними точок;
- Точка Лемуана: властивості та застосування;
- Тригонометрія трикутника як інструмент для вимірювання недоступних об'єктів;
- Трикутник і фрактальна геометрія;
- Геометрія трикутника в архітектурі та дизайні;
- Трикутники Наполеона;
- Геометрія розрізань та паркетів,

тощо і такі типи завдань:

- Цифрова лабораторія «Скарбниця трикутника»: створення файлу, де в одному трикутнику зібрані всі визначні точки і лінії (від висот до антибісектрис) з можливістю їх незалежного вмикання/вимикання.
- Візуалізація «Живої теореми»**:** створення аплету, який ілюструє теорему Чеви або Менелая. Завдання: через зміну положення точок на сторонах довести (візуально і через обчислення в СКМ), що відношення добутків відрізків завжди дорівнює 1.
- Проєкт «Геометрична трансформація»: використання інструментів інверсії або гомотетії для дослідження обернених точок та симедіан.

Виконання такої роботи дозволяє здобувачу освіти не лише «побачити» геометрію, а й сконструювати власний навчальний тренажер, що є вищою формою засвоєння матеріалу.
Переваги такого підходу для майбутнього вчителя це:

- *формування ІКТ-компетентності:* вчитель приходить у школу підготовленим до використання мультимедійних цифрових ресурсів;
- *розвиток критичного мислення:* пошук помилок в динамічній моделі (а вони обов'язково зустрічаються) розвиває логіку краще, ніж статичне креслення в зошиті;
- *створення власного портфоліо:* по завершенню курсу "Геометрія трикутника" здобувач освіти має пакет готових динамічних моделей, які він зможе використовувати у майбутній професійній діяльності.

Успішне опанування курсу «Геометрія трикутника» забезпечує **готовність здобувача освіти** до реалізації професійних завдань вчителя математики в умовах сучасної школи, зокрема:

- *теоретико-методологічна готовність:* здобувачі освіти демонструють глибоке розуміння внутрішніх зв'язків геометрії. Вони готові виходити за межі стандартного підручника, оперуючи поняттями вищої складності (теореми Чеви, Менелая, Ван-Обеля, властивості точок Брокара та Наполеона). Це забезпечує можливість викладати математику на різних рівнях логічної та наукової строгості;
- *технологічна та інноваційна готовність:* завдяки систематичному використанню СКМ (зокрема GeoGebra), майбутні вчителі готові до цифровізації освітнього процесу. Вони володіють навичками створення динамічних дидактичних матеріалів, здатні візуалізувати абстрактні математичні закономірності та використовувати комп'ютерне моделювання як інструмент наукового пошуку;

● *готовність до позакласної та наукової роботи:* здобувачі освіти набувають компетентностей, необхідних для організації гурткової та факультативної роботи; підготовки обдарованих і талановитих учнів до математичних олімпіад та конкурсів-захистів МАН; керівництва науково-дослідницькою діяльністю школярів через використання методик «Живої геометрії» та задач на розрізання й побудову;

● *здатність до саморозвитку та рефлексії:* курс формує навички аналізувати задачу з різних боків, шукати раціональні методи розв'язання та критично оцінювати власні побудови, а це закладає фундамент для подальшої самоосвіти та постійного вдосконалення професійної майстерності.

Висновок. Курс "Геометрія трикутника" забезпечує синергію геометричних традицій та сучасних інформаційних технологій, готуючи конкурентоспроможного фахівця, здатного забезпечити високу якість математичної освіти в умовах сучасних викликів профільної школи. Випускник, який опанував даний курс, постає не просто транслятором знань, а вчителем-дослідником, який володіє сучасним інструментарієм і здатний формувати науковий світогляд учнів засобами високої геометричної культури.

Література

1. Бевз Г. П. Геометрія трикутника. — К.: Генеза, 2005. — .
2. Кушнір І. А. Геометрія трикутника. — К.: Факт, 2003. — .
3. Паніна Н. В. Геометрія трикутника: Навчальний посібник. — Х.: ХНУ ім. В.Н. Каразіна, 2012.
4. Nathan Altshiller-Court. College Geometry. — Dover Publications, 2007.
5. GeoGebra Classic: https://www.geogebra.org/classic — інструмент для візуалізації «Живих теорем» та створення «Скарбниці трикутника».
6. Encyclopedia of Triangle Centers (ETC): https://faculty.evansville.edu/ck6/encyclopedia/ETC.html — онлайн-база даних для ідентифікації та дослідження тисяч визначних точок трикутника.
7. Cut-the-Knot: http://www.cut-the-knot.org — інтерактивний ресурс із сотнями доведень та анімацій до класичних геометричних теорем.
8. Збірники завдань Всеукраїнських учнівських олімпіад з математики. — (Для відбору задач до тем курсу та апробації методів розв'язання).

Ірина Дремова. Вибіркова дисципліна "Геометрія трикутника" як засіб професійної підготовки вчителя математики.

Анотація. У статті проаналізовано досвід вивчення здобувачами освіти бакалаврату вибіркової дисципліни "Геометрія трикутника". Обґрунтовано актуальність курсу, розкрито основні принципи відбору змісту, запропоновано доцільні форми, методи і засоби організації навчання, описані показники ефективності.

Ключові слова: вибіркова дисципліна, запити сучасної школи, принципи організації навчального курсу, зміст вибіркового курсу "Геометрія трикутника", тематичні проєкти, GeoGebra Classic.

Iryna Dremova. Elective Course "Triangle Geometry" as a Means of Professional Training for Mathematics Teachers.

Abstract. The article analyzes the experience of undergraduate students studying the elective course "Triangle Geometry." The author substantiates the relevance of the course, reveals the fundamental principles of content selection, and proposes effective forms, methods, and tools for organizing the learning process. Performance indicators and educational outcomes are also described.

Key words: elective course, demands of the modern school, principles of training course organization, content of the elective course "Triangle Geometry," thematic projects, GeoGebra Classic.

Віталій Дубовик
Уманський державний педагогічний
університет імені Павла Тичини
Умань, Україна
vitalij.dybovuk@udpu.edu.ua

ВИКОРИСТАННЯ ІНФОРМАЦІЙНО-КОМУНІКАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ ПІД ЧАС ПРОВЕДЕННЯ ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ З ЛІНІЙНОЇ АЛГЕБРИ У ПРОЦЕСІ ПІДГОТОВКИ МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ

Одним із важливих компонентів професійної підготовки майбутніх учителів математики є вивчення лінійної алгебри, яка формує фундаментальні знання, необхідні для подальшої педагогічної діяльності. Особливу роль у цьому процесі відіграють практичні заняття, основними завданнями яких є поглиблення та уточнення теоретичних знань, здобутих під час лекційних занять і самостійної роботи, формування практичних навичок і вмінь розв'язування математичних задач, а також розвиток загальних і фахових компетентностей майбутніх учителів математики.

Сучасний розвиток освіти характеризується активним впровадженням інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ) в освітній процес. Необхідність використання ІКТ під час навчання лінійної алгебри зумовлена потребою інтенсифікації навчального процесу, підвищення ефективності навчання, активізації пізнавальної діяльності студентів, а також необхідністю організації дистанційного або змішаного навчання. Особливо актуальним це стало в умовах пандемії COVID-19 та воєнного стану в Україні, коли значна частина навчального процесу була переведена в онлайн-формат.

Використання ІКТ під час проведення практичних занять з лінійної алгебри сприяє формуванню предметної компетентності студентів, яка включає когнітивний, мотиваційний та операційно-діяльнісний компоненти. Застосування сучасних програмних засобів дозволяє урізноманітнити форми та методи навчання, підвищити зацікавленість студентів у вивченні дисципліни, забезпечити наочність математичних процесів та оптимізувати виконання обчислювальних операцій.

Одним із ефективних засобів навчання лінійної алгебри є система динамічної математики GeoGebra, яка може використовуватися як програмний тренажер для формування практичних навичок студентів. GeoGebra дозволяє виконувати обчислення, здійснювати перетворення матриць, досліджувати системи лінійних рівнянь та візуалізувати математичні об'єкти. Особливу цінність становлять аплети, що забезпечують інтерактивну взаємодію користувача з математичними моделями.

Під час проведення практичного заняття на тему «Системи лінійних рівнянь» GeoGebra може використовуватися для формування навичок розв'язування систем методом Гауса та методом Жордана-Гауса. Наприклад, аплет «Gauss-Jordan – Latest» [1] дозволяє студентам виконувати елементарні перетворення над рядками матриці, зокрема перестановку рядків, множення рядка на число та додавання одного рядка до іншого. Це дає можливість наочно продемонструвати процес зведення матриці до східчастої та зведеної східчастої форм.

Використання програмного тренажера дозволяє студентам зосередитися на розумінні сутності методу розв'язування, а не лише на виконанні громіздких обчислень. Зокрема, студенти можуть експериментувати з різними системами лінійних рівнянь, досліджувати випадки єдиного розв'язку, нескінченної множини розв'язків або відсутності розв'язків. Це сприяє формуванню глибшого розуміння теоретичного матеріалу та розвитку аналітичного мислення.

Ефективність використання GeoGebra значною мірою залежить від правильної організації освітньої діяльності студентів. Перед початком роботи з аплетом необхідно ознайомити студентів із його функціональними можливостями та принципами роботи. Доцільним є використання інструкційних карток, які містять покрокові рекомендації щодо

роботи з програмою, приклади розв'язування задач, а також QR-коди з посиланнями на відповідні ресурси. Це забезпечує можливість самостійної роботи студентів та сприяє розвитку їх цифрової компетентності.

Важливим елементом організації практичних занять є використання банку завдань, який включає систему вправ різного рівня складності. Виконання завдань із використанням програмного тренажера дозволяє студентам сформувати навички застосування методу Жордана-Гауса та аналізу отриманих результатів. Водночас важливо поєднувати використання програмних засобів із традиційними методами навчання. Після роботи з програмою студентам доцільно виконувати аналогічні завдання в зошиті, що сприяє формуванню обчислювальних навичок та запобігає формуванню залежності від програмних засобів.

Практика показує, що використання GeoGebra дозволяє зменшити кількість обчислювальних помилок, підвищити точність виконання завдань та покращити розуміння алгоритмів розв'язування систем лінійних рівнянь. Крім того, застосування програмних засобів сприяє підвищенню мотивації студентів, активізації їх навчально-пізнавальної діяльності та формуванню позитивного ставлення до вивчення математичних дисциплін.

Таким чином, використання інформаційно-комунікаційних технологій, зокрема системи GeoGebra, під час проведення практичних занять з лінійної алгебри є ефективним засобом підвищення якості підготовки майбутніх учителів математики. Воно сприяє формуванню предметної компетентності, розвитку практичних навичок, активізації навчальної діяльності студентів та підвищенню ефективності освітнього процесу загалом. Поєднання традиційних методів навчання із сучасними інформаційними технологіями створює сприятливі умови для формування висококваліфікованих фахівців у галузі математичної освіти.

Література

1. Gauss-Jordan - Latest – GeoGebra : веб-сайт. URL: https://www.geogebra.org/m/v2daxnv2 (дата звернення: 01.02.2026)

2. Use of the Dynamic Mathematical Program of GeoGebra in Classes in Mathematical Disciplines in the Conditions of Blended Learning / T. Makhometa et al. *Information and Communication Technologies in Education, Research, and Industrial Applications* : 17th International Conference, ICTERI 2021. 28 September – 2 October 2021. Kherson, 2021. P. 77–86.

Віталій Дубовик. Використання інформаційно-комунікаційних технологій під час проведення практичних занять з лінійної алгебри у процесі підготовки майбутніх учителів математики

Анотація. Розглянуто особливості використання інформаційно-комунікаційних технологій під час проведення практичних занять з лінійної алгебри у процесі підготовки майбутніх учителів математики. Описано можливості використання системи динамічної математики GeoGebra як програмного тренажера під час вивчення теми «Системи лінійних рівнянь». Наведено приклади організації роботи студентів із використанням аплетів, інструкційних карток та банку завдань. Встановлено, що використання ІКТ сприяє підвищенню ефективності навчання, розвитку практичних навичок, активізації навчально-пізнавальної діяльності студентів та підвищенню якості їх професійної підготовки.

Ключові слова: лінійна алгебра, інформаційно-комунікаційні технології, GeoGebra, системи лінійних рівнянь, метод Гауса, професійна підготовка майбутніх учителів математики, практичні заняття.

Vitalii Dubovyk. Use of Information and Communication Technologies in Practical Linear Algebra Classes in the Training of Future Mathematics Teachers

Abstract. The features of using information and communication technologies in practical linear algebra classes in the training of future mathematics teachers are considered. The possibilities of using the GeoGebra dynamic mathematics system as a software simulator in studying the topic "Systems of Linear Equations" are described. Examples of organizing students' work using applets, instructional cards, and a bank of tasks are presented. It is established that the use of ICT contributes to improving learning efficiency, developing practical skills, enhancing students' cognitive activity, and improving the quality of their professional training.

Key words: linear algebra, information and communication technologies, GeoGebra, systems of linear equations, Gauss method, professional training of future mathematics teachers, practical classes.

Ірина Жовтоніжко, Олександр Дейнега
Харківський національний університет імені
В. Н. Каразіна,
Харків, Україна,
zhovtonizhko@karazin.ua
oleksandr.deineha@karazin.ua

ПІДГОТОВКА МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ ТА ІНФОРМАТИКИ ДО ПРОФЕСІЙНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ В УМОВАХ ЦИФРОВОЇ ОСВІТИ НА БАЗІ КЛАСИЧНОГО УНІВЕРСИТЕТУ

Сучасні процеси цифрової трансформації суспільства зумовлюють суттєві зміни в діяльності класичних університетів, які залишаються провідними осередками підготовки педагогічних кадрів і генерації наукових знань. Умови цифрової освіти вимагають переосмислення змісту та організації освітнього процесу, зокрема в підготовці майбутніх учителів математики та інформатики, на яких покладається важлива місія формування цифрової та математичної грамотності здобувачів освіти. Саме класичний університет, поєднуючи фундаментальну наукову освіту з педагогічною та методичною підготовкою, створює передумови для формування вчителя нового покоління, здатного ефективно працювати в умовах цифровізації освітнього простору.

Професійна діяльність учителя в умовах цифрової освіти вимагає поєднання ґрунтовних предметних знань, педагогічної майстерності та вміння ефективно використовувати цифрові технології. У зв'язку з цим заклади вищої освіти покликані сприяти формуванню в майбутніх учителів професійної готовності до діяльності в умовах цифрового освітнього середовища.

Поняття «цифрова освіта» розглядається як система навчання, що ґрунтується на широкому використанні цифрових технологій, електронних освітніх ресурсів і мережевих форм взаємодії між учасниками освітнього процесу. Вона охоплює дистанційне, змішане та мобільне навчання, використання освітніх платформ, хмарних сервісів і цифрових інструментів для оцінювання результатів навчання. Крім того, цифрова освіта змінює роль учителя, який переходить від транслятора знань до організатора, наставника та консультанта освітньої діяльності здобувачів [1; 2].

Підготовка майбутніх учителів математики та інформатики має свою специфіку, зумовлену змістом навчальних дисциплін та їх роллю у формуванні логічного, алгоритмічного та критичного мислення здобувачів. Для майбутнього вчителя математики та інформатики важливим є комплексне володіння цифровими інструментами, що забезпечують ефективну візуалізацію абстрактних математичних понять, моделювання процесів і явищ, аналіз та інтерпретацію даних, а також створення й використання сучасних цифрових освітніх середовищ. Такий педагог має поєднувати глибокі математичні знання з умінням працювати з мовами програмування, інформаційними технологіями та цифровими ресурсами, що дає змогу інтегрувати математичний зміст та інформатичні підходи, підвищувати пізнавальну активність здобувачів та формувати в них ключові компетентності, необхідні для навчання й життя в цифровому суспільстві [3].

Кафедра вищої математики та інформатики Харківського національного університету імені В Н. Каразіна є випусковою з підготовки майбутніх фахівців за спеціальністю «А4.04 Середня освіта» та здійснює реалізацію освітньо-професійних програм «Математика та інформатика» на першому (бакалаврському) і другому (магістерському) рівнях вищої освіти. Зазначені програми орієнтовані на впровадження комплексу сучасних науково-методичних інновацій, спрямованих на підвищення якості професійної підготовки майбутніх педагогів, і ґрунтуються на поєднанні фундаментальної науково-педагогічної складової з активним використанням цифрових технологій як засобу формування професійних компетентностей і практичних умінь. Зокрема, з метою поглиблення розуміння теоретичного матеріалу, візуалізації абстрактних математичних понять і розвитку дослідницьких умінь, необхідних для ефективної професійної діяльності майбутніх учителів математики та інформатики, в

освітньому процесі використовуються програмні середовища GeoGebra, Desmos, Python, а також цифрові освітні платформи Google Classroom і Moodle.

Разом із тим, аналіз практики реалізації освітньо-професійних програм засвідчив наявність низки ключових викликів у підготовці майбутніх фахівців середньої освіти в умовах цифрової освіти. До них належать нерівномірний рівень сформованості цифрової компетентності здобувачів вищої освіти, динамічний розвиток і швидке оновлення цифрових технологій, а також зростаюча потреба в безперервному професійному розвитку науково-педагогічних працівників з метою забезпечення актуальності та ефективності освітнього процесу.

Таким чином, підготовка майбутніх учителів математики та інформатики в умовах класичного університету ґрунтується на інтеграції ґрунтовної науково-педагогічної підготовки з методичною, педагогічною та цифровою складовими, що відповідає викликам цифрової трансформації освіти. Такий підхід передбачає системне оновлення змісту, форм і методів навчання, спрямоване на формування цифрової компетентності, готовності до впровадження інновацій та здатності до безперервного професійного розвитку, що в сукупності забезпечує підготовку конкурентоспроможного та висококваліфікованого вчителя, здатного ефективно здійснювати професійну діяльність у сучасному цифровому освітньому середовищі.

Література

1. Бережна Т., Бессараб Н. (2024). Формування інформаційно-цифрової компетентності сучасного вчителя нової української школи. *Проблеми сучасних трансформацій. Серія: педагогіка та психологія*, (3). URL: https://doi.org/10.54929/2786-9199-2024-3-02-01.

2. Кір'янова М. (2025). Інформаційно-цифрова компетентність педагога як основа його професійного успіху в умовах інформаційно-освітнього середовища. *Педагогічні науки*, (84), 63-72. URL: https://doi.org/10.33989/2524-2474.2024.2.63.

3. Овдійчук В. (2025). Цифрова компетентність як одна з базових компетентностей майбутніх учителів інформатики. *Освіта. Інноватика. Практика*, 13(3), 64-69. URL: https://doi.org/10.31110/2616-650X-vol13i3-010.

Ірина Жовтоніжко, Олександр Дейнега. Підготовка майбутніх учителів математики та інформатики до професійної діяльності в умовах цифрової освіти на базі класичного університету.

Анотація. Розглянуто проблему підготовки майбутніх учителів математики та інформатики до професійної діяльності в умовах цифрової освіти на базі класичного університету. Проаналізовано сутність цифрової освіти, визначено особливості професійної підготовки майбутніх педагогів, визначено основні виклики та перспективи розвитку системи підготовки педагогічних кадрів в умовах цифровізації освіти.

Ключові слова: цифрова освіта, класичний університет, професійна підготовка, майбутні вчителі, математика, інформатика.

Irina Zhovtonizhko, Oleksandr Deineha. Training Future Teachers of Mathematics and Computer Science for Professional Activity in the Context of Digital Education at a Classical University.

Abstract. The article examines the problem of training future teachers of mathematics and computer science for professional activity in the context of digital education at a classical university. The essence of digital education is analyzed, the specific features of professional training of future educators are identified, and the main challenges and prospects for the development of the teacher training system under conditions of educational digitalization are outlined.

Key words: digital education, classical university, professional training, future teachers, mathematics, computer science.

Ольга Задоріна
ДЗ «Південноукраїнський національний
педагогічний університет ім. К. Д. Ушинського»,
Одеса, Україна
don_zadorina@ukr.net
Тетяна Качан
ВСП «Одеський технічний фаховий
коледж Одеського національного
технологічного університету»
Одеса, Україна
pavlik72@ukr.net

ТРАНСФОРМАЦІЯ МАТЕМАТИЧНОЇ ПІДГОТОВКИ: ВІД МЕТОДИЧНИХ ЗАСАД ПЕДАГОГІЧНОГО УНІВЕРСИТЕТУ ДО ПРАКТИЧНОЇ РЕАЛІЗАЦІЇ У ФАХОВІЙ ПЕРЕДВИЩІЙ ОСВІТІ

Сучасна парадигма математичної освіти в Україні вимагає докорінного перегляду підходів до викладання фундаментальних дисциплін, особливо в умовах розбудови єдиного освітнього простору між закладами вищої (ЗВО) та фахової передвищої освіти (ЗФПО). Проблема математичної підготовки сьогодні перестає бути суто академічною — вона трансформується у питання професійної виживаності майбутнього фахівця на ринку праці, де володіння математичним апаратом є базою для опанування високих технологій, інженерії та програмування.

Одним із найгостріших викликів залишається проблема методичної наступності. Часто спостерігається суттєвий розрив між теоретико-методологічною базою, яку плекають у педагогічних університетах, та реальними запитами технічних коледжів, що орієнтовані на швидку практичну підготовку фахівців. З одного боку, університетська наука володіє потужним інструментарієм новітніх методик та дидактичних моделей, а з іншого — викладачі коледжів щодня стикаються з проблемою низької мотивації студентів до вивчення абстрактних теорем, які не мають очевидного зв'язку з майбутнім фахом.

Метою нашого дослідження є висвітлення результатів методичного симбіозу: спроби трансформувати класичні методичні засади викладання математики, розроблені на базі педагогічного університету, у прикладний інструментарій для освітнього процесу технічного коледжу. Такий підхід дозволяє перетворити математику з «бар'єрної дисципліни» на ефективний засіб формування професійних компетентностей. Спільний аналіз теоретичних розробок (ЗВО) та результатів їх апробації (ЗФПО) дає змогу виробити гнучку методику, яка адаптується до рівня вхідних знань студента та специфіки його технічної спеціалізації.

В основі пропонованої методичної трансформації лежить контекстний підхід, згідно з яким засвоєння математичних знань відбувається через призму професійної діяльності. Методологічна робота на рівні університету зосереджена на трьох ключових векторах:

1. Декомпозиція та адаптація змісту. Головним завданням є перехід від лінійної структури курсу («теорія — доведення — вправи») до модульно-компетентнісної. Це передбачає, насамперед, виокремлення «інваріантного ядра» (базових математичних знань, необхідних кожному). Викладачі університету у цьому випадку розробляють відповідні матеріали для вхідного діагностування рівня математичних знань здобувачів освіти коледжу (залишкові знання після закінчення 9 класу).

2. Формування «професійно-орієнтованих надбудов» (варіативних модулів), зміст яких корелюється з програмами технічних дисциплін коледжу (наприклад, електротехніки чи опору матеріалів). Тобто, викладачі математики ЗФПО у співпраці з викладачами фахових дисциплін мають виділити «найбільш важливі» теми математики, поглиблене вивчення яких буде мати перевагу для тієї чи іншої спеціальності.

3. Інтеграція систем комп'ютерної математики (СКМ). З точки зору методики, СКМ (GeoGebra, Maple, або спеціалізовані бібліотеки Python) розглядаються не просто як калькулятори, а як когнітивні інструменти. Університетська методологія пропонує змістити акцент із рутинних обчислень на математичне моделювання процесів, візуалізацію динамічних систем та

дослідницький метод навчання, де студент самостійно варіює параметри моделі, спостерігаючи за результатом.

4. Технологія «педагогічного супроводу» (Scaffolding). У контексті фахової передвищої освіти важливою є методологія поступового зменшення підтримки. На етапі розробки методичних рекомендацій науковці університету вибудовують систему «підказок» та опорних схем, які дозволяють студенту коледжу подолати психологічний бар'єр перед складними темами (наприклад, диференціальним численням).

Зазначимо, що при такому підході синергії ЗВО та ЗФПО методологія перетворюється на живий механізм, де теоретичні дидактичні принципи (науковість, системність, наступність) отримують конкретне технічне наповнення, готове до апробації в аудиторіях коледжу.

Апробація запропонованої методики проходила на базі Одеського технічного фахового коледжу під час вивчення фундаментальних розділів математики. Основний акцент було зроблено на концепції «математика в руках фахівця», що реалізувалася через такі кроки:

1. Впровадження професійно спрямованих кейсів.

Замість розв'язання абстрактних рівнянь, студентам пропонувалися прикладні задачі, зміст яких безпосередньо корелює з їхньою майбутньою спеціальністю.

- Для технічних спеціальностей: використання комплексних чисел для розрахунку кіл змінного струму; застосування визначеного інтеграла для обчислення статичних моментів та координат центрів мас плоских фігур.
- Для ІТ-спеціальностей: використання матричного числення в алгоритмах комп'ютерної графіки.
- Для технологічних спеціальностей (легка промисловість, харчові технології): розрахунок оптимальних лекал для мінімізації відходів тканини при розкрої (задачі на екстремум); розрахунок концентрації розчинів та зміни маси сировини під час термічної обробки з використанням пропорцій та лінійних функцій.
- Для економічних спеціальностей: аналіз граничних показників (гранична виручка, граничні витрати) для визначення точки беззбитковості підприємства; використання складних відсотків та геометричної прогресії для моделювання кредитних виплат та оцінки інвестиційних ризиків.

2. Диджиталізація обчислювального процесу

Практична апробація показала, що використання СКМ (наприклад, GeoGebra) кардинально змінює ставлення студентів до предмета. На заняттях було впроваджено візуальні лабораторні роботи, на яких студенти не просто будують графік, а досліджують, як зміна параметрів функції (наприклад, опору чи частоти в коливальному контурі) впливає на її вигляд.

Крім того, завдяки інструментам ШІ а саме використанню пакетів прикладних програм для перевірки складних інтегралів або систем рівнянь, що дозволяє зосередитися на фізичній суті задачі, а не на механічних помилках у розрахунках, значно автоматизовано рутинні завдання викладача.

Замість класичної контрольної роботи, студенти готували мініпроєкти: «Математичне моделювання технічного вузла» або «Оптимізація витрат матеріалів засобами екстремальних задач» («фідбек-петля» або зворотній зв'язок).

Ефективність запропонованої методики була оцінена шляхом порівняльного аналізу навчальних досягнень студентів коледжу до та після впровадження практико-орієнтованих кейсів і цифрових інструментів.

Порівняльні показники успішності (узагальнено за результатами семестрового контролю):

1. Якість знань (частка оцінок «добре» та «відмінно»):
    - При традиційному підході (теоретичне викладання) — 32%.
    - Після впровадження методики (прикладні кейси + СКМ) — 48%.
    - *Динаміка:* зростання на 16%.

2. Рівень навчальної мотивації (за результатами анонімного анкетування): показник усвідомлення важливості математики для майбутнього фаху зріс із 45% до 78%. Студенти технічних спеціальностей стали частіше ідентифікувати математичні методи як інструмент вирішення виробничих завдань, а не як абстрактне навантаження.

3. Ефективність самостійної роботи: завдяки використанню інтерактивних моделей у GeoGebra та автоматизації розрахунків в Excel, кількість студентів, які вчасно та в повному обсязі виконали індивідуальні домашні завдання, зросла на 22%.

Попередній аналіз показав підвищення рівня навчальної мотивації на 25–30%. Студенти перестали сприймати математику як «ізольовану» дисципліну, почавши бачити в ній універсальну мову техніки.

У процесі апробації викладачі коледжу здійснювали зворотний зв'язок із науково-педагогічними працівниками кафедри математики і методики її навчання Університету Ушинського. Це дозволяло оперативно корегувати складність матеріалу: якщо певна теоретична конструкція була занадто громіздкою для сприйняття студентами коледжу, вона спрощувалася за рахунок посилення візуалізації та прикладного аспекту, не втрачаючи при цьому наукової коректності.

Реалізована співпраця «викладач-методист університету – викладач коледжу» підтвердив свою життєздатність. Теоретичне обґрунтування методики з боку ЗВО забезпечило наукову глибину та системність знань, тоді як практична адаптація в ЗФПО дозволила зробити ці знання «живими» та професійно значущими. Такий підхід не лише нівелює проблему наступності, а й закладає фундамент для формування інженерного та економічного мислення у майбутніх фахівців, роблячи математичну підготовку гнучкою, диджиталізованою та орієнтованою на результат.

Література

1. Жалдак М. І. Комп'ютер на уроках математики : посібник для вчителів. / К.: Техніка, 1997. – 303 с.
2. Закон України «Про фахову передвищу освіту» від 06.06.2019 № 2745-VIII. https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/2745-19#Text
3. Раков С. А. Математична освіта: компетентнісний підхід з використанням ІКТ: монографія/ С.А.Раков – Х. : Факт, 2005. – 360 с.
4. Семеріков С. О. Фундаменталізація навчання інформативних дисциплін у вищій школі : Монографія / Науковий редактор академік АПН України, д.пед.н., проф. М.І. Жалдак / Семеріков Сергій Олексійович. — К: НПУ ім. М.П. Драгоманова, 2009. — 340 с.
5. Словак К. І. Мобільне математичне середовище як новий засіб підви щення ефективності навчальної діяльності студентів з вищої математики / К. І. Словак // Інноваційні інформаційно-комунікаційні технології навчання математики, фізики, інформатики у середніх та вищих навчальних закладах : зб. наук. праць за матеріалами Всеукраїнської науково-методичної конференції молодих науковців, 17–18 лютого 2011 р. – Кривий Ріг : Криворізький державний педагогічний ун-т, 2011. – С. 73–76.
6. Триус Ю. В. Комп'ютерно-орієнтовані методичні системи навчання математики: моногр. / Триус Ю.В. – Черкаси: Брама-Україна, 2005. – 400 с.

Ольга Задоріна, Тетяна Качан. Трансформація математичної підготовки: від методичних засад педагогічного університету до практичної реалізації у фаховій передвищій освіті.

Анотація. Розглянуто модель взаємодії педагогічного університету та технічного коледжу в контексті викладання математики. Автори пропонують підхід, де теоретичні методичні розробки вищої школи адаптуються до специфіки фахової передвищої освіти через розв'язання професійно спрямованих задач та використання цифрових інструментів візуалізації. Висвітлено переваги такої співпраці для підвищення мотивації студентів технічних спеціальностей.

Ключові слова: наступність освіти, практико-орієнтоване навчання, професійна спрямованість математичної підготовки, методична трансформація, інтегроване середовище навчання.

Olha Zadorina, Tetyana Kachan. The Transformation of Mathematical Training: From the Methodological Foundations of a Pedagogical University to Practical Implementation in Vocational Pre-Higher Education.

Abstract. The article examines a model of interaction between a pedagogical university and a technical college in the context of teaching mathematics. The authors propose an approach in which theoretical methodological developments of higher education are adapted to the specifics of vocational pre-higher education through solving professionally oriented tasks and using digital visualization tools. The advantages of such collaboration for enhancing the motivation of students in technical fields are highlighted.

Key words: educational continuity, practice-oriented learning, professional orientation of mathematical training, methodological transformation, integrated learning environment.

Олена Карупу
Державний університет «Київський авіаційний інститут»,
Київ, Україна,
karupu@ukr.net

ПРО СПЕЦИФІКУ ВИКЛАДАННЯ МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ АНГЛІЙСЬКОЮ МОВОЮ МАЙБУТНІМ ІТ-ФАХІВЦЯМ

Якість математичної освіти є важливим фактором сталого розвитку суспільства (Працьовитий, 2018**),** оскільки знання основних теоретичних засад та володіння навичками застосування математики є важливим для професійного становлення майбутніх фахівців багатьох, зокрема інженерних та ІТ спеціальностей (Shvets et al., 2020).

Математичний аналіз є однією з 10 наукових спеціальностей групи спеціальностей «Математика» галузі «фізико-математичні науки», і однією з базових навчальних математичних дисциплін.

В нашому університеті навчальні плани за всіма спеціальностями галузі знань «Інформаційні технології» передбачають вивчення кількох математичних дисциплін (при цьому розділи, пов'язані з математичним аналізом або вивчаються як окрема дисципліна «Математичний аналіз» або в складі математичної дисципліни «Вища математика»). При цьому як мінімум вивчаються такі розділи: Вступ до аналізу (послідовності і функції). Диференціальне числення функції однієї та кількох змінних. Інтегральне числення функції однієї змінної. Крім того, в нашому університеті студентам деяких спеціальностей викладаються такі розділи математичного аналізу: Диференціальні рівняння. Ряди. Кратні, криволінійні та поверхневі інтеграли. Елементи теорії поля. Теорія функції комплексної змінної. Операційне числення. Вивчення звичайних диференціальних рівнянь як правило проводиться при вивченні дисциплін «Вища математика» і «Математичний аналіз» як окремий модуль.

Значущою складовою організації освітнього процесу є забезпечення його сучасними якісними підручниками, які мають відповідати декільком важливим вимогам (Бевз, 2021). Зауважимо, що викладання математичного аналізу супроводжується великою кількістю різноманітних підручників і посібників різними мовами (у тому числі ті, в розробці яких брала участь автор статті, серед них: українською (Бороденко та ін., 2013) і англійською (Denisiuk et al., 2013)) мовами.

Різні аспекти викладання дисципліни «Математичний аналіз» вивчались багатьма авторами. Зокрема, розглядалися специфічні проблеми викладання математичний аналізу майбутнім ІТ-фахівцям (Тарасенкова&Сердюк, 2015), (Карупу та ін., 2015), (Рибалко & Стєпанова, 2020) (Карупу та ін., 2025).

Відмітимо, що практика моделювання майбутньої професійної активності студентів з використанням компетентністного та колаборативного підходу (Karupu et al., 2023) виявилася ефективною і при викладанні математичного аналізу (Карупу та ін., 2025).

Зауважимо, що студенти, які навчаються в нашому університеті за всіма спеціальностями Галузі знань F (12 Інформаційні технології), отримують достатньо великий обсяг математичних знань. Студенти, які навчаються за спеціальністю F1 (113) «Прикладна математика», вивчають. повний набір базових і певний набір спеціальних математичних дисциплін за своєю спеціалізацією. Тому їм окремо викладаються дві дисципліни «Математичний аналіз» і «Диференціальні рівняння». Студенти, які навчаються за іншими освітніми програмами спеціальності F1, вивчають декілька математичних дисциплін. При цьому питання, що відносяться до математичний аналізу або входять у склад одноіменної дисципліни, або вивчаються в складі синтетичної математичної дисципліни «Вища математика».

Оскільки англійська мова є однією з офіційних мов ІСАО (Міжнародна організація цивільної авіації), для майбутніх фахівців в галузі авіації дуже важливою є можливість отримання професійної освіти англійською мовою. Тому починаючи з 1999 року в нашому університеті почалося впровадження англомовного навчання. Існування Проекту англомовної освіти надає можливість іноземним студентам скоротити термін навчання в нашому університеті за рахунок проходження мовної підготовки на підготовчому відділенні.

Крім можливості залучати до навчання іноземних студентів, які знають англійську мову, але ще не встигли як слід опанувати українську, є можливість залучати до навчання також і українських студентів, які добре володіють англійською мовою і зорієнтовані на наступне працевлаштування в авіаційних компаніях, що здійснюють міжнародні перевезення. Перед початком вивчення кожної нової теми в мультинаціональних групах прийнято надавати в письмовому вигляді перелік нових математичних термінів англійською (або українською і англійською) мовою, пояснювати їх зміст, звертаючи увагу на вимову та написання.

Основними особливостями, які слід враховувати при викладанні математичних дисциплін, зокрема питань, що відносяться до математичного аналізу, студентам мультинаціональних груп КАІ є те, що

– мова навчання не є рідною для певної частини студентів; більшість з них навчалися в середній школі рідною для них мовою.

– наші студенти є представниками різних систем освіти. Унаслідок цього рівень знань і обсяг інформації, набутих нашими студентами на попередніх етапах навчання, залежить від того, в якій країні студент здобув середню освіту

– існує певна відмінність в підході до оцінки значущості різних тем та їх взаємозв'язків, що практикувалися ще в середній школі.

– існує суттєва відмінність в позначеннях елементарних функцій, прийнятих в різних країнах, яка має вплив на засвоєння студентами усіх тем математичного аналізу.

Як частину реалізації проєктного підходу ми протягом останніх десяти років застосовуємо колективні форми роботи при проведенні практичних занять. Для цього здійснюється поділ академічної групи на декілька команд для спільного розв'язування декількох складних задач, взаємної перевірки засвоєння матеріалу, підготовки презентацій на практичних заняттях з подальшим обговоренням і порівнянням результатів. Формування команд здійснюється різними способами відповідно до поставлених задач.

Значні труднощі у більшості іноземних (також і у багатьох українських) студентів, навіть з непоганою математичною підготовкою, виникають при вивченні рядів Фур'є та інтеграла Фур'є. Особливо складним для студентів є розв'язування задач на побудову АЧХ і ФЧХ, оскільки вони погано розрізняють різні випадки розвинення функцій в ряд та інтеграл Фур'є. При цьому слід зауважити, що для студентів багатьох технічних спеціальностей необхідність розв'язування задач спектрального аналізу періодичних і неперіодичних сигналів виникає в процесі вивчення спеціальних дисциплін, зокрема при виконанні курсових та кваліфікаційних робіт.

Література

1. Бевз, Г.П. (2021). Моя методика математики. / упоряд. і відп. редактор В.О. Тадеєв. Тернопіль: Навчальна книга Богдан. 584 с.: іл. — (Серія «Подвижники освіти»).

2. Бороденко, Н.Д., Карупу, О.В., Горюнов, А.С., Шибицька, Н.М. (2013). Спеціальні глави математики: інтегральні і дискретні перетворення та їх застосування з використанням комп'ютерних технологій. Навчальний посібник. К.: НАУ, 2013. 240 с.

3. Карупу, О.В., Олешко, Т.А., Пахненко, В.В. (2015). Про деякі особливості викладання математичного аналізу англомовним студентам НАУ. *Вісник Черкаського університету. Серія: Педагогічні науки*, 20 (353). 26–31. https://ped-ejournal.cdu.edu.ua/article/view/651

4. Карупу, О.В., Олешко, Т.А., Пахненко, В.В. (2025). Про деякі актуальні проблеми викладання студентам КАІ окремих питань математичного аналізу. *Актуальні питання природничо-математичної освіти.* Вип. (1) 25. С. 37–44.

5. Працьовитий, М.В. (2018). Якість математичної освіти як фактор сталого розвитку суспільства та проблеми професійної підготовки вчителя математики. *Проблеми та перспективи фахової підготовки вчителя математики*: зб. наук. Праць за матеріалами Міжнар. наук.-практ. конф., (Вінниця, 30 травня – 1 червня 2018 р.). Вінниця : ТОВ «Нілан-ЛТД», 2018. С. 48–51.

6. Рибалко, А., & Стєпанова, К. (2020). Особливості викладання вищої математики англійською мовою студентам комп'ютерних спеціальностей. *Професіоналізм педагога: теоретичні й методичні аспекти*, (12), 33–44. https://doi.org/10.31865/2414-9292.12.2020.206637

7. Тарасенкова, Н.А. & Сердюк, З.О. (2020). Особливості викладання курсу математичного аналізу для фахівців з аналізу даних. *Вісник Черкаського Університету. Серія: Прикладна математика. Інформатика.* 1, 77–86. DOI: 10.31651/2076-5886-2020-1-77-86

8. Denisiuk, V.P., Demydko, V.G., Karupu, O.V., Oleshko, T.A., Pakhnenko, V.V. & Repeta, V.K. (2013). Mathematical analysis: Manual. Kyiv: NAU, 2013. 396 p.

9. Karupu, O., Oleshko, T., Pakhnenko, V. & Pashko, A. (2023). Application of Google Workspace in Mathematical Training of Future Specialists in the Field of Information Technology. In: Hu, Z., Dychka, I., He, M. (eds) Advances in Computer Science for Engineering and Education VI. ICCSEEA 2023. *Lecture Notes on Data Engineering and Communications Technologies*, vol 181. Cham: Springer Nature

10. Shvets, V.O., Bevz, V.G., Shkolnyi, O.V. & Matiash, O.I. (2020). Ukraine: School Mathematics Education in the Last 30 Years. In: Karp, A. (eds) Eastern *European Mathematics Education in the Decades of Change. International Studies in the History of Mathematics and its Teaching*. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-38744-0_6

Олена Карупу. Про специфіку викладання математичного аналізу англійською мовою майбутнім ІТ-фахівцям.

Анотація. Розглянуто особливості викладання англійською мовою математичного аналізу, студентам мультинаціональних груп КАІ. Проаналізовано основні проблеми, які постають при викладачами, і надано рекомендації для покращення засвоєння навчального матеріалу використовувати шляхом моделювання майбутньої професійної активності студентів з використання компетентістного та колаборативного підходу.

Ключові слова: викладання математики, викладання математичного аналізу, викладання англійською, викладання в мультинаціональних академічних группах.

Olena Karupu. On the specifics of teaching mathematical analysis in English to future IT specialists.

Abstrtact. The features of teaching mathematical analysis in English to students of multinational groups of the KAI are considered. The main problems that teachers face are analyzed, and recommendations are provided to improve the assimilation of educational material by modeling the future professional activity of students using a competency-based and collaborative approach.

Key words: teaching mathematics, teaching mathematical analysis, teaching in English, teaching in multinational academic groups**.**

Вадим Кірман
Комунальний заклад вищої освіти
“Дніпровська академія неперервної освіти”
Дніпропетровської обласної ради”,
Дніпро, Україна,
vadym.kirman@gmail.com

ПРО ФОРМУВАННЯ ГОТОВНОСТІ ВЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ НАВЧАТИ РОЗВ’ЯЗУВАТИ ЕКСТРЕМАЛЬНІ ЗАДАЧІ ПРИ ВИКОНАННІ ДОСЛІДНИЦЬКИХ ПРОЄКТІВ

Тематика, що пов’язана з екстремальними задачами стає центральною при постановці К-задач [2] і, що дуже принципово, при виборі тематики навчальних, дослідницьких та навчально-дослідницьких проєктів з математики та інформатики[1]. Водночас, стає принципове питання, чи готові вчителі керувати відповідними дослідницькими та навчально-дослідницькими роботами. Наші спостереження свідчать про існування проблем у значної кількості вчителів саме з математичними питаннями, пов’язаними з екстремальними задачами. Причиною цих проблем може бути структура предметної підготовки майбутнього вчителя математики. Основні два сценарії освіти вчителя математики це або академічна математична освіта, або педагогічна математична освіта. Екстремальні задачі у першому варіанті розглядаються в курсах математичного аналізу, можливих курсах методів оптимізації та оптимального керування. У другому варіанті окремий курс методів оптимізації може бути відсутнім. Але, як у першому, так і другому сценаріях акцентується увага на загальних підходах до розв’язування оптимізаційних задач, не розглядаються елементарні методи, прості чисельні методи і, головне, не розглядаються дискретні оптимізаційні задачі. Останніми, теоретично, можуть володіти випускники, що навчалися прикладній математиці або отримали базову ІТ-освіту. Отже, виникає природна проблема підготовки вчителів до виконання професійної діяльності у відповідній галузі.

Для вирішення даної проблеми треба чітке розуміння саме про який клас задач йде розмова. У найпростішому вигляді екстремальна задача – це пара (E, f), де E – множина допустимих значень задачі, $f: E \to \mathbb{R}$ – цільова дійснозначна функція, максимальне чи мінімальне значення якої розшукується. Щодо множини допустимих значень та цільової функції, то тут можливі різні варіанти, що обумовлюють гіпотетичну еволюцію оптимізаційних задач, що може відображатися при навчанні математики, і, відповідно проєктуватися у процес математико-методичної підготовки та підвищення кваліфікації вчителя математики. Отже, перший, найпростіший, але принциповий випадок, коли множина E скінчена і містить невелику кількість елементів. У даному випадку задачу оптимізації можна розв’язувати повним перебором. Це найпростіший, але дуже важливий етап навчання розв’язування оптимізаційних задач. Для вчителя основна проблема тут знаходження достатнього масиву задач, це методико-технологічна проблема генерації задач даного типу, яку можна вирішувати з використанням AI-технологій. Один з напрямів еволюції веде до випадку, коли E скінчена, але достатньо велика множина. Тут треба виділяти два підходи. Перший – переборний, другий – теоретичний. Переборний варіант пов’язаний з використанням комп’ютерних методів. З них можна знову виділити методи повного перебору, але при збільшенні множини допустимих значень, такі методи ведуть до комбінаторного вибуху, тому наступний крок – це застосування спеціальних методів перебору. Відповідні питання активно розглядаються в олімпіадній інформатиці, але є чисто математичними питаннями, з якими вчителі математики практично не володіють.

Теоретико-математичний підхід для скінчених та великих множин допустимих значень базується на простих принципах комбінаторної оптимізації “оцінка-конструкція” (далі – ОК-

принцип). Відповідно до ОК-принципу розв'язання таких задач включає два етапи. На першому доводиться, що для усіх $x \in E$ $f(x) \geq c$, де c – деяке число (оцінка). На другому наводиться приклад $x_0 \in E$, такого, що $f(x_0) = c$. До комбінаторних задач з використанням ОК-принципу можна віднести задачі, де множина допустимих значень скінчена, але залежить від одного або декількох натуральних параметрів. Першим етапом гіпотетичної еволюції оптимізаційних задач з нескінченими множинами допустимих значень можна також розглядати задачі, що припускають використання ОК- принципу. Для шкільної математики культивація таких задач є дуже важливою, бо тут є можливість елементарними методами розв'язувати екстремальні задачі з багатьма змінними, перш за все, з використанням низки класичних нерівностей. Очевидно, що кваліфікований вчитель має володіти відповідними методами. До елементарних можна також віднести графічні методи в задачах математичного програмування (не тільки лінійного). І лише на наступному етапі можна вести розмову про застосування методів диференціального числення.

Описана нами еволюція має відображатися у базовій або, за необхідності, післядипломній неперервній освіті вчителів математики. Ми пропонуємо і впроваджуємо відповідний тематичний курс для вчителів математики, присвячений математичному моделюванню, в якому розглядаються відповідні етапи еволюції оптимізаційних задач. Курс включає також питання генерації задач різник типів за допомогою штучного інтелекту. Досліджується ефективність впровадження такого курсу.

Література

1. Бобилєв Д. Є., Барабан К. О., Савіцька А. В. Факультативний курс «Задачі оптимізації» для учнів 10–11 класів в рамках концепції STEM-освіти. *Наукові записки. Серія: Педагогічні науки*, Випуск 168, 2018, с. 34–38.

2. **Тарасенкова Н. А.** Задачі як засоби компетентнісного навчання математики. *Актуальні проблеми теорії і методики навчання математики : матеріали Міжнар. наук.-практ. конф., Київ, 11–13 трав. 2017 р.* / НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2017. С. 77–78.

Вадим Кірман. Про формування готовності вчителів математики навчати розв'язувати екстремальні задачі при виконанні дослідницьких проєктів.

Анотація. Проаналізовано проблеми підготовки педагогів з питань оптимізаційних задач. Окреслено еволюцію оптимізаційних задач, підкреслено необхідність тематичного курсу з математичного моделювання для підвищення кваліфікації вчителів. Висвітлено роль AI-технологій у генерації задач та підтримці навчального процесу.

Ключові слова: екстремальні задачі, оптимізаційні задачі, комбінаторна оптимізація, підготовка вчителів математики, дослідницькі проєкти, математичне моделювання, AI-технології, педагогічна освіта.

Vadym Kirman. On Developing Mathematics Teachers' Readiness to Teach Solving Extremal Problems in Research Projects.

Abstract. The paper analyzes the challenges of preparing teachers in the field of optimization problems. The evolution of optimization problems is outlined, emphasizing the need for a specialized course in mathematical modeling to enhance teachers' qualifications. The role of AI technologies in problem generation and supporting the learning process is also highlighted.

Key words: extremal problems, optimization problems, combinatorial optimization, mathematics teacher training, research projects, mathematical modeling, AI technologies, pedagogical education.

Ірина Никифорчин
Карпатський національний університет
імені Василя Стефаника
Івано-Франківськ, Україна
iryna.nykyforchyn@pnu.edu.ua

ПІДГОТОВКА МАЙБУТНІХ ВЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ ДО ПІДВИЩЕННЯ ФІНАНСОВОЇ ГРАМОТНОСТІ УЧНІВ

Сучасні соціально-економічні трансформації зумовлюють потребу у формуванні фінансово грамотного покоління громадян, здатних приймати відповідальні економічні рішення. Фінансова грамотність є важливою складовою життєвої компетентності особистості, оскільки вона визначає здатність людини раціонально управляти доходами та витратами, здійснювати заощадження, користуватися банківськими послугами, оцінювати фінансові ризики.

В умовах реалізації концепції Нової української школи (НУШ) фінансова грамотність інтегрується в систему ключових компетентностей, зокрема математичну та підприємницьку [1]. Державний стандарт базової середньої освіти орієнтує навчання на практичну спрямованість знань, формування здатності застосовувати їх у реальних життєвих ситуаціях. Саме тому математика має значний потенціал для формування фінансової культури учнів через систему прикладних задач.

Проблема підвищення фінансової грамотності в Україні є особливо актуальною через розширення спектра фінансових послуг та водночас недостатній рівень фінансової обізнаності населення. Відсутність системного обов'язкового курсу фінансової грамотності в більшості закладів освіти актуалізує необхідність інтеграції відповідного змісту в навчання математики та підготовки вчителів до такої діяльності. Фінансова культура передбачає: реалістичну оцінку власних фінансових можливостей, усвідомлення обмеженості ресурсів, уміння аналізувати альтернативи, кількісно оцінювати наслідки фінансових рішень. Ефективна реалізація зазначених напрямів потребує цілеспрямованої підготовки майбутніх учителів математики у закладах вищої освіти. Така підготовка має передбачати:

- формування базових знань із фінансової математики;
- оволодіння методикою інтеграції фінансового змісту в шкільний курс;
- розроблення й аналіз прикладних задач різного рівня складності;
- використання цифрових інструментів (електронні таблиці, фінансові калькулятори);
- моделювання реальних економічних ситуацій у межах педагогічної практики.

Формування цих якостей можливе через систематичне використання прикладних задач фінансового змісту на уроках математики. Тому в Карпатському національному університеті імені Василя Стефаника для магістрів спеціальності Середня освіта (Математика) впроваджено курс «Задачі соціально-економічного та природничого спрямування в шкільному курсі математики», в який входить модуль «Задачі фінансової математики». Цей модуль включає наступні блоки фінансових задач:

1. Задачі на особисті фінанси та податки.

Реалізуються під час вивчення дробів, пропорцій, теми «Відсотки». Здобувачі освіти вчаться розраховувати доходи й витрати, визначати податкові відрахування, аналізувати зміну цін, планувати бюджет. Такі задачі формують навички фінансового планування та відповідального споживання.

2. Задачі на депозитні вклади [3].

Розглядаються при вивченні степеневих і показникових функцій. Здобувачі ознайомлюються з поняттями простих і складних відсотків, майбутньої та теперішньої вартості грошей. Порівняння лінійного і показникового зростання сприяє глибшому розумінню механізмів накопичення капіталу.

3. Задачі на кредитні розрахунки [3].

Вивчаються під час опанування арифметичної та геометричної прогресій. Здобувачі освіти знайомляться з ануїтетною та диференційованою схемами погашення кредиту, розраховують суму переплати, аналізують вплив процентної ставки та строку кредитування. Це сприяє формуванню критичного ставлення до кредитних зобов'язань.

4. Задачі на оптимальний вибір [2,3].

Використовуються при вивченні квадратного тричлена, нерівностей, елементів математичного аналізу. Такі задачі моделюють ситуації вибору найвигіднішого варіанта за певних обмежень, формуючи економічне мислення та навички прийняття обґрунтованих рішень.

Розв'язування задач фінансової математики забезпечує міжпредметні зв'язки, розвиває логічне мислення, математичну грамотність і здатність застосовувати знання в реальному житті. Важливо формувати у студентів уміння проєктувати освітнє середовище, орієнтоване на розвиток фінансової культури учнів, застосовувати компетентнісний та діяльнісний підходи

Формування фінансової грамотності школярів є важливим завданням сучасної освіти. Математика як навчальний предмет має значний потенціал для реалізації цього завдання через систему прикладних задач фінансового змісту [4].

Підготовка майбутніх учителів математики до формування фінансової грамотності повинна стати невід'ємним складником їх професійної освіти. Комплексний підхід до інтеграції фінансового змісту в навчання математики сприятиме формуванню покоління учнів, здатних ефективно управляти особистими фінансами та приймати обґрунтовані економічні рішення в умовах сучасного суспільства.

Література

1. Васильєва Д. В., Василюк Н. І. Розвиток математичної компетентності учнів на уроках математики/ Д.В. Васильєва // Математика в рідній школі. Вип. 6. 2016. С. 2-7. 13

2. Никифорчин І.В. Розв'язування оптимізаційних задач з економічним змістом на уроках математики / І.В. Никифорчин // Актуальні питання природничо-математичної освіти : зб. наук. пр. Сум. держ. пед. ун-т ім. А.С. Макаренка. Суми : СумДПУ ім. А.С. Макаренка. *— 2024 — № 1 (23).* — С. 28-35.

3. Никифорчин І.В. Розв'язування оптимізаційних задач з економічним змістом на уроках математики / І.В. Никифорчин // Актуальні питання природничо-математичної освіти : зб. наук. пр. Сум. держ. пед. ун-т ім. А.С. Макаренка. Суми : СумДПУ ім. А.С. Макаренка. *— 2024 — № 1 (23).* — С. 28-35.

4. Фесенко Г. А. Залучення учнів до розв'язування математичних задач фінансового змісту та підготовка майбутніх учителів математики до їх використання в навчальному процесі./ Г.А. Фесенко // Наукові записки. Вип. 9. Серія : Проблеми методики фізико-математичної і технологічної освіти. Ч. 2. —2016. — С. 57-64.

Ірина Никифорчин. Підготовка майбутніх вчителів математики до підвищення фінансової грамотності учнів.

Анотація. Формування фінансової грамотності учнів є актуальним у контексті сучасних соціально-економічних трансформацій . Шкільний курс математики має великий потенціал для ефективного розвитку фінансової культури через систему прикладних задач. У тезах охарактеризовано основні блоки задач фінансової математики для школярів та їх методичне впровадження в освітній процес. Висвітлено особливості підготовки майбутніх учителів математики до інтеграції фінансового змісту в навчання.

Ключові слова: фінансова грамотність, прикладні задачі, депозити, кредити.

Iryna Nykyforchyn. Training of future Mathematics teachers to enhance students' financial literacy.

Abstract. The development of students' financial literacy is particularly relevant in the context of contemporary socio-economic transformations. The school mathematics curriculum has significant potential for fostering financial culture through a system of applied problems. The theses characterize the main blocks of financial mathematics problems for students and the specifics of their methodological implementation in the educational process. The approaches to preparing future mathematics teachers for integrating financial content into teaching are highlighted.

Key words: financial literacy, applied problems, deposits, loans.

Микола Працьовитий, Наталія Правіцка, Софія Ратушняк
УДУ імені Михайла Драгоманова
Київ, Україна
prats4444@gmail.com
n.pravitska@chnu.edu.ua
ratush404@gmail.com

ГРУПА ДИЛАТАЦІЙ ПЛОЩИНИ, ЇЇ ПІДГРУПИ ТА ІНВАРІАНТИ

Рухи площини (перетворення, що зберігають відстані) та перетворення подібності площини (перетворення, що зберігають відношення довжин відрізків) традиційно фрагментарно вивчають школярі і фундаментально майбутні вчителі математики. Для останніх це реалізується в координатній формі та в груповій оболонці.

Студенти 2-го курсу виконують курсові роботи з аналітичної геометрії, а також з алгебри і теорії чисел. Серед тем, які пропонуються студентам, щорічно зустрічаються теми з розділу "Геометричні перетворення площини". В контексті міжпредметних зв'язків доцільно пропонувати теми, пов'язані з алгебраїчними структурами на множині всіх перетворень площини, зокрема неперервних, та на її підмножинах.

Сказане може стосуватися перетворень прямої, відрізка, площини, квадрата, а також тривимірного простору. Шкільна геометрія прямої надзвичайно бідна. Фігури і відношення на прямій, окрім відрізка і променя, відношення лежати між, простого відношення трьох точок прямої, золотого поділу відрізка, не розглядаються. Перетворення відрізка заслуговують на окреме обговорення і має пряме відношення до теорії лінійних фракталів. На наш погляд, це актуальна і перспективна для дослідження тема.

Група неперервних перетворень одиничного відрізка з одного боку здається достатньо бідною, оскільки складається виключно з неперервних строго монотонних функцій, але якщо врахувати, що до цієї множини входять функції абсолютно неперервні, сингулярні, а також суміші (лінійні комбінації) абсолютно неперервних та сингулярних, а сингулярні функції утворюють множину другої категорії Бера, то це масивний континуальний клас об'єктів.

Однією з тем курсової роботи могла бути тема "Група дилатацій площини та її підгрупи". Термін "дилатація" не є широковживаним в математиці і вперше, напевно, запропонований в роботі [5], але є логічно виправданим і продуктивним. Розкрити цю тему можна було б наступним чином.

Означення. ***Дилатацією*** площини називається таке перетворення подібності площини, яке довільну пряму переводить в паралельну пряму або саму в себе.

В сім'ї рухів центральна симетрія і паралельне перенесення є дилатаціями площини, але такими не є поворот на кут не рівний π, осьова та ковзна симетрії. Серед перетворень подібності, відмінних від рухів, дилатацією є гомотетія. Реалізуючи груповий підхід до геометрії, зокрема теорій перетворень площини, пропонуємо наступну схему викладу теорії.

Теорема 1. *Множина P всіх паралельних перенесень, включаючи перенесення на нульовий вектор (тотожне перетворення), разом з операцією «композиція перетворень» утворює комутативну групу.*

Теорема 2. *Паралельне перенесення на вектор* $\vec{s} = (a; b)$ *можна подати у вигляді композиції двох осьових симетрій з паралельними осями, які перпендикулярні вектору* $\vec{s}$ *і віддалені одна від одної на відстань* $\frac{1}{2}|\vec{s}|$.

Гомотетією площини з центром C і коефіцієнтом $m \neq 0$ називається перетворення площини, яке точці M ставить у відповідність точку M' таку, що виконується векторна рівність: $\overrightarrow{CM'} = m\overrightarrow{CM}$.

Гомотетія з центром $C(c; d)$ і коефіцієнтом m в афінній і ПДСК задається формулами $\begin{cases} x' = mx + (1-m)c, \\ y' = my + (1-m)d, \end{cases}$ зокрема $\begin{cases} x' = mx, \\ y' = my, \end{cases}$ якщо центр $C(0; 0)$ є початком системи координат.

Лема 1. *Композиція двох гомотетій, які відмінні від руху і мають різні центри, є паралельним перенесенням, якщо коефіцієнти гомотетій взаємо обернені, і гомотетією -- в протилежному випадку.*

Теорема 3. *Множина H_C всіх гомотетій площини зі спільним центром C разом з операцією «композиція перетворень» утворюють комутативну групу*.

Теорема 4. *Композиції гомотетії, відмінної від тотожного перетворення, і паралельного перенесення, а також паралельного перенесення і гомотетії, відмінної від тотожного перетворення, є гомотетією з тим же коефіцієнтом і новим центром. Пряма, визначена центрами цих гомотетій, паралельна вектору перенесення. Гомотетія і паралельне перенесення не комутують*.

Теорема 5. *Множина D, яка містить всі гомотетії та паралельні перенесення площини, включаючи перенесення на нульовий вектор, разом з операцією «композиція перетворень» утворює некомутативну групу*.

Наслідок 1. *Множина H_C гомотетій зі спільним центром є підгрупою групи дилатацій*.

Наслідок 2. *Серед перетворень подібності 2-го роду не існує дилатацій.*

У доповіді пропонуються методичні рекомендації щодо вивчення дилатацій майбутніми учителями математики у курсі аналітичної геометрії, системи гурткової роботи, при написанні курсових та кваліфікаційних робіт. Обґрунтовується доцільність автономії теми, її структури, викладу в координатній формі, наповненість змісту якісним задачним матеріалом.

Література

1. Бевз Г.П. Методика викладання математики: Навч. посібник – 3-тє вид., перероб., і допов. – . Київ: Вища школа, 1989. – 367 с.

2. Бевз Г.П. Моя методика математики. – Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2021 р. – 584 с.

3. Бевз Г.П., Конфорович А.Г., Резніченко З.О., & Ченакал Є.О. *Математика: Посібник для факультативних занять у 7 кл*. Радянська школа, 1982.

4. Працьовитий М.В. (2013). *Перетворення подібності площини з елементами теорії фракталів*. НПУ імені М.П. Драгоманова.

5. Coxeter H.M.S., Greitzer S.L. Geometry revisited. Toronto- New York, 1967.

Микола Працьовитий, Наталія Правіцка, Софія Ратушняк. Група дилатацій площини, її підгрупи та інваріанти

Анотація. Обґрунтовується доцільність виділення поняття дилатації площини у темі «Геометричні перетворення площини». Доводиться, що множинами дилатацій відносно операції композиція перетворень утворює некомутативну групу, яка включає підгрупу паралельних перенесень, гомотетій зі спільним центром, а також відсутність серед дилатацій перетворень подібності другого роду (тих, що змінюють орієнтацію площини на протилежну). Пропонується методика вивчення теми майбутніми вчителями математики.

Ключові слова: геометричне перетворення площини, паралельне перенесення, гомотетія, дилатація, перетворення подібності 1-го та 2-го роду, група перетворень, аналітична геометрія.

Mykola Pratsovytyi, Nataliia Pravitska, Sofiia Ratushniak. The Group of dilations of the plane, its subgroups, and invariants

Abstract. The paper substantiates the expediency of distinguishing the concept of a dilation of the plane within the topic “Geometric Transformations of the Plane.” It is proved that the set of plane dilations, under the operation of composition of transformations, forms a non-commutative group. This group contains the subgroup of translations, the subgroup of homotheties with a common center, and excludes similarity transformations of the second kind (those that reverse the orientation of the plane). A methodology for studying this topic in the professional training of future mathematics teachers is proposed.

Key words: geometric transformation of the plane, translation, homothety, dilation, similarity transformations of the first and second kind, transformation group, analytic geometry.

Anna Reher
Bielefeld University, Faculty of Mathematics,
Institute for Didactics of Mathematics
Bielefeld, Germany
anna.reher@uni-bielefeld.de

EVALUATING A TEACHER TRAINING FOR EXPERIMENTAL LEARNING IN MATHEMATICS IN A UNIVERSITY-BASED STUDENT LAB

Out-of-school student labs are extracurricular learning environments primarily established in STEM education across the German-speaking regions of Europe (Haupt, 2023). The fundamental objectives include the cultivation of scientific interest and the promotion of engagement with STEM subjects (Dähnhardt et al., 2009). The approach emphasises a combination of hands-on experimentation and inquiry-based learning (Haupt, 2023). Classical student labs are often based at universities. They offer experimental days for whole classes or courses as part of school events related to the current school curriculum (Scharfenberg et al., 2019). In addition, student labs often serve as teaching-learning labs where pre-service teachers gain practical teaching experience. This direct interaction with school students provides valuable insights into classroom practices and initiates the development of professional knowledge (PCK) and self-efficacy (Rehfeldt et al., 2020). In order to harness the potential benefits of student labs and strengthen the connection between these labs and classroom practice, it is proposed to expand student labs into centers for in-service teacher trainings. In this paper, an in-service teacher training offered by the student lab teutolab-mathematik is presented as an example, and initial results regarding its efficacy on selected cognitive variables among participating teachers are reported.

The student lab teutlab-mathematik is located at Bielefeld University and is aligned with the Institute for Didactics of Mathematics. On a weekly basis, students from grades 4 to 6 (primary school level and lower secondary school level) are invited to attend the teaching-learning lab, where they participate in three workshops on designated thematic days. These workshops are overseen by university students. Through experiential learning, students actively engage in the discovery and comprehension of mathematical relationships (Kleine & Wellensiek, 2018).

The teacher training course “Experimental Work in Mathematics Education for Grades 5 and 6 – Analogue and Digital” is based on activities of the student lab teutolab-mathematik. Its aim is to introduce teachers to the student lab activities and to adapt these for use in regular classroom instruction. The course is designed for lower secondary level teachers in Germany (grades 5 to 10) and focuses on providing pedagogical content knowledge (PCK) for selected workshops, integrating digital tools as meaningful complements to conventional analogue materials, and implementing the content into everyday teaching practice.

The teacher training was developed in light of current findings from teacher training research (Lipowsky & Rzejak, 2021). Through a modular structure, teachers were exposed to selected student lab content across three sessions. One module was conducted synchronously online via Zoom, another asynchronously online, and the third in person. In addition to input phases aimed at the acquisition of knowledge (including PCK, TCK, and TPACK), experimental phases were incorporated to enable teachers to shift to the learner perspective. Moreover, the design of learning environments and student learning processes were exemplarily reflected upon through video excerpts and a live demonstration in the student lab. In this manner, the teachers' self-efficacy in the use of digital media was addressed, thereby enhancing their capacity to incorporate these contents in their own instruction.

The training took place three times between 2024 and 2025 (n = 28). To investigate the success of the training, selected psychological constructs of the participants were measured and evaluated using a pre-post design. In addition to measuring selected self-assessed knowledge dimensions (pedagogical content knowledge [PCK], technological content knowledge [TCK], and technological pedagogical content knowledge [TPACK]) as defined by Mishra and Koehler (2009), the teachers’ self-efficacy in teaching and learning with technology (SE) was evaluated. Furthermore, their

technology commitment, operationalized by the dimensions of technology acceptance (TEA) and technology competence belief (TEC), was assessed using validated questionnaires with a 6-point Likert scale.

The results show a significant increase in the dimension of PCK from pre- to post-test with a medium effect size ($z = 3.05$, $p = .002$, $r = .55$). The knowledge dimensions TCK and TPACK, as well as TEA, TEC, and SE, exhibited higher values at the second test time on a descriptive level. However, these differences were not statistically significant. Ceiling effects may explain the smaller statistical effects observed in the pre-post comparison for the knowledge dimensions TCK and TPACK, as well as for technology commitment (TEA and TEC) and self-efficacy (SE). To address the limitations of the study and gain a more comprehensive understanding of the teacher training's efficacy, further analyses are currently in progress at various outcome levels. In addition to examining how the training content was implemented in the classroom, data on teachers' evaluations of the teacher training quality is being analysed. Furthermore, differences in the various content modules and formats are being investigated.

References

1. Dähnhardt, D., Haupt, O., & Pawek, C. (2009). Neugier wecken, Kompetenzen fördern: Wie Schülerlabore arbeiten [Arouse curiosity, promote skills: How out-of-school student labs work]. In D. Dähnhardt, O. Haupt & C. Pawek (Hrsg.), *Kursbuch 2010: Schülerlabore in Deutschland* (pp. 12–29). Tectum.

2. Haupt, O. (2023). In Zahlen und Fakten: 70 Jahre Schülerlabore [Facts and figures: 70 years of out-of-school science labs]. In LernortLabor – Bundesverband der Schülerlabore e.V. (Hrsg.), *Schülerlabor-Atlas: Schülerlabore in Europa analog bis digital* (pp. 8–27). LernortLabor – Bundesverband der Schülerlabore e.V.

3. Kleine, M., & Wellensiek, N. (2018). Forschendes Lernen – Ein Ansatz im teutolab-mathematik für heterogene Lehr-Lern-Gruppen [Inquiry-based learning – An approach in teutolab-mathematik for teaching and learning in heterogeneous groups]. In Fachgruppe Didaktik der Mathematik der Universität Paderborn (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht* (pp. 971–974).

4. Koehler, M. J., and Mishra, P. (2009). *What is technological pedagogical content knowledge? Contemporary Issues in Technology and Teacher Education.* 9(1), 60–70. https://citejournal.org/wp-content/uploads/2016/04/v9i1general1.pdf

5. Lipowsky, F., & Rzejak, D. (2019). Was macht Fortbildungen für Lehrkräfte erfolgreich? – Ein Update [What makes training courses for teachers successful? – An update]. In B. Groot-Wilken & R. Koerber (Hrsg.), *Nachhaltige Professionalisierung für Lehrerinnen und Lehrer: Ideen, Entwicklungen, Konzepte* (pp. 15–56). WBV.

6. Rehfeldt, D., Klempin, C., Brämer, M., Seibert, D., Rogge, I., Lücke, M., Sambanis, M., Nordmeier, V., & Köster, H. (2020). Empirische Forschung in Lehr- Lern-Labor-Seminaren – Ein Systematic Review zu Wirkungen des Lehrformats [Empirical research in teaching-learning-lab seminars – A systematic review of the effects of the teaching format]. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie*, *34*(3–4), 149–169. https://doi.org/10.1024/1010-0652/a000270

7. Scharfenberg, F. J., Möller, A., Kaufmann, K., & Bogner, F. X. (2019). Schülerlabore und Lehr-Lern-Labore [Out-of-school student labs and teaching-learning labs]. In J. Groß, M. Hammann, P. Schmiemann & J. Zabel (Hrsg.), *Biologiedidaktische Forschung: Erträge für die Praxis*. Springer Spektrum.

Anna Reher. Evaluating a Teacher Training for Experimental Learning in Mathematics in a University-based Student Lab.

Abstract. Out-of-school student labs are extracurricular learning environments primarily established for STEM education in German-speaking regions of Europe. Recently, several student labs have been expanded into centres for in-service teacher training, building on the positive effects already demonstrated in pre-service teacher trainings. This paper presents the concept of an in-service teacher training by the teutolab-mathematik and reports findings on its efficacy.

Key words: Teacher Training, Student Labs, Experimental Learning; Lower Secondary Level, Professional Knowledge

Зоя Сердюк
Черкаський національний університет
ім. Богдана Хмельницького
Черкаси, Україна
serdyuk_z@ukr.net

ФОРМУВАННЯ ГОТОВНОСТІ МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ ДО АДАПТАЦІЇ НАВЧАЛЬНИХ ЗАВДАНЬ В УМОВАХ ІНКЛЮЗІЇ

Реформа сучасної української школи, зокрема впровадження НУШ, стрімкий розвиток цифрових технологій, потребує оновлення та вдосконалення змісту та підходів до підготовки майбутніх вчителів математики відповідно до нормативних документів та вимог сучасності. Наразі більшість ЗВО України, що готують вчителів, присвоюють крім освітніх й професійні кваліфікації. Така кваліфікація повинна відповідати вимогам чинного професійного стандарту «Вчитель закладу загальної середньої освіти» (наказ МОН № 1225 від 29.08.2024 р.) [1]. Однією з обов'язкових у стандарті визначено В1.

Інклюзивну компетентність, яка передбачає формування у майбутніх вчителів, зокрема й математики, «здатність створювати умови, які забезпечують функціонування інклюзивного освітнього середовища» та «здатність забезпечувати в освітньому середовищі сприятливі умови для кожного здобувача освіти з урахуванням вікових та інших індивідуальних особливостей» [1, с. 22-23]. Саме тому освітньо-професійні програми наразі повинні бути побудовані таким чином, щоб забезпечити майбутньому фахівцю якісну професійну підготовку. Зокрема й для роботи в інклюзивних класах та/або з учнями та ученицями з особливими освітніми потребами.

Для реалізації цього завдання в Черкаському національному університеті ім. Богдана Хмельницького крім традиційних навчальних дисциплін «Педагогіка», «Психологія», «Методика навчання математики», де розглядаються деякі аспекти роботи в інклюзивному освітньому середовищі, запроваджено нову дисципліну «Організація роботи вчителя математики в умовах інклюзії». Даний курс розрахований на 6 кредитів та спрямований на підготовку вчителя математики до проєктування професійної діяльності в умовах інклюзії, а саме: створення сприятливого комфортного середовища на уроці математики, подолання математичної тривожності школярів та школярок, розробку математичних завдань відповідно до навчальної програми, адаптованих для відповідних категорій учнів тощо.

В умовах інклюзивного навчання математика реалізує свою предметну специфіку через доведення, багатокрокові перетворення, тлумачення умов текстових задач, виконання просторових побудов тощо. Саме в процесі цих видів діяльності цілеспрямовано розвиваються логічне, алгоритмічне й просторове мислення школярів та школярок. Саме вони сприяють розумінню учнями математики як базового складника освітнього процесу, що формує здатність до узагальнення та просторової уяви. Для учнів з ООП чітка логіко-алгоритмічна організація математичного змісту виконує певну компенсаційну функцію: вона допомагає вибудовувати та дотримуватися послідовності дій, виявляти причинно-наслідкові зв'язки й планувати етапи (кроки) розв'язання того чи іншого завдання.

Для того, щоб забезпечити доступність цих видів діяльності для учнів з ООП, подання матеріалу має враховувати когнітивне навантаження школярів та школярок [2]. Використання паралельних способів репрезентації через різні канали сприйняття, покрокових алгоритмів, візуальних схем і зразків-прикладів зменшує надмірне навантаження на робочу пам'ять і сприяє поступовому формуванню абстрактного мислення в учнів та учениць [2]. За таких умов характерні для математики способи діяльності активізують увагу й пам'ять, а також сприяють формуванню розумових дій таких, як аналіз, синтез й класифікація, які можуть бути ускладненими для частини учнів з ООП.

Добре структуровані завдання з повторюваними етапами підтримують розвиток пізнавальної самостійності без перевантаження. Водночас математика виконує й психолого-

корекційну функцію, розвиваючи зосередженість, аналітичність і здатність дотримуватися логічної послідовності мисленнєвих операцій.

Соціалізуючий потенціал математики тут розкривається через ситуації часткового успіху: виконання посильних завдань і фіксація проміжних досягнень зміцнюють віру учнів та учениць в себе та формують позитивну самооцінку. Як показано в нашій роботі [3], це сприяє зниженню тривожності й посиленню внутрішньої мотивації та відповідальності за результат. Крім того, упорядкованість математичної діяльності навчає планувати кроки, ухвалювати рішення й аналізувати та виправляти помилки, формуючи життєві компетентності, необхідні для успішної соціальної інтеграції дітей з ООП.

Адаптація математичних завдань має бути спрямована не на спрощення математичного змісту, а на усунення бар'єрів, що перешкоджають доступу учнів та учениць з ООП до його сутнісної частини. У наших дослідженнях ми розробляємо систему адаптованих покрокових завдань для учнів та учениць з ООП з урахуванням їх особливостей.

Література

1. Проф стандарт «Вчитель закладу загальної середньої освіти». URL: file:///C:/downloads/66e806fcb90e2017837434-2.pdf.

2. Колупаєва А. А., Таранченко О. М. Інклюзія: покроково для педагогів : навч.-метод. посіб. Київ, 2023. 232 с.

3. Сердюк З.О., Голубенко А. О. Мультимодальна стратегія навчання математики учнів ЗЗСО в інклюзивному середовищі. Збірник наукових праць "Актуальні питання природничо-математичної освіти". Випуск № 1 (25), 2025. – Сумський державний педагогічний університет імені А.С. Макаренка, Суми, 2025. – С. 188-196.

Зоя Сердюк. Формування готовності майбутніх учителів математики до адаптації навчальних завдань в умовах інклюзії.

Анотація. У роботі розглянуто проблему формування готовності майбутніх учителів математики до адаптації навчальних завдань в умовах інклюзивного освітнього середовища. Обґрунтовано актуальність підготовки педагогів до роботи з учнями з особливими освітніми потребами в контексті сучасних вимог до професійної компетентності вчителя. Наголошено, що сформована готовність до адаптації навчальних завдань забезпечує підвищення доступності математичного змісту, сприяє реалізації принципів інклюзії та створенню освітнього середовища, орієнтованого на успіх кожного учня.

Ключові слова: інклюзивна освіта, майбутній учитель математики, адаптація навчальних завдань, професійна готовність, особливі освітні потреби.

Zoia Serdiuk. Developing Future Mathematics Teachers' Readiness to Adapt Learning Tasks in Inclusive Education.

Abstract. The paper addresses the issue of developing future mathematics teachers' readiness to adapt learning tasks within an inclusive educational environment. The relevance of preparing teachers to work with students with special educational needs is substantiated in the context of contemporary requirements for professional teacher competence. It is emphasized that well-developed readiness to adapt learning tasks enhances the accessibility of mathematical content, promotes the implementation of inclusive principles, and contributes to creating an educational environment focused on the success of every student.

Key words: inclusive education, future mathematics teacher, adaptation of learning tasks, professional readiness, special educational needs.

Лілія Соколенко
Національний університет «Чернігівський колегіум»
імені Т.Г. Шевченка
Чернігів, Україна
liliysokol9@gmail.com

МІЖДИСЦИПЛІНАРНІ ЗВ'ЯЗКИ НАВЧАЛЬНИХ ДИСЦИПЛІН «ГЕОМЕТРІЯ» ТА «МЕТОДИКА НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ» ТА ЇХ РОЛЬ У НАВЧАННІ ЗДОБУВАЧІВ ВИЩОЇ ОСВІТИ СПЕЦІАЛЬНОСТІ А4 СЕРЕДНЯ ОСВІТА (МАТЕМАТИКА)

Здобувачі вищої освіти першого (бакалаврського) рівня, які навчаються на освітньо-професійній програмі «Середня освіта (Математика)», опановують численні освітні компоненти, серед яких фундаментальні навчальні дисципліни, зокрема аналітична геометрія, проєктивна геометрія та методи зображень, та фахові компоненти, серед яких методика навчання математики.

Для успішного засвоєння змісту освітніх компонент та набуття навичок практичного характеру особливо важливим є врахування ***міждисциплінарних зв'язків*** (зв'язків між різними науками, які дозволяють комплексно розглядати певні поняття, їх властивості та створювати нові знання і формувати нові вміння).

Як приклад, розглянемо міждисциплінарні зв'язки які існують між окремими змістовими модулями фундаментальної дисципліни «Проєктивна геометрія та методи зображень» (**ЗМ1.** Основи конструктивної геометрії. **ЗМ 2.** Метод геометричних перетворень та алгебраїчний метод у геометричних побудовах) та фаховою навчальною дисципліною «Методика навчання математики», що вивчаються на 3-му курсі бакалаврату.

Таблиця 1.

№	Питання програми навчальної дисципліни **«Проєктивна геометрія та методи зображень» (ЗМ1, ЗМ2)**	Питання програми фахової навчальної дисципліни **«Методика навчання математики»**
1	**ЗМ 1. Основи конструктивної геометрії.** Тема 1. Основні поняття конструктивної геометрії. Задачі на побудову за допомогою циркуля і лінійки.	**ЗМ 5. Тема 13 (23).** Геометричні побудови в шкільному курсі планіметрії. Місце геометричних побудов у програмі і діючих шкільних підручниках. Навчальні досягнення учнів. Основні побудови. Задачі на побудову.
2	**ЗМ 1. Основи конструктивної геометрії.** Тема 2. Методи розв'язування задач на побудову. Метод ГМТ.	**ЗМ 5. Тема 13 (23).** Геометричні побудови в шкільному курсі планіметрії. Методика навчання учнів розв'язування складніших задач на побудову методом ГМТ.
3	**ЗМ 2. Метод геометричних перетворень та алгебраїчний метод у геометричних побудовах.** Тема 3. Основні поняття про відображення фігур. Тема 4. Метод симетрії відносно точки і метод симетрії відносно прямої. Метод повороту навколо точки і метод паралельного перенесення. Метод гомотетії. Тема 5. Алгебраїчний метод у геометричних побудовах.	**ЗМ 5. Тема 15 (25).** Геометричні перетворення в шкільному курсі планіметрії. Місце та значення теми в шкільному курсі планіметрії. Навчальні досягнення учнів. Методика вивчення рухів (центральна симетрія, осьова симетрія, поворот, паралельне перенесення). Подібність трикутників.

Геометричні побудови та *геометричні перетворення* є предметом вивчення окремих змістових модулів навчальної дисципліни «Проєктивна геометрія та методи зображень». Вивчаючи дані змістові модулі студенти систематизують та поглиблюють знання, здобуті ними під час навчання у ЗЗСО. Відповідно до вимог програми навчальної дисципліни студенти повинні: ***знати та відтворювати*** означення та терміни основних понять «конструктивної геометрії»; теорії геометричних перетворень; ***запам'ятати та відтворювати конкретні факти:*** 1) загальні аксіоми конструктивної геометрії та аксіоми лінійки та циркуля; 2) найпростіші та основні геометричні побудови; 3) найпростіші геометричні місця точок площини; 4) спільні та характеристичні (для кожного з видів) властивості рухів площини та способи їх задання; 5) спільні та характеристичні (для кожного з видів) властивості подібностей площини та способи їх задання; 6) алгоритми розв'язування базових задач на побудову, побудови образу точки при певному русі чи подібності площини; 7) метод ГМТ та метод геометричних перетворень, алгебраїчний метод; ***розуміти та інтерпретувати вивчене:*** 1) пояснювати суть: задач на побудову; суть методу ГМТ, алгебраїчного методу і методів геометричних перетворень (центральної та осьової симетрії, повороту, паралельного перенесення, гомотетії); 2) описувати правила: побудови відрізків і кутів, заданих найпростішими формулами; алгоритми побудов основних ГМТ площини; 3) ілюструвати та інтерпретувати основні ГМТ площини; 4) усвідомлювати з позицій «конструктивної геометрії» відповідні факти шкільного курсу геометрії.

Водночас *геометричні побудови* та *геометричні перетворення* є предметом вивчення частинних методик навчання математики в базовій школі. Під час їх опрацювання відбувається повторення суті окремих геометричних понять, етапів розв'язування задач на побудову та методів їх розв'язування; проводиться аналіз чинних модельних навчальних програм, серед яких програма [8], та підручників геометрії для НУШ, серед яких [3], [4]. Студенти працюють над оволодінням методикою навчання учнів розв'язування задач на побудову. Систематизуються та узагальнюються знання про види рухів на площині та їх властивості, проводиться аналіз чинних програм курсу геометрії 9-го класу та чинних підручників. Студенти працюють над оволодінням методикою навчання учнів розв'язування задач з теми «Рухи фігур на площині».

Методика навчання тем «Геометричні побудови» та «Геометричні перетворення» має довготривалу історію. Цими питаннями займались Александров І.І., Аргунов Б.І., Астряб О.М., Балк М.Б., Бевз Г.П. [1], Боровик В.Н. [5], [6], Бурда М.І., Ленчук І.Г. [7], Слєпкань З.І. [10], Тарасенкова Н.А., Тесленко І.Ф та ін.

Методика навчання згаданих тем у базовій школі, розроблена Забранським В.Я., Матяш О.І., представлена у практикумі з методики навчання математики [9, тема 3.4, тема 3.6], береться за основу під час навчання студентів спеціальності «Середня освіта (Математика)». При цьому належна увага приділяється зв'язку шкільного курсу геометрії з фундаментальним курсом геометрії для ЗВО, аналізу підходів до викладу теоретичного матеріалу. Засвоюючи названі змістові модулі курсу «Проєктивна геометрія та методи зображень» (ЗМ1, ЗМ2) студенти 3-го курсу мають у своєму розпорядженні повний перелік НП та ОП, ГМТ, що дає можливість пропонувати різні способи розв'язування задач на побудову. На практичних заняттях проводиться аналіз запропонованих систем задач у сучасних підручниках геометрії, серед яких [3], [4], для базової школи, зокрема для НУШ, приділяється увага методиці навчання учнів розв'язування запропонованих у підручниках задач, використанню нових інформаційних технологій для розв'язування геометричних задач на побудову [2].

Література

1. Бевз Г.П. Методика викладання математики: Навч. посібник.- 3-тє вид., переробл. і допов. – Київ: Вища школа, 1989.- 367 с.

2. Білич А.С., Соколенко Л.О. Використання нових інформаційних технологій для розв'язування геометричних задач на побудову. **Крок у науку: дослідження у галузі природничо-математичних дисциплін та методик їх навчання :** Збірник тез доповідей Всеукраїнської науково-практичної конференції з міжнародною участю студентів, аспірантів і молодих учених (18 листопада 2025 р., м. Чернігів). Чернігів : НУЧК імені Т.Г. Шевченка, 2025. С. 111.

3. Бурда М.І., Тарасенкова Н.А. Геометрія: підруч. для 7 кл. закладів загальної середньої освіти / Київ: УОВЦ: "Оріон", 2024. 288 с.

4. **Геометрія** : підруч. для 7 класу закладів загальної середньої освіти / Г. П. Бевз, В.Г. Бевз, Д. В. Васильєва, Н. Г. Владімірова. — К.: Видавничий дім «Освіта», 2024. — 240 с.

5. Геометричні перетворення площини: Навчальний посібник / В.Н. Боровик, І.В. Зайченко, М.М. Мурач, В.П. Яковець – Суми: ВТД «Університетська книга», 2003.-504 с.

6. Курс математики : Навч. посібник / В. Н. Боровик, Л. М. Вивальнюк, М. М. Мурач, О. І. Соколенко. Київ : Вища шк., 1995. 392 с.

7. Ленчук І.Г. Система навчання майбутнього вчителя конструктивної геометрії: Монографія / І.Г. Ленчук. – Житомир: Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2011. – 360 с.

8. Модельна навчальна програма «Геометрія. 7-9 класи» для закладів загальної середньої освіти (автори: Бурда М.І., Тарасенкова Н.А., Васильєва Д.В.) «Рекомендовано Міністерством освіти і науки України» (наказ Міністерства освіти і науки України від 24.07.2023 № 883).

9. Практикум з методики навчання математики. Основна школа: навчальний посібник для організації практичних занять і самостійної роботи студентів математичних спеціальностей педагогічних університетів / за редакцією В.О. Швеця. – К.: Вид-во НПУ імені М.П. Драгоманова, 2012.-267 с.

10. Слєпкань З.І. Методика навчання математики: Підручник. -2-ге вид., допов. і переробл.-К.: Вища шк., 2006.-582с.

Соколенко Лілія. Міждисциплінарні зв'язки навчальних дисциплін «Геометрія» та «Методика навчання математики» та їх роль у навчанні здобувачів вищої освіти спеціальності А4 Середня освіта (Математика).

Анотація. У статті представлені міждисциплінарні зв'язки, які існують між окремими змістовими модулями фундаментальної дисципліни «Проєктивна геометрія та методи зображень» та фаховою навчальною дисципліною «Методика навчання математики». Розкрита роль міждисциплінарних зв'язків у навчанні здобувачів вищої освіти спеціальності А4 Середня освіта (Математика).

Ключові слова: міждисциплінарні зв'язки, навчальні дисципліни «проективна геометрія та методи зображень», «методика навчання математики», навчання здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня спеціальності А4 Середня освіта (Математика).

Sokolenko Lilia. Interdisciplinary connections between the academic disciplines "Geometry" and "Methods of Mathematics Teaching" and them role in the education applicants of higher education in the specialty A4 Secondary Education (Mathematics).

Abstract. The article represented interdisciplinary connections that exist between individual sence modules of the fundamental discipline "Projective Geometry and Image Methods" and the professional academic discipline "Methods of Mathematics Teaching".

The role of interdisciplinary connections in the education of higher education applicants in the specialty A4 Secondary Education (Mathematics) were revealed.

Key words: interdisciplinary connections, academic disciplines "Geometry Projective and Image Methods", "Methods of Mathematics Teaching", teaching of higher education applicants of the first (bachelor's) level in the specialty A4 Secondary Education (Mathematics).

Іван Тимків, Оксана Витвицька
Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу,
Івано-Франківськ, Україна,
tymkiv_if@ukr.net
oksana.vytvytska@nung.edu.ua

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЯК ЗАСІБ ФОРМУВАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ

Сучасна математична освіта у закладах вищої та передвищої освіти дедалі більше орієнтується на компетентнісний підхід, що передбачає не лише засвоєння теоретичних знань, а й формування здатності застосовувати математичні методи для аналізу та розв'язування практично значущих задач. Ще в минулому столітті W. Blum та C. Niss визначили, що математична компетентність передбачає здатність проходити повний цикл моделювання: від аналізу реальної ситуації до інтерпретації результатів та перевірки їх адекватності [3].

У міжнародних дослідженнях математичної освіти моделювання визначається як діяльність, що інтегрує концептуальне розуміння, процедурні навички та рефлексію, формуючи цілісне математичне мислення. Особливої ваги це набуває у процесі підготовки майбутніх учителів математики, адже саме вони мають формувати в учнів уміння математично мислити, моделювати реальні процеси та використовувати цифрові інструменти.

Однією з ключових складових математичної компетентності є вміння самостійно ставити та розв'язувати задачі оптимізації, що передбачає формалізацію реальної ситуації у вигляді математичної моделі, вибір адекватного методу розв'язування та інтерпретацію результатів. У цьому контексті математичне моделювання виступає не лише інструментом прикладних досліджень, а й потужним дидактичним засобом.

У підготовці майбутніх учителів математики доцільно розглядати моделювання як поетапний навчальний процес, що включає: аналіз проблемної ситуації; побудову математичної моделі; формалізацію; дослідження моделі; інтерпретацію та перевірку адекватності результатів; перевірку щодо меж застосовності моделі. На кожному етапі навчальної діяльності формуються певні математичні компетентності [2] студентів (табл.1).

Таблиця 1

Відповідність етапів математичного моделювання та сформованих компетентностей

Етап моделювання	**Зміст діяльності студента**	**Компетентності, що формуються**
1. Аналіз проблемної ситуації	Виділення суттєвих величин, встановлення зв'язків між ними, визначення мети дослідження	аналітична; концептуальна; проблемно-розв'язувальна
2. Формалізація	Перехід від словесного опису до математичних змінних, параметрів, співвідношень	моделювальна; логіко-дедуктивна; абстрактно-символічна
3. Побудова математичної моделі	Складання системи рівнянь/нерівностей, функціональних залежностей, формулювання цільової функції	моделювальна; структурно-математична; процедурна
4. Дослідження моделі	Вибір методу розв'язування, виконання аналітичних або числових обчислень, використання цифрових інструментів	процедурна; цифрово-математична; алгоритмічна

Продовження таблиці 1

Етап моделювання	Зміст діяльності студента	Компетентності, що формуються
5. Інтерпретація результатів	Тлумачення отриманих значень у контексті початкової ситуації, перевірка реалістичності	інтерпретаційна; критично-аналітична; рефлексивна
6. Рефлексія та оцінка адекватності	Аналіз припущень, обговорення меж застосовності моделі, можливі шляхи її вдосконалення	рефлексивна; методична; комунікативна

Така структура діяльності дозволяє цілеспрямовано формувати: моделювальну компетентність; логіко-дедуктивну компетентність; проблемно-розв'язувальну компетентність; інтерпретаційну компетентність; цифрово-математичну компетентність. Важливо, що студенти вчаться не лише розв'язувати задачу, але й організовувати процес її математичного дослідження, що безпосередньо переноситься у їхню майбутню професійну діяльність.

Оскільки розв'язування абстрактних задач не завжди забезпечує глибоке розуміння сутності математичних методів, доцільно розглядати задачі, які пов'язані з реальними виробничими або логістичними ситуаціями і які дозволяють продемонструвати міжпредметні зв'язки, прикладну спрямованість математики та її роль у прийнятті управлінських рішень.

Як приклад у процесі навчання студентам пропонується виробнича ситуація, яка розглядається як комплекс взаємопов'язаних задач оптимізації, а саме:

- ресурсно-виробничої задачі;
- транспортної задачі;
- задачі пошуку найкоротшого шляху [1].

Зміст ситуації може бути виробничим, економічним або соціальним, однак методичний акцент робиться не на галузевому змісті, а на структурі математичної діяльності.

Розглядається виробнича система, що випускає $\boldsymbol{n}$ видів кінцевої продукції. Для забезпечення безперервного виробництва необхідно організувати постачання сировини від k постачальників через існуючу транспортну мережу та визначити потрібні ємності складів сировини згідно з її потребами для виконання плану випуску продукції з мінімальною собівартістю.

Навчальна робота організовується за такими етапами:

1. Студенти самостійно виділяють змінні та параметри.
2. Формулюють систему обмежень.
3. Будують цільову функцію.
4. Обґрунтовують вибір методу розв'язування.
5. Аналізують отримані результати та досліджують чутливість моделі до зміни параметрів.

Педагогічна цінність такого завдання полягає в тому, що студенти переходять від ролі виконавців алгоритму до ролі дослідників; формується вміння ставити запитання до моделі (що буде, якщо змінити ресурс?); розвивається здатність пояснювати логіку побудови математичної моделі; обговорюють які припущення були зроблені, які фактори не враховано, як можна адаптувати подібну задачу до рівня шкільного курсу.

Саме на цьому етапі відбувається перехід від предметної діяльності до професійно-методичної.

Розгляд комплексної виробничої ситуації сприяє формуванню таких складових математичної компетентності як уміння аналізувати умову задачі та виявляти приховані обмеження; здатність до математичної формалізації реальних процесів; формування навичок

роботи з різними класами задач оптимізації; уміння інтерпретувати результати у контексті практичної ситуації. Крім того, такі задачі сприяють розвитку критичного мислення, оскільки часто потребують корекції вхідних даних і перевірки адекватності отриманих розв'язків.

Таким чином, інтеграція математичного моделювання у процес підготовки майбутніх учителів математики є ефективним засобом формування їхніх математичних компетентностей. Використання виробничих ситуацій як навчальних кейсів дозволяє поєднати теоретичну підготовку з практичною спрямованістю навчання та готує їх до реалізації сучасних освітніх підходів у професійній діяльності.

Перспективним напрямом подальших досліджень є розроблення методичних рекомендацій щодо адаптації подібних моделей для шкільного курсу математики та підготовки майбутніх учителів до їх використання в освітньому процесі.

Література

1. Витвицька О., Тимків І. Застосування цифрових засобів навчання для розв'язання виробничих задач. Фізико-математична освіта, 2025. Том 40. No 4. С. 23 – 29. https://doi.org/10.31110/fmo2025.v40i4-04

2. Раков С. А. Математична освіта: компетентнісний підхід з використанням ІКТ : [моногр.] . – Х. : Факт, 2005. – 360 с

3. Blum, W., & Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects — State, trends and issues in mathematics instruction. Educational Studies in Mathematics, 22, 37 – 68.

Іван Тимків, Оксана Витвицька. Математичне моделювання як засіб формування математичних компетентностей майбутніх учителів математики

Анотація. У тезах обґрунтовано роль математичного моделювання як провідного засобу формування математичних компетентностей майбутніх учителів математики. Розглянуто поетапну організацію процесу моделювання та визначено компетентності, що формуються на кожному його етапі. Показано роль прикладних задач оптимізаційного характеру у розвитку аналітичного, логіко-дедуктивного та рефлексивного мислення.

Ключові слова: математичні компетентності; математичне моделювання; задачі оптимізації; компетентнісний підхід; підготовка майбутніх вчителів; професійна математична освіта.

Ivan Tymkiv, Oksana Vytvytska. Mathematical Modeling as a Means of Forming Mathematical Competencies of Future Mathematics Teachers.

Abstract. The theses substantiate the role of mathematical modeling as a leading means of developing mathematical competencies of future mathematics teachers. The step-by-step organization of the modeling process is considered, and the competencies formed at each stage are identified. The role of applied optimization problems in the development of analytical, logical-deductive, and reflective thinking is demonstrated.

Key words: mathematical competencies; mathematical modeling; optimization problems; competency-based approach; pre-service teacher training; professional mathematical education.

Вікторія Тихонова
Фаховий коледж інженерії, управління
та землевпорядкування КАІ,
Київ, Україна
vivitykhonova@gmail.com
Валентина Гроза
Національний університет
«Київський авіаційний інститут»
Київ, Україна
valentyna.hroza@npp.kai.edu.ua

ЗАПОЧАТКУВАННЯ ВИБІРКОВОЇ ДИСЦИПЛІНИ «ЕЛЕМЕНТИ ГЕОМЕТРИЧНОЇ КРИПТОГРАФІЇ» ДЛЯ ЗДОБУВАЧІВ ОСВІТИ ЗАКЛАДІВ ФАХОВОЇ ПЕРЕДВИЩОЇ ОСВІТИ, ЩО НАВЧАЮТЬСЯ ЗА ОСВІТНЬО-ПРОФЕСІЙНОЮ ПРОГРАМОЮ «КІБЕРБЕЗПЕКА ТА ЗАХИСТ ІНФОРМАЦІЇ»

Творча група однодумців – викладачів математичних дисциплін закладів освіти різних рівнів, досліджуючи концепцію, структуру і системи математичної освіти здобувачів освіти галузі знань F «Інформаційні технології» спеціальності F5 «Кібербезпека та захист інформації» звернули увагу на відчутно обмежену її геометричну складову. На відміну від інших математичних дисциплін, елементарна геометрія є слабоалгоритмізованою, що робить її достатньо впливовим інструментом розвитку інтелектуальних конструктивних здібностей, гнучкості і нелінійності розуму і креативного мислення.

На жаль, в закладах вищої освіти I-II рівнів акредитації, як і в реформованих сьогодні закладах фахової передвищої освіти за браком часу поза уваги здобувачів освіти залишились визначні геометричні факти, діаманти елементарної геометрії, які сприяють «красивим» методам доведення теорем і розв'язкам складних «нестандартних» задач. Аналітичні методи геометрії, які вивчаються та орієнтовані на розв'язання стандартних задач, корисні для закріплення і засвоєння вивченого матеріалу і в меншій степені застосовні для розвитку нестандартного, креативного і нелінійного мислення.

У здобувачів освіти з кібербезпеки та захисту інформації геометрична складова математичної освіти займає другорядне, або навіть третьорядне місце, хоча, на приклад, принципи криптографії, зокрема протокол з нульовим розголосом інформації, наочно демонструється геометричними методами. Геометричні методи криптографії сприяють побудовам нестандартних моделей обчислень. Широко відомий приклад застосування нерозв'язаної задачі трисекції кута за допомогою циркуля і лінійки в якості аналога односторонньої функції в даній моделі шифрування.

Нерозв'язність задачі трисекції кута за допомогою циркуля і лінійки може стати аналогом задачі «зупинки». Протокол ідентифікації побудований не на моделі обчислень логічних операцій над елементами послідовностей бітів, а на системі аксіом про найпростіші операції, здійснені за допомогою циркуля і лінійки на евклідовій площині. Неозначувані поняття: точка, пряма, евклідова площина, одиничне коло.

Система аксіом

A1. Через дві задані різні точки можна провести пряму і тільки одну.

A2. Дві різні прямі, що перетинаються, мають єдину точку перетину.

A3. Нехай A і B – дві різні точки. Завжди існують три різні точки C, D і E, що не співпадають з A і B, які задовольняють умовам:

1) C належить прямій AB,
2) D належить AB, B належить AD,
3) E не належить AB,

A4. Нехай AB – відрізок, CD – промінь. Тоді існує точка E, що належить CD, така що $CE \cong AB$.

A5. Якщо є коло і пряма, що його перетинає, то існують точки їх перетину.

A6. (аксіома неможливості відновлення за допомогою циркуля і лінійки конфіденційної інформації). Існує можливість обрати точку, що належить одиничному колу.

Протокол ідентифікації може бути перетвореним в протокол аутентифікації. Вважається, що геометрична криптографія не застосовується в даному сенсі на практиці, але теоретичні її аспекти цінні педагогічними можливостями наочно показати деякі принципи криптографії. На сьогодні бурхливого розвитку набуває еліптична криптографія, що має відчутні переваги, на думку фахівців, у порівнянні з, на приклад, RSA-шифруванням.

Серед переваг:

- забезпечення вищого захисту на біт;
- більша швидкість;
- еліптичний криптографічний ключ розміром в 256 бітів має надійність, порівняну з 3072-бітним ключем RSA.

На експериментальному етапі викладання зазначеної дисципліни дослідницька група пропонує наступний її зміст

1. Вступ.

Він може бути присвячений історичному розвитку використання геометричних об'єктів в криптографії.

2. Розділ 1. Теоретичні «діаманти» елементарної шкільної планіметрії.

В цьому розділі розглядаються теореми Паскаля, Бріаншона, Дезарга, Помпею, «Про метелика», Наполеона Буанапарта, Гамільтона, Лейбниця, Ньютона, Понселе, Паппа, Монжа, критерій Л. Карно та інші.

3. Розділ 2. Елементарний вступ в теорію скінченних геометрій.

В цьому розділі можна розглянути приклад скінченної афінної площини, побудований на відповідній системі аксіом, огляд деяких скінченних геометрій, включаючи скінченні матричні геометрії і застосування їх до теорії кодування.

4. Розділ 3. Елементарний вступ в теорію еліптичних кривих та її застосування в еліптичній криптографії.

У цьому розділі можна показати зв'язок деяких задач теорії чисел з еліптичними кривими, розглянути еліптичні криві в оригінальній формі Едвардса, попередньо познайомивши здобувачів освіти з поняттям абелевої групи, законом додавання точок кривої і поняттям еліптичної кривої.

Просвітницькою метою даної дисципліни є звернення уваги здобувачів освіти на те, що математика сьогодні є частиною інтелектуальної культури. Наявність уявлення про сучасну математику та її місце в наукових дослідженнях і новітніх технологіях є підтвердженням освіченої особистості. Дана дисципліна, на думку авторів, відноситься до професійно орієнтовних, формуючих базовий рівень знань, необхідних для розуміння інших дисциплін. Конкретний її зміст може будуватися на міждисциплінарній основі.

Розвивальною метою даної дисципліни є продовження формування професійно-прикладних компетенцій фахівців з кібербезпеки. Її викладання має враховувати функціональну мету математичної освіти і відповідний рівень сучасних наукових підходів. Виховною метою даної дисципліни є виховання особистісного сприйняття і осмислення теоретичного матеріалу на основі його структурування, систематизації, засвоєння і можливого узагальнення.

Автори, розуміючи, що дана дисципліна для студентів закладів фахової передвищої освіти є складною, надто абстрактною, все ж таки сподіваються, що вона може виявитися цікавою протягом її вивчення. Цьому, зокрема, може сприяти пізнавальний метод її викладання, а також «заохоплюючий» характер вправ і творчих завдань, що, в свою чергу, мотивує у здобувачів освіти «пробудження» прагнення до пізнання і дослідницької діяльності.

Загальною метою започаткування зазначеної дисципліни автори вважають формування у здобувачів освіти методу відповідного мислення на основі (для початку) планіметричних знань і демонстрацію переходу від фундаментальної до функціональної математики.

Література

1. Mike Burmester, Ronald L Rivest and Adi Shamir. Geometric Cryptography: Identication by Angle Trisection. https://people.csail.mit.edu/rivest/pubs/BRS97.pdf.

2. David P. Woodruff, Marten van Dijk. Cryptography in an Unbounded Computational Model // Advances in Cryptography – EUROCRYPT 2002. Doi: 10.1007/3-540-46035-7_10.

3. Edward Ruggery. Cryptography in an unconvertional model // University of Chicago VIRGE REU 2007. https://www.math.uchicago.edu/~may/VIGRE/VIGRE2007/REUPapers/ FINALFULL/Ruggeri.pdf

Вікторія Тихонова, Валентина Гроза. Започаткування вибіркової дисципліни «Елементи геометричної криптографії» для здобувачів освіти закладів фахової передвищої освіти, що навчаються за освітньо-професійною програмою «Кібербезпека та захист інформації».

Анотація. У роботі обґрунтовано введення дисципліни «Елементи геометричної криптографії» в освітньо-професійну програму «Кібербезпека та захист інформації». Запропоновано зміст даної дисципліни, що включає елементарний вступ в теорію скінченних геометрій та еліптичних кривих і застосування їх до теорії кодування.

Ключові слова: геометрична криптографія, кібербезпека, захист інформації, еліптичні криві.

Viktoriia Tykhonova, Valentyna Groza. Introduction of the selective discipline "Elements of geometric cryptography" for students of vocational higher education institutions studying under the educational professional program "Cybersecurity and information protection".

Abstract. The paper substantiates the introduction of the discipline "Elements of geometric cryptography" into the educational and professional program "Cybersecurity and information protection". The content of this discipline is proposed, which includes an elementary introduction to the theory of finite geometries and elliptic curves and their application to the theory of coding.

Key words: geometric cryptography, cyber security, information protection, elliptic curves.

Любов Тітова
Уманський державний педагогічний
університет імені Павла Тичини,
Умань, Україна,
l.o.titova@udpu.edu.ua

ГЕЙМІФІКАЦІЯ ЯК ЗАСІБ РОЗВИТКУ МАТЕМАТИЧНОГО МИСЛЕННЯ МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ

Сучасна математична освіта перебуває в умовах активної цифрової трансформації, що зумовлює переосмислення підходів до підготовки майбутніх учителів математики. Зростає потреба не лише у ґрунтовних предметних знаннях, а й у розвитку математичного мислення, здатності до аналізу, пошуку різних стратегій розв'язання, моделювання та прийняття обґрунтованих рішень у нестандартних ситуаціях. У цьому контексті особливої актуальності набуває пошук педагогічних технологій, які поєднують когнітивну діяльність студентів із високим рівнем залучення до освітнього процесу.

Одним із перспективних напрямів є використання гейміфікації, яка передбачає інтеграцію ігрових механік в освітнє середовище з метою активізації навчальної діяльності та створення умов для більш глибокого залучення студентів до вивчення математики [2]. На відміну від традиційних підходів, гейміфікація дозволяє організувати навчання як послідовність цілеспрямованих викликів, що стимулюють дослідницьку активність, стратегічне мислення та рефлексію.

Попри зростання інтересу до використання гейміфікації в освіті, питання її потенціалу саме у розвитку математичного мислення майбутніх учителів залишається недостатньо розкритим. Особливо актуальним є аналіз того, яким чином конкретні ігрові механіки можуть бути пов'язані з математичною діяльністю та сприяти активізації навчально-пізнавальної діяльності при вивченні математичних дисциплін.

У сучасних науково-педагогічних дослідженнях математичне мислення розглядається як ключовий складник математичної компетентності майбутніх учителів, що забезпечує здатність до аналізу, узагальнення, побудови моделей та розв'язування задач різного рівня складності [1]. Зокрема, у дослідженні Я. Чкани та О. Мартиненко підкреслюється, що математичне мислення не обмежується сукупністю знань і навичок, а пов'язане із здатністю до цілеспрямованої інтелектуальної діяльності, спрямованої на аналіз проблемних ситуацій і пошук оптимальних рішень [5].

Водночас у науковій літературі відзначається відсутність єдиної дефініції математичного мислення, що пояснюється складністю цього феномену та різноманіттям підходів до його трактування. Попри це, дослідники сходяться на тому, що його розвиток пов'язаний з активною математичною діяльністю здобувачів освіти, яка передбачає дослідження математичних ситуацій, експериментування з математичними об'єктами, поступове вдосконалення навичок розв'язання математичних задач та аргументованого пояснення результатів [3]. Саме в цьому контексті гейміфікація набуває особливої педагогічної цінності.

Ігрові механіки можуть включати системи балів та рівнів, завдання з різним рівнем складності, інтерактивні сценарії, елементи змагання та співпраці, а також миттєвий зворотний зв'язок [4]. Кожна з цих механік спрямована на активізацію когнітивної діяльності студентів, підтримку мотивації та формування здатності до самостійного аналізу і пошуку ефективних стратегій у процесі вивчення математичних дисциплін.

Когнітивний ефект використання ігрових механік у підготовці майбутніх учителів математики проявляється насамперед у стимулюванні глибокої аналітичної діяльності, стратегічного та критичного мислення під час роботи зі складними математичними об'єктами

[5]. Наприклад, організація навчання у вигляді послідовності рівнів може застосовуватися під час вивчення математичного аналізу, де студенти поступово переходять від дослідження границь і неперервності функцій до аналізу збіжності рядів або розв'язування задач на екстремуми. Така структура дозволяє не просто відпрацьовувати алгоритми, а усвідомлювати логіку математичних переходів і будувати власні стратегії доведення.

У курсах лінійної алгебри та аналітичної геометрії ігрові механіки доцільно пов'язувати з дослідницьким характером математичних задач, де студенти не лише виконують обчислення, а обирають і обґрунтовують метод розв'язання. Наприклад, організація роботи у форматі послідовних викликів може передбачати аналіз різних способів знаходження визначника або рангу матриці, дослідження лінійної залежності систем векторів чи встановлення взаємного розміщення геометричних об'єктів у просторі.

У таких ситуаціях ігрова механіка полягає не у спрощенні змісту, а у структуризації навчальної діяльності через систему цілей, рівнів складності та варіативних стратегій, що спонукає студентів порівнювати підходи, аргументувати вибір методу та рефлексувати процес розв'язання. Використання інтерактивних середовищ, зокрема GeoGebra або систем комп'ютерної алгебри, дозволяє моделювати ситуації, перевіряти гіпотези та порівнювати різні підходи до розв'язання, що активізує критичне мислення та формує здатність до математичного моделювання.

У курсах диференціальних та інтегральних рівнянь ігрові механіки можуть проявлятися через сценарії проблемного пошуку, коли студентам пропонується знайти метод розв'язання, отримуючи підказки або додаткові «ресурси» залежно від обраної стратегії. Така організація навчання сприяє розвитку математичного мислення, оскільки студенти аналізують ефективність різних математичних методів і обґрунтовують вибір оптимального підходу.

Особливого значення набувають ігрові механіки у задачах на доведення та узагальнення, де система балів або рейтинг може враховувати не лише правильність результату, а й оригінальність доведення, використання альтернативних методів або глибину теоретичного аналізу. Це стимулює рефлексію, порівняння математичних стратегій і розвиток метакогнітивних умінь, необхідних майбутньому вчителю математики для усвідомленого вибору методики пояснення матеріалу.

Таким чином, інтеграція ігрових механік у підготовку майбутніх учителів математики не обмежується підвищенням мотивації або залучення студентів до навчання, а трансформує сам характер математичної діяльності. Наведені приклади демонструють, що використання ігрових механік у вивченні різних фундаментальних математичних дисциплін має системний характер і спрямоване на розвиток ключових аспектів математичного мислення.

Організація освітнього процесу із впровадженням гейміфікації створює умови для розвитку дослідницького мислення, вміння експериментувати з математичними об'єктами та методами, вдосконалення навичок розв'язання математичних задач разом з уміннями аргументувати власне рішення.

У цьому контексті гейміфікація виступає як дидактичний інструмент, що структурує навчальну діяльність через систему цілей, рівнів складності та зворотного зв'язку, сприяючи переходу від алгоритмічного виконання завдань до осмисленої математичної діяльності, орієнтованої на аналіз, перевірку гіпотез і побудову узагальнень.

Такий підхід має особливе значення для професійної підготовки майбутніх учителів математики, оскільки формує здатність не лише розв'язувати задачі, а й усвідомлювати логіку математичного мислення та переносити її у власну педагогічну практику.

Література

1. Kooloos C., Oolbekkink-Marchand H., van Boven S., Kaenders R., Heckman G. Making sense of student mathematical thinking: the role of teacher mathematical thinking. Educational *Studies in Mathematics.* 2022. Vol. 110. P. 503–524. DOI: https://doi.org/10.1007/s10649-021-10124-2.

2. Medvedieva M. O., Titova L. O. Means of gamification in the formation of media literacy as an element of information and digital competence of participants in the educational process. *Information technologies and management in higher education and science* : International scientific conference. 28 November 2022. Ferghana, Republic of Uzbekistan, P. 294–297. DOI: https://doi.org/10.30525/978-9934-26-277-7-163.

3. Руденко Н. М. Використання інтерактивних технологій навчання у формуванні математичного мислення студентів коледжу. *Освітологічний дискурс.* 2014. № 6 (2). С. 171–183. URL: https://od.kubg.edu.ua/index.php/journal/article/view/109.

4. Тітова Л. О. Формування інформаційно-цифрової компетентності майбутніх учителів математики у процесі застосування технології гейміфікації : дис. … д-ра філософії. Умань, 2025. 385 с. DOI: https://doi.org/10.13140/RG.2.2.32893.63200.

5. Чкана Я., Мартиненко О. Критичне та математичне мислення в структурі математичної компетентності майбутніх учителів математики. *Фізико-математична освіта*. 2024. Т. 39. № 5. С. 41–45. DOI: https://doi.org/10.31110/fmo2024.v39i5-06.

Любов Тітова. Гейміфікація як засіб розвитку математичного мислення майбутніх учителів.

Анотація. У тезах розглянуто потенціал гейміфікації як дидактичного інструменту розвитку математичного мислення майбутніх учителів у процесі вивчення фундаментальних математичних дисциплін. Проаналізовано зв’язок між ігровими механіками та когнітивними процесами. На прикладах показано, що використання рівнів, балів, зворотного зв’язку тощо сприяє переходу від алгоритмічного виконання завдань до осмисленої математичної діяльності.

Ключові слова: гейміфікація, математичне мислення, майбутні учителі математики, ігрові механіки

Liubov Titova. Gamification as a means of developing mathematical thinking in future teachers.

Abstract. The abstract discusses the potential of gamification as a didactic tool for developing mathematical thinking in future teachers in the process of studying fundamental mathematical disciplines. The connection between game mechanics and cognitive processes is analyzed. Examples show that the use of levels, points, feedback, etc. contributes to the transition from algorithmic task completion to meaningful mathematical activity.

Key words: gamification, mathematical thinking, future mathematics teachers, game mechanics

Дмитро Требенко
Український державний університет
імені Михайла Драгоманова
Київ, Україна
d.trebenko@udu.edu.ua

ПРО ВВЕДЕННЯ ПОНЯТТЯ МНОГОЧЛЕНА ВІД КІЛЬКОХ ЗМІННИХ В КУРСІ «АЛГЕБРИ І ТЕОРІЇ ЧИСЕЛ» УНІВЕРСИТЕТУ

У роботі [1] було висвітлено різноманітні існуючі підходи до побудови курсів вищої алгебри для майбутніх вчителів математики різних університетів світу, здійснено порівняльний аналіз структур курсів, місце їх в програмах підготовки, обсягів в кредитах і годинах. Встановлено, що за даними характеристиками вітчизняний курс вищої алгебри в цілому відповідає міжнародним та європейським стандартам.

У роботі [2] було здійснено порівняльний аналіз інформаційного змісту курсів вищої алгебри, призначених для майбутніх вчителів. Загалом було залучено 27 програм провідних університетів світу. У випадку, якщо університет пропонує декілька курсів, досліджувався курс з мінімальними вимогами до кваліфікації вчителя математики. Було проаналізовано лише нормативні дисципліни програми підготовки на рівні бакалавра, зміст вибіркових дисциплін не досліджувався. Встановлено, що теми «Многочлени від кількох змінних», «Симетричні многочлени» зустрічаються в 44% програм для підготовки вчителя і в 30% програм для підготовки вчителя і математика дослідника.

На нашу думку, дані теми є важливими для майбутніх вчителів математики, оскільки мають безпосередній вихід на математику середньої школи. Зокрема, вони застосовуються до розв'язування задач з елементарної алгебри. Важливі ці теми і для математика-дослідника. Так, за словами А.П.Петравчука, «кільця многочленів від кількох змінних над полем є одними із найважливіших об'єктів сучасної математики, багато розділів комутативної алгебри і значна частина алгебраїчної геометрії безпосередньо пов'язані з такими кільцями» (див. [3]).

Вважаємо що, тему «Многочлени від кількох змінних» доцільно включити до курсу «Алгебра і теорія чисел» за освітньо-професійними програмами «Математика» та «Середня освіта (Математика)» першого рівня (бакалаврату) вищої освіти.

Існує декілька підходів до введення поняття многочлена від кількох змінних для студентів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти. Так, в підручниках [4] і [5] означення кільця многочленів від n змінних має індуктивний характер. Спочатку кільце многочленів $K[x]$ від змінної x означується як просте трансцендентне розширення комутативного кільця K з одиницею за допомогою елемента x. Кільце многочленів $K[x_1,x_2]$ від змінних x_1 і x_2 означується, як кільце многочленів від змінної x_2 над комутативним кільцем з одиницею $K[x_1]$. Кільце многочленів $K[x_1, x_2,\ldots, x_n]$ від змінних $x_1, x_2,\ldots, x_n$ розглядається, як просте транцендентне розширення кільця $K[x_1, x_2,\ldots, x_{n-1}]$ за допомогою елемента x_n. Далі встановлюється, що кожен елемент кільця $K[x_1, x_2,\ldots, x_n]$ єдиним чином може бути представлений у вигляді скінченної суми

$$\mathrm{f}=\sum_{s=1}^{m} a_i\, x_1^{k_{1i}} x_2^{k_{2i}} \ldots x_n^{k_{ni}}.$$

У посібнику [6] многочлен від n змінних вводиться наступним чином.

Означення [6]. Функція дійсних змінних x_1, x_2, …, x_n називається многочленом, якщо вона може бути представлена у вигляді

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \sum_{k_1,k_2,\ldots,k_n} a_{k_1 k_2 \ldots k_n} x_1^{k_1} x_2^{k_2} \ldots x_n^{k_n},$$

де додавання здійснюється за скінченним числом наборів $(k_1, k_2, \ldots, k_n)$ невід'ємних цілих чисел.

Але таке означення не може бути використане у випадку скінченних полів.

У даній доповіді пропонується випробуваний на практиці підхід до введення поняття многочлена від кількох змінних із використанням поняття алгебраїчно незалежної системи елементів над кільцем.

Означення [7]. Нехай K – підкільце з одиницею 1 комутативного кільця L.Система елементів $x_1, x_2, \ldots, x_n$ кільця L, $n \geq 1$, називається алгебраїчно незалежною (АНЗ) над K, якщо рівність

$$\sum_{k_1}^{m_1}\sum_{k_2}^{m_2}\ldots\sum_{k_n}^{m_n} a_{k_1k_2\ldots k_n}x_1^{k_1}x_2^{k_2}\ldots x_n^{k_n}, = 0$$

де $a_{k_1k_2\ldots k_n}$ – елементи кільця K, $m_i \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ для всіх $i = 1, 2, \ldots, n$, можлива тоді і лише тоді, коли $a_{k_1k_2\ldots k_n} = 0$ для всіх наборів показників $(k_1, k_2, \ldots, k_n)$.

Означення [7]. Нехай K – підкільце з одиницею 1 комутативного кільця L, система елементів $x_1, x_2, \ldots, x_n \in L \in$ АНЗ над K. Многочленом від n змінних $x_1, x_2, \ldots, x_n$ над кільцем L називається кожен елемент $f \in L$, який можна записати у вигляді

$$f = \sum_{k_1}^{m_1}\sum_{k_2}^{m_2}\ldots\sum_{k_n}^{m_n} a_{k_1k_2\ldots k_n}x_1^{k_1}x_2^{k_2}\ldots x_n^{k_n}, \qquad (1)$$

де $a_{k_1k_2\ldots k_n}$ – елементи кільця K, $m_i \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ для всіх $i = 1, 2, \ldots, n$.

Мають місце наступні твердження і теорема.

Твердження [7]. Кожний многочлен $f \in L$, $f \neq 0$, від змінних $x_1, x_2, \ldots, x_n$ над K можна, причому єдиним чином (з точністю до порядку слідування доданків), записати у вигляді (1), де множина всіх можливих наборів $(k_1,k_2, \ldots, k_n)$ скінченна, в такий спосіб, що f не матиме подібних членів і членів з рівними 0 коефіцієнтами.

Теорема [7]. Нехай K –підкільце з одиницею комутативного кільця L, $x_1, x_2, \ldots, x_n \in L \in$ АНЗ над K система елементів. Тоді:

1) множина $K[x_1,x_2,\ldots,x_n]$ всіх многочленів від змінних $x_1, x_2, \ldots, x_n$ над кільцем K утворює кільце;

2) кільце $K[x_1,x_2,\ldots,x_n]$ є мінімальним підкільцем кільця L, яке містить як кільце K , так і елементи $x_1, x_2, \ldots, x_n$.

Далі доводяться теореми про існування та єдиність кільця $K[x_1,x_2,\ldots,x_n]$ многочленів від n змінних $x_1, x_2, \ldots, x_n$ над комутативним кільцем з одиницею K.

Література

1. Требенко Д.Я. Аналіз сучасної міжнародної практики конструювання курсу вищої алгебри. Збірник наукових праць Уманського державного педагогічного університету імені Павла Тичини / гол. ред.: Мартинюк М.Т. – Умань: ПП Жовтий О.О., 2012. – Ч. 1. -С. 269-275.

2. Требенко Д.Я. Порівняльний аналіз змісту курсів вищої алгебри різних університетів світу. Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання у підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми // Зб. наук. пр. – Вип. 33. -Київ-Вінниця, 2012. -С. 41-50.

3.Петравчук А.П. Автоморфізми і диференціювання кілець многочленів: навч. пос. для студ. мех.-мат. фак. ун-тів. – Київ.: КНУ імені Тараса Шевченка, 2017. -94 с.

4. Завало С.Т. Курс алгебри. – К.: Вища шк., 1985. – 500 с.

5. Завало С.Т., Костарчук В.М.. Хацет Б.І. Алгебра і теорія чисел: В 2-х ч. – Київ: Вища школа. Головне вид-во, 1976. -2. -384 с.

6. Винберг Э.Б. Курс алгебры. – М.: Изд-во «Факториал Пресс», 2002. – 544 с.

7. Требенко Д.Я., Требенко О.О. Алгебра і теорія чисел. У 2-х ч. – К. НПУ імені М.П. Драгоманова, 2018. – Ч. 2. -500 с.

Дмитро Требенко. Про введення поняття многочлена від кількох змінних в курсі «Алгебри і теорії чисел» університету

Анотація. В доповіді робиться аналіз існуючих, найбільш поширених вітчизняних підходів до введення поняття многочлена від кількох змінних та пропонується випробуваний авторами на практиці підхід із використанням поняття алгебраїчно незалежної системи елементів над кільцем.

Ключові слова: многочлен від кількох змінних.

Dmytro Trebenko. On the Introduction of the Concept of a Polynomial in Several Variables in the University Course “Algebra and Number Theory.”

Abstract. The report analyzes the existing and most widely used domestic approaches to introducing the concept of a polynomial in several variables and proposes an approach, tested by the authors in practice, based on the notion of an algebraically independent system of elements over a ring.

Key words: A Polynomial in Several Variables.

Ярослав Чкана
Сумський державний педагогічний університет
імені А.С. Макаренка,
Суми, Україна,
chkana_76@ukr.net

ПРО ДОМАШНІ ЗАВДАННЯ З МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ В ЕПОХУ ШТУЧНОГО ІНТЕЛЕКТУ

Стрімкий розвиток генеративних систем штучного інтелекту, зокрема великих мовних моделей, радикально змінює освітній ландшафт вищої школи. Після публічного запуску ChatGPT у 2022 році університети у всьому світі зіткнулися з необхідністю термінового перегляду підходів до оцінювання, академічної доброчесності та структури навчальних завдань, оскільки виник ризик перейти до режиму «симуляції навчання», коли формальні результати не відображають реального рівня компетентностей.[3]

Проблема трансформації оцінювання в умовах генеративного ШІ активно досліджується у світовій педагогічній науці. У статті [3] автори систематизують ризики й можливості використання LLM у навчанні. Вони наголошують, що ключовим завданням стає проєктування таких освітніх активностей, які стимулюють аналіз, синтез і оцінювання, а не лише відтворення алгоритмів, та доходять висновку щодо необхідності перебудови самої логіки завдань. Ще до появи генеративного ШІ було обґрунтувано концепцію «sustainable assessment», яка переносить акцент з одноразової перевірки результату на формування здатності до самостійної оцінки та рефлексії. [2] В умовах ШІ ця концепція набуває нового значення: оцінюванню підлягає не кінцевий розв'язок, а аргументація, вибір методу, здатність виявляти помилки.

Огляд [7] щодо застосування штучного інтелекту у вищій освіті демонструє, що найбільш ефективними є гібридні моделі, де ШІ виконує допоміжні функції, а студент зберігає роль суб'єкта пізнання. У сфері математичної освіти роботи [1] та [5] підкреслюють, що цифрові інструменти не замінюють мислення, а змінюють його структуру, що в контексті сучасних мовних моделей означає необхідність формування культури критичної взаємодії з алгоритмічними системами. Інтеграція генеративного ШІ потребує не заборонних, а трансформаційних стратегій, орієнтованих на розвиток критичного мислення та метакогнітивних умінь студентів. [6]

ШІ здатен виконувати значну частину стандартних академічних завдань, включно з математичними обчисленнями [4], що створює виклик для традиційної системи домашніх робіт, зокрема, з математичного аналізу. Ця дисципліна традиційно спирається на багаторазове відпрацювання алгоритмічних процедур — диференціювання, інтегрування, дослідження функцій тощо. Проте сучасні обчислювальні системи давно демонструють здатність автоматично виконувати такі операції з повним покроковим розв'язанням, що у поєднанні з генеративними мовними моделями практично нівелює перевірочну функцію домашніх завдань. Це створює безпрецедентну ситуацію, за якої студент із низьким рівнем підготовки за кілька секунд отримує ідеальну письмову роботу, яку викладач не має змоги відрізнити від самостійно виконаної, що підриває саму основу традиційної системи оцінювання та формування математичних компетентностей.

Отже, актуальність нашого дослідження визначається трьома чинниками: технологічним (доступність інструментів ШІ, здатних виконувати стандартні математичні завдання), педагогічним (девальвація традиційних форм контролю знань), методологічним (необхідність переорієнтації з перевірки продукту на аналіз когнітивного процесу).

Заборона використання штучного інтелекту в дистанційному навчанні виявляється малоефективною: технічні обмеження легко обходяться, а атмосфера недовіри руйнує педагогічну взаємодію. Водночас ігнорування проблеми призводить до формального

оцінювання без реального засвоєння матеріалу, що особливо небезпечно для фундаментальних дисциплін. Основне протиріччя полягає в тому, що завдання, які раніше забезпечували формування навичок через повторення однотипних операцій, нині можуть виконуватися автоматично, без залучення свідомої розумової діяльності студента.

Ефективна педагогічна стратегія неможлива без чіткого розуміння того, які саме когнітивні операції активізує конкретна задача і наскільки вони піддаються автоматизації засобами штучного інтелекту. Виходячи з цього критерію, доцільно виділити три категорії задач, кожна з яких відіграє свою роль у структурі домашньої роботи.

По-перше, це задачі, *стійкі до автоматизації*, які принципово не можуть бути виконані штучним інтелектом осмислено, оскільки вимагають унікального контекстуального досвіду студента, рефлексії власних помилок, створення оригінальних прикладів або контрприкладів, порівняння методів із обґрунтуванням вибору, доведення або спростування тверджень. Саме такі задачі формують понятійне мислення, математичну інтуїцію та здатність до аргументації, тому вони мають становити ядро домашніх завдань у новій парадигмі навчання.

По-друге, задачі, *сумісні зі штучним інтелектом за умови критичної перевірки*, де система здатна розв'язати завдання автоматично, але її відповідь потребує обов'язкової верифікації студентом, що особливо актуально для обчислень із параметрами, неоднозначними умовами або в ситуаціях, де штучний інтелект часто помиляється. Такі задачі формують навички критичного мислення, роботи з інформацією та перевірки гіпотез, при цьому штучний інтелект виступає помічником, але не непогрішним авторитетом, що принципово важливо для розвитку самостійності мислення.

По-третє, це задачі, *повністю інтегровані зі штучним інтелектом*, де використання цих систем є обов'язковою умовою виконання завдання, зокрема аналіз готових розв'язків із пошуком помилок, діалог із системою для уточнення понять, проєктні завдання, де штучний інтелект виконує обчислювальну частину, а студент здійснює постановку задачі, інтерпретацію результатів та узагальнення висновків. Такий підхід готує студентів до професійної діяльності, де штучний інтелект уже є невід'ємним інструментом, розвиває дослідницькі навички та долає психологічний бар'єр перед новими технологіями.

Для дистанційного навчання ефективними можуть виявитися кілька організаційних моделей, що дозволяють зберегти навчальну цінність домашньої роботи. Так, м*одель подвійного запису* передбачає виконання завдання у два стовпчики, де ліворуч розміщується власний розв'язок або розв'язок штучного інтелекту, а праворуч — аналіз методів, обґрунтування кроків та коментарі, при цьому оцінюється не стільки відповідь, скільки якість рефлексивного коментування. Інша модель – м*одель штучного інтелекту-невдахи* полягає в тому, що викладач надає студенту свідомо помилковий розв'язок, згенерований системою або стилізований під неї, а завдання студента — знайти, класифікувати та виправити помилки, що унеможливлює просте копіювання та формує стійкість до типових помилок автоматичних систем. Також використання автоматизованих тренажерів дозволяє винести суто обчислювальні задачі в короткі онлайн-тести з випадковими параметрами та жорстким обмеженням часу, що робить використання штучного інтелекту технічно можливим, але стратегічно невигідним, звільняючи при цьому викладача від рутинної перевірки. Асинхронний усний захист, коли студенти регулярно надсилають короткі голосові повідомлення з поясненням окремих номерів домашнього завдання, дає можливість перевірити справжнє розуміння алгоритму, оскільки штучний інтелект не здатен імітувати таке пояснення з прив'язкою до конкретного ходу думок студента.

Таким чином, штучний інтелект не скасовує домашні завдання з математичного аналізу, але вимагає радикального перегляду їхньої структури та критеріїв оцінювання, зміщуючи фокус із механічного відтворення алгоритмів на формування здатності критично взаємодіяти з інтелектуальними системами, відокремлювати коректне від хибного, обґрунтовувати вибір

методу та рефлексувати власні помилки, що і становить справжню математичну компетентність в епоху штучного інтелекту.

Література

1. Artigue, M. (2002). Learning mathematics in a CAS environment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. International Journal of Computers for Mathematical Learning, 7, 245–274. https://doi.org/10.1023/A:1022103903080
2. Boud, D., & Falchikov, N. (2006). Aligning assessment with long-term learning. Assessment & Evaluation in Higher Education, 31(4), 399–413. https://doi.org/10.1080/02602930600679050
3. Cotton, D. R. E., Cotton, P. A., & Shipway, J. R. (2023). Chatting and cheating? Ensuring academic integrity in the era of ChatGPT. *Innovations in Education and Teaching International.* https://doi.org/10.1080/14703297.2023.2190148
4. Kasneci, E., Sessler, K., Küchemann, S., et al. (2023). ChatGPT for good? On opportunities and challenges of large language models for education. *Learning and Individual Differences, 103*, 102274. https://doi.org/10.1016/j.lindif.2023.102274
5. Trouche, L. (2004). Managing the complexity of human/machine interactions in computerized learning environments: Guiding students' command process through instrumental orchestrations. International Journal of Computers for Mathematical Learning, 9, 281–307. https://doi.org/10.1007/s10758-004-3468-5
6. UNESCO. (2023). *Guidance for generative AI in education and research.* https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000386693
7. Zawacki-Richter, O., Marín, V. I., Bond, M., & Gouverneur, F. (2019). Systematic review of research on artificial intelligence applications in higher education. *International Journal of Educational Technology in Higher Education*, 16, 39. https://doi.org/10.1186/s41239-019-0171-0

Ярослав Чкана. Про домашні завдання з математичного аналізу в епоху штучного інтелекту.

Анотація. У статті аналізується вплив генеративного штучного інтелекту на традиційну систему домашніх завдань з математичного аналізу. Обґрунтовано перехід від оцінювання результату до оцінювання процесу мислення. Запропоновано класифікацію задач за ступенем стійкості до автоматизації та окреслено ефективні моделі організації домашньої роботи в дистанційному навчанні.

Ключові слова: математичний аналіз, домашні завдання, штучний інтелект, оцінювання, критичне мислення.

Yaroslav Chkana. On Homework in Mathematical Analysis in the Age of Artificial Intelligence.

Abstract. The paper examines the impact of generative artificial intelligence on traditional homework in mathematical analysis. It is shown that algorithmic tasks lose their educational and assessment value due to automated solution tools. A shift from product-oriented to process-oriented assessment is justified. A classification of tasks by resistance to automation is proposed, along with effective models for organizing homework in distance learning.

Key words: mathematical analysis, homework, artificial intelligence, assessment, critical thinking.

Світлана Яценко
УДУ імені Михайла Драгоманова
Київ, Україна
s.ye.yatsenko@udu.edu.ua

ФОРМУВАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ В КОНТЕКСТІ ПІДГОТОВКИ ДО РОБОТИ В УМОВАХ ІНКЛЮЗИВНОГО НАВЧАННЯ

Розвиток сучасної математичної освіти відбувається в умовах упровадження компетентнісного підходу та розбудови інклюзивного освітнього середовища. Відповідно до Закону України «Про освіту» [1], кожен здобувач освіти має право на доступне та якісне навчання з урахуванням його індивідуальних особливостей. Це зумовлює підвищені вимоги до професійної підготовки майбутніх учителів математики, зокрема щодо формування їхньої готовності до роботи з учнями з особливими освітніми потребами (ООП). Концептуальні засади інклюзивної освіти, визначені у відповідних нормативних документах МОН України [2], орієнтують педагогів на створення освітнього середовища, у якому різноманітність освітніх потреб розглядається як ресурс розвитку, а не як перешкода навчальному процесу.

У наукових дослідженнях з проблем інклюзивної освіти наголошується, що ефективна діяльність учителя в інклюзивному класі можлива за умови сформованості не лише предметної, а й інклюзивної компетентності [3; 4]. За А. Колупаєвою, інклюзивна компетентність учителя передбачає здатність адаптувати зміст навчання, методи та засоби відповідно до освітніх потреб кожного учня [3].

Математична компетентність майбутнього вчителя математики розглядається як інтегративне утворення, що поєднує ґрунтовні математичні знання, методичні вміння та здатність до педагогічної рефлексії [5]. У контексті інклюзії ця компетентність доповнюється вмінням добирати альтернативні способи пояснення математичного матеріалу та організовувати диференційовану навчальну діяльність здобувачів освіти(учнівства).

Важливе місце у формуванні готовності майбутніх учителів математики до інклюзивного навчання в УДУ імені Михайла Драгоманова посідає вибіркова дисципліна «Навчання математики учнів з особливими освітніми потребами». У процесі її вивчення здобувачі освіти бакалаврату опановують теоретичні засади інклюзивної освіти, аналізують типові труднощі навчання математики учнів з ООП, вчаться бачити особливості сприйняття математичної інформації та навчаються адаптувати навчальний матеріал без зниження його змістової насиченості [3; 4; 7].

Формування математичних компетентностей у майбутніх учителів у цьому аспекті здійснюється через:

- розвиток умінь добору диференційованих та адаптованих завдань з математики;
- використання наочних, практико-орієнтованих і діяльнісних методів навчання;
- формування здатності до педагогічної рефлексії та аналізу навчальних досягнень учнів з ООП.

Практична спрямованість підготовки майбутніх учителів математики реалізується через аналіз і модифікацію навчальних завдань з елементарної математики. Так, до прикладу під час вивчення теми «Дроби» здобувачам освіти пропонується розробити адаптовані завдання з використанням наочних моделей і кольорового кодування, що сприяє кращому розумінню матеріалу учнями з ООП. Ефективність використання дидактичних ігор та діяльнісного підходу у 5–6 класах підтверджено результатами наукових досліджень [6; 7].

У курсі методики навчання математики особлива увага приділяється впровадженню проєктної діяльності як засобу формування математичних і ключових компетентностей. Досвід використання методу проєктів у шкільному курсі математики та в системі професійної підготовки майбутніх учителів доводить його ефективність у розвитку пізнавальної активності та самостійності здобувачів освіти [8].

Таким чином, формування математичних компетентностей майбутніх учителів математики в умовах інклюзивної освіти має здійснюватися на засадах інтеграції предметної, методичної та психолого-педагогічної підготовки. Залучення студентів до аналізу адаптованих математичних завдань, проєктної діяльності та вивчення особливостей навчання учнів з ООП сприяє підвищенню рівня їхньої професійної готовності до роботи в інклюзивному освітньому середовищі [3; 6; 8].

Література

1. Закон України «Про освіту»: чинне законодавство України станом на 2024 р. – URL: https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/2145-19 (дата звернення: 09.02.2026).

2. Концепція розвитку інклюзивної освіти: наказ Міністерства освіти і науки України від 01.10.2010 № 912. – URL: https://zakon.rada.gov.ua/rada/show/v0912290-10 (дата звернення: 09.02.2026).

3. Колупаєва А. А., Таранченко О. М. Навчання дітей з особливими освітніми потребами в умовах інклюзивного середовища. – Київ : Літера ЛТД, 2019. – 304 с.

4. Синьов В. М., Шеремет М. К. Інклюзивна освіта: сутність, проблеми, перспективи. – Київ : НПУ імені М. П. Драгоманова, 2014. – 146 с.

5. Савченко О. Я. Компетентнісний підхід у сучасній освіті. – Київ : Педагогічна думка, 2011. – 176 с.

6. Яценко С. Є. Дидактичні ігри як дієвий засіб впровадження діяльнісного підходу у процес навчання математики в 5–6 класах // Наступність у навчанні математики в умовах реформи загальної середньої освіти: реалії та перспективи : збірник тез доповідей Всеукраїнської науково-практичної конференції, 25 березня 2025 р. – Одеса, 2025. – С. 135–136.

7. Світлана Яценко. Впровадження деяких спеціальних технологій інклюзивного навчання математики учнів з синдромом дефіциту уваги та гіперактивністю // Дидактика математики: теорія, досвід, інновації. – 2024. – №1 С.53-62. - DOI: 10.31652/3041-2277-2024-1-53-62.

8. Яценко С., Сергійко Д. Проєктна діяльність в системі професійної підготовки майбутніх учителів математики // Дидактика математики: теорія, досвід, інновації. – 2024. – № 2. – С. 109–119. – DOI: 10.31652/3041-2277-2024-2-109-119.

Світлана Яценко. Формування математичних компетентностей майбутніх учителів математики в контексті підготовки до роботи в умовах інклюзивного навчання.

Анотація. У тезах розглянуто особливості формування математичних компетентностей майбутніх учителів математики в умовах реалізації інклюзивного підходу в освіті. Акцентовано увагу на ролі вибіркової дисципліни «Навчання математики учнів з особливими освітніми потребами» у професійній підготовці студентів. Обґрунтовано необхідність інтеграції інклюзивної складової в систему методичної та математичної підготовки майбутніх педагогів.

Ключові слова: математична компетентність, майбутній учитель математики, інклюзивне навчання, особливі освітні потреби учнівства, професійна підготовка.

Svitlana Yatsenko. Formation of mathematical competencies of future mathematics teachers in the context of preparation for work in inclusive education.

Abstract. The paper addresses the peculiarities of forming mathematical competencies of future mathematics teachers in the context of implementing an inclusive approach in education. Special emphasis is placed on the role of the elective course “Teaching Mathematics to Students with Special Educational Needs” in the professional training of university students. The necessity of integrating an inclusive component into the system of methodological and mathematical training of future teachers is substantiated.

Key words: mathematical competence, future mathematics teacher, inclusive education, students with special educational needs, professional training.

СЕКЦІЯ ІІ КОМПЕТЕНТНІСНИЙ ПІДХІД У НАВЧАННІ МАТЕМАТИКИ В ЗАКЛАДАХ ЗАГАЛЬНОЇ СЕРЕДНЬОЇ ОСВІТИ: ФУНДАМЕНТАЛЬНІСТЬ І ПРАКТИКООРІЄНТОВНІСТЬ

SECTION II COMPETENCY-BASED APPROACH TO TEACHING MATHEMATICS IN SECONDARY EDUCATION INSTITUTIONS: FUNDAMENTALS AND PRACTICE-ORIENTATION



Ірина Богатирьова
Черкаська загальноосвітня школа І-ІІІ ступенів № 8
Черкаси, Україна
irina.n.bogatyreva@gmail.com

НАВЧАЛЬНІ КОМІКСИ ЯК ІНСТРУМЕНТ РОЗВИТКУ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ УЧНІВ У НОВІЙ УКРАЇНСЬКІЙ ШКОЛІ

Нова українська школа (НУШ) потребує впровадження інноваційних освітніх підходів, які поєднують змістовність, творчість та доступність навчання. У сучасних умовах, коли роль візуальної культури зростає, учні здебільшого сприймають інформацію через образи, тому традиційні методи подання матеріалу не завжди забезпечують високий рівень зацікавленості та залучення. Одним із перспективних засобів підвищення пізнавальної мотивації та ефективності засвоєння знань є навчальні комікси – короткі графічні історії, що інтегрують текст і зображення у єдину цілісну форму.

У цьому навчальному році ми проводимо дослідження з розробки та впровадження навчальних коміксів в освітній процес Черкаської загальноосвітньої школи І–ІІІ ступенів № 8. Під навчальним коміксом розуміємо інструмент візуалізації навчального змісту, який подає освітню інформацію у вигляді послідовних образів, доповнених лаконічним та змістовним текстом. Вважаємо, що такий формат сприяє глибшому розумінню матеріалу, кращому його запам'ятовуванню та осмисленню, активізує пізнавальну діяльність учнів та підтримує формування ключових і предметних компетентностей. Крім того, навчальні комікси забезпечують доступний і привабливий спосіб організації освітнього процесу, роблячи його більш наочним, динамічним і захопливим.

Встановлено, що навчальні комікси виконують низку важливих функцій:

- **інформаційну** – пояснюють складні поняття і процеси через поєднання візуальних образів та стислих діалогів;
- **мотиваційну** – стимулюють інтерес до теми завдяки сюжетності, емоційності та елементам гумору;
- **розвивальну** – сприяють розвитку уяви, критичного мислення та дослідницької активності;
- **виховну** – моделюють соціальні ситуації, формують ціннісні орієнтири та моральні настанови;
- **комунікативну** – розвивають мовлення, уміння вести діалог, аргументувати та відстоювати власну позицію.

Зазначимо, що значущості навчальні комікси набувають в умовах інклюзивного освітнього середовища нашої школи, оскільки забезпечують доступність навчального матеріалу для всіх учнів незалежно від їхніх індивідуальних особливостей, сприяючи емоційно комфортному та зрозумілому сприйняттю інформації. Таким чином, використання навчальних коміксів у школі стає сучасним і педагогічно доцільним інструментом організації освітнього процесу, що підтримує створення цілісного, мотивувального та компетентнісно орієнтованого навчального середовища.

Навчальною дисципліною для створення коміксів було обрано математику, яку учні вважають складним предметом. Вибір було зумовлено початковим опитуванням, яке показало, що 72% учнів обирають скорочений або буквений запис, формулу, малюнок натомість навчального тексту, поданого у підручнику.

Було організовано системну роботу з розробки та впровадження навчальних коміксів. Учні могли створювати комікси власноруч або за допомогою онлайн-ресурсів, а для педагогів проводилися спеціальні тренінги. Значну увагу приділено урокам інформатики, де учні знайомилися з безкоштовними інструментами для створення коміксів: MakeBeliefsComix, Canva (комікс-шаблони), Storyboard That, ToonyTool, Adobe Express (раніше Adobe Spark).

Процес створення коміксу передбачав поетапну діяльність: вибір теми та визначення мети, написання короткого сценарію (сюжет, герої, діалоги), створення ескізів і розкадровки, художнє оформлення (малюнок або цифрова графіка) та презентацію готового продукту. Учні створювали міні-комікси на 4–6 кадрів.

Для підтримки учнів було розроблено пам'ятку, яку можна було використовувати на початковому етапі: 1) визначити тему та мету, 2) спланувати зміст, 3) написати діалоги та підписи, 4) продумати візуальне оформлення, 5) створити комікс, 6) поділитися результатом.

У навчанні математики ми виділили три основні типи навчальних коміксів:

- **«Відкрий нове»** – допомагають легко засвоїти нову тему через малюнки, приклади та діалоги;
- **«Спробуй сам»** – демонструють приклади розв'язування типових задач та логіку пошуку відповіді;
- **«Знайди помилку»** – розвивають уважність і логічне мислення, навчаючи знаходити та пояснювати помилки в розв'язаннях.

Практика впровадження навчальних коміксів у освітній процес школи демонструє їх високу педагогічну ефективність, оскільки вони інтегрують елементи гри, дослідницької діяльності, художньої творчості та пізнавальної активності, сприяючи всебічному розвитку учня. Навчальні комікси можуть ефективно використовуватися як у традиційній очній, так і в дистанційній формі навчання. Емпіричні дані, зокрема результати анкетування, кількість створених робіт та їх застосування на уроках математики, підтверджують здатність коміксів підвищувати мотивацію учнів до вивчення математики. Проте, слід зазначити, що навчальні комікси виконують роль допоміжного інструменту, доповнюючи, а не замінюючи традиційні методи навчання.

За результатами роботи можна зробити початкові висновки, що навчальні комікси виступають не лише ефективним засобом візуалізації навчального матеріалу, а й інноваційним педагогічним інструментом, який сприяє формуванню компетентної, креативної та вмотивованої особистості учня в умовах Нової української школи.

Ірина Богатирьова. Навчальні комікси як інструмент розвитку компетентностей учнів у Новій українській школі.

Анотація. Представлено досвід впровадження навчальних коміксів у освітній процес Черкаської загальноосвітньої школи І–ІІІ ступенів № 8. Розглянуто їх роль у підвищенні мотивації учнів, розвитку критичного та творчого мислення, а також забезпеченні доступності навчального матеріалу в умовах інклюзивного навчання. Визначено типи коміксів для уроків математики та запропоновано рекомендації щодо їх створення.

Ключові слова: Нова українська школа, освітній процес, математика, навчальний комікс.

Iryna Bogatyrova. Educational comics as a tool for developing students' competencies in the New Ukrainian School.

Abstract. The experience of introducing educational comics into the educational process of Cherkasy comprehensive school of I–III grades No. 8 is presented. Their role in increasing student motivation, developing critical and creative thinking, and ensuring the accessibility of educational material in inclusive education is considered. Types of comics for mathematics lessons are identified and recommendations for their creation are offered.

Key words: New Ukrainian school, educational process, mathematics, educational comic.

Ольга Бондаренко, Микола Працьовитий
УДУ імені Михайла Драгоманова,
Київ, Україна
o.i.bondarenko@udu.edu.ua
m.v.pratsovytyy@udu.edu.ua

ПРОГРЕСІЇ В ЕЛЕМЕНТАРНІЙ МАТЕМАТИЦІ ТА ШКІЛЬНОМУ КУРСІ МАТЕМАТИКИ

Нагадаємо, що *прогресією* називається числова послідовність, кожен член якої, починаючи з другого є середнім між попереднім і наступним. Тому прогресій існує, принаймні, не менш, ніж середніх (арифметичних, геометричних, гармонічних, квадратичних тощо).

У шкільному курсі математики прогресії виступають базовими прикладами числових послідовностей. Вони допомагають учням зрозуміти закономірності і вчитись їх узагальнювати. Арифметична та геометрична прогресії мають як теоретичне значення, так і практичне застосування в різних побутових, фінансових, стратегічних бізнесових розрахунках та в питаннях формування бюджету.

Арифметична прогресія як послідовність, кожен член якої, починаючи з другого, є середнім арифметичним між попереднім і наступним, є найпростішим прикладом числової послідовності з лінійним законом утворення членів, а геометрична прогресія — з законом геометричного (експоненціального) зростання або спадання.

Арифметична прогресія з алгебраїчної точки зору.

Означивши бінарну алгебраїчну операцію додавання арифметичних прогресій, рівністю

$$(a_n)\oplus(a'_n) = (c_n),\ \text{де}\ c_n = a_n + a'_n,\ n \in N,$$

отримуємо алгебраїчну структуру групи, причому комутативної. Справді,

$$c_{n+1} - c_n = (a_{n+1} + a'_{n+1}) - (a_n + a'_n) = (a_n + d + a'_n + d) - (a_n + a'_n) = \\ = d + d' = const,$$

тобто сума двох арифметичних прогресій є арифметичною прогресією, а її різниця є сумою різниць прогресій-доданків.

Теорема 1. Множина **A** всіх арифметичних прогресій разом з операцією додавання $\oplus$ прогресій утворює комутативну адитивну групу, нейтральним елементом якої є арифметична прогресія $(0,\ 0, \dots) = \overline{0}$.

Арифметична прогресія з функціональної точки зору.

Теорема 2.

1) Лінійна функція $y = kx + b$ породжує арифметичну прогресію (a_n), де $a_n = f(n) = kn + b$ з першим членом $a_1 = k + b$ і різницею $a_2 - a_1 = f(2) - f(1) = k$.

2) Арифметична прогресія (a_n) однозначно визначає лінійну функцію $f(x) = kx + b$, де k – різниця арифметичної прогресії, а $b = a_1 - k = 2a_1 - a_2$.

Таким чином, між лінійними функціями і арифметичними прогресіями існує бієктивна (взаємно однозначна) відповідність.

В шкільному курсі математики *арифметичну прогресію* описують як впорядковану послідовність точок на числовій прямій, періодично розташованих на числовій прямій. Тому арифметичну прогресію можна розглядати як окремий випадок лінійної функції, область визначення якої — натуральні числа. Про такий підхід згадується в підручнику з алгебри для 9 класу Бевза Г.П., Бевз В.Г. у рубриці «Хто хоче знати більше», де на конкретному прикладі лінійної функції автори підручника демонструють зв'язок між лінійною функцією і арифметичною прогресією [1, стр.163].

Це зауваження підручника є надзвичайно важливим для тих, хто цікавиться математикою і сповідує погляд її єдиності (як науки).

Геометрична прогресія з алгебраїчної точки зору.

Введемо бінарну операцію множення геометричних прогресій. Нехай $(b_n) \in Г$, $(c_n) \in Г$. Добутком даних прогресій назвемо послідовність (d_n), де $d_n = b_n \cdot c_n$, що записуватимемо

$$(b_n) \odot (c_n) = (d_n) = (b_n \cdot c_n).$$

Лема 1. Добуток двох геометричних прогресій є геометричною прогресією, перший член якої є добутком перших членів множників, а знаменник є добутком знаменників.

Теорема 4. Пара $(Г, \odot)$ є комутативною групою.

Геометрична прогресія з функціональної точки зору.

Лема 2. Якщо (a_n) – арифметична прогресія з різницею $d = a_2 - a_1$, то послідовність $b_n = c^{a_n}$ зі знаменником $q = c^d$ є геометричною прогресією.

Теорема 5. Показникова функція $f(x) = c^{kx+b},\ c > 0$, породжує геометричну прогресію $b_n = f(n) = c^{kn+b}$ з першим членом $b_1 = c^{k+b}, q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{c^{2k+b}}{c^{k+b}} = c^k$.

Теорема 6. Геометрична прогресія (b_n) однозначно визначає складену показникову функцію, внутрішня функція якої, є лінійна, тобто $f(x) = c^{kn+b}$, де $c > 0,\ q = \frac{f(b_{n+1}}{b_n},\ q = \frac{f(\varphi(n+1))}{f(\varphi(n))},\ f(\varphi_1) = b_1,\ f(\varphi_2) = b_2, \dots,\ f(\varphi_n) = b_n$.

Такий підхід дозволяє розглядати геометричну прогресію як дискретний випадок експоненційної залежності, тобто інтерпретує прогресію як випадок показникової функції.

Прогресії у шкільному курсі математики – це не лише «формули для обчислень» (n-го члена прогресії, суми n перших членів та суми всіх членів прогресії, якщо вона нескінченно спадна геометрична прогресія), а й місток між алгеброю, функціями та реальними практичними застосуваннями, який породжує цілісне математичне мислення. Вони формують уявлення про зв'язок між арифметичною прогресією та лінійною функцією, між геометричною прогресією і показниковою функцією. Це готує школярів до подальшого вивчення математичного аналізу, алгебри, прикладних дисциплін та інших дисциплін у середній та вищій школах.

Література

Бевз Г.П., Бевз В.Г. Алгебра: підручник для 9-го кл. загальноосвіт. навч. закл. – К.: Видавничий дім «Освіта», 2017. – 272 с.

Ольга Бондаренко, Микола Працьовитий. **Прогресії в елементарній математиці та шкільному курсі математики.**

Анотація. У тезах розглянуто роль арифметичних та геометричних прогресій у шкільному курсі математики та їх значення для формування математичного мислення учнів. Особливу увагу приділено функціональному підходу, який дозволяє інтерпретувати арифметичну прогресію як дискретний випадок лінійної функції, а геометричну — як дискретний випадок показникової функції.

Ключові слова: арифметична прогресія, геометрична прогресія, функціональний підхід, алгебраїчний підхід, шкільний курс математики.

Olha Bondarenko, Mykola Pratsovytyi. Progressions in elementary mathematics and the school mathematics curriculum.

Abstract. The theses examine the role of arithmetic and geometric progressions in the school mathematics curriculum and their importance for the development of students' mathematical thinking. Particular attention is paid to the functional approach, which allows interpreting the arithmetic progression as a discrete case of a linear function, and the geometric progression as a discrete case of an exponential function.

Key words: Arithmetic progression, Geometric progression, Functional approach, Algebraic approach, School mathematics curriculum.

Дарина Васильєва
Інститут педагогіки НАПН України,
Київ, Україна,
vasilyevadarina@gmail.com

ІДЕЇ КОМПЕТЕНТНІСНОГО ПІДХОДУ В ПРАЦЯХ БЕВЗ ГРИГОРІЯ ПЕТРОВИЧА ТА БЕВЗ ВАЛЕНТИНИ ГРИГОРІВНИ

У контексті 100-річчя від дня народження Григорія Петровича Бевза та обговорення актуальних проблем теорії і методики навчання математики, доцільно зазначити, що ідеї компетентнісного підходу у навчанні математики яскраво прослідковуються у науково-методичних доробках та підручниках Григорія Петровича Бевза та Валентини Григорівни Бевз.

Наукова діяльність Г. П. Бевза припала на період, коли освітня система намагалася знайти баланс між академічною строгістю, властивою класичній математичній школі, та необхідністю зробити предмет доступним для всіх учнів. Григорій Петрович, випереджаючи свій час, відстоював поєднання академічної фундаментальності, практикоорієнтованості, посилення міжпредметних та внутрішньопредметних зв'язків у шкільній математичній освіті.

Він виступав проти спрощення математики, яке б вело до втрати наукової коректності, проте пропонував спрощувати форму подання, тобто відходити від надмірної формалізації. Його підхід базувався на принципі розумної мінімізації: означення, теореми, тексти мають бути настільки лаконічними, наскільки дозволяє логіка. Вважав, що наукова коректність не суперечить доступності, якщо навчальний матеріал побудовано логічно і структуровано.

У працях, присвячених методиці розв'язування задач, він класифікував їх за дидактичною метою, визначив роль задач у формуванні математичних понять та розробив евристичні прийоми керування мисленням учнів. Григорій Петрович розглядав задачу як метод навчання і як засіб організації розумової діяльності учня. Тобто завдання учителя – за допомогою задачі та навідних запитань до неї організовувати пізнавальну діяльність учнівства та сприяти формуванню здатності до самостійного міркування. Також Г. П. Бевз вважав, що важливо пропонувати учням завдання, де вони мають перевірити твердження чи виявити логічні помилки. Таким чином закладалися основи математичної компетентності – уміння застосовувати математичні знання для розв'язання проблемних ситуацій.

Важливою складовою його методичної системи був розвиток культури математичного мовлення. Він вважав за необхідне розвивати в учнів вміння правильно спілкуватися українською мовою, пропонувати задачі, де учні мали пояснити, обґрунтувати, навести приклади, а також провідміняти математичні терміни. Зараз вміння спілкуватися державною мовою є однією з ключових компетентностей НУШ.

Григорій Петрович Бевз розглядав математику як основу для формування природничо-наукової компетентності учня. Він виходив з ідеї єдності наукової картини світу: математика в навчанні має виконувати роль мови природознавства, через яку описуються явища природи і технологічні процеси. Саме тому у побудові шкільних курсів він намагався посилити міжпредметний зв'язок математики та фізики. Наприклад, у своїх підручниках він розглядав залежність між величинами раніше за формальне означення функції, значну увагу приділяв графікам руху тощо. Крім того, він вважав за необхідне показувати учнівству, як математика використовується в різних професіях.

Науковий інтерес становлять погляди Г. П. Бевза на зміст математичної освіти. Він наполягав на важливості змістової лінії «Робота з даними», а саме – введення елементів теорії ймовірностей, комбінаторики та статистики задовго до того, як вони з'явилися в середній школі. Вважав, що початок вивчення стереометрії лише в старшій школі значно гальмує розвиток учнівства, яке оточує тривимірний світ з дитинства. І навпаки, вважав, що розділи «Тригонометрія» та «Логарифми» вже не є настільки актуальними для сучасного суспільства, як колись.

Григорій Петрович та Валентина Григорівна були прихильниками математичного моделювання як основи сучасного шкільного курсу математики. Введення ними у підручниках розділів «Елементи прикладної математики» та параграфів про моделювання, попри зауваження рецензентів, було сміливим кроком назустріч прикладній спрямованості курсу алгебри.

Валентина Григорівна Бевз продовжила ідеї Григорія Петровича, але й привнесла в цю систему акценти на особистісну орієнтацію та гуманізацію, які є ключовими для сучасної реформи НУШ. Вона звертала увагу на те, що під час навчання математики доцільно сприяти не лише розвитку просторового, прогностичного та критичного, а й креативного мислення учнів, а також сприяти формуванню в них цінностей, власної відповідальності за навчання та загальної культури.

Валентина Григорівна розглядала математику як простір для інтелектуальної творчості, адже вкраплення нестандартних задач та евристичних методів може стимулювати учнівство виходити за межі шаблонів, перетворюючи розв'язання задачі на захопливий дослідницький процес. Вона додала у підручники задачі з надлишковими даними, з недостатніми даними, задачі на встановлення залежностей тощо.

Бевз В. Г. привнесла у навчання математики історико-культурний контекст. Показала, що розповіді про життя творців математики, про їх ідеї та еволюцію різних математичних методів демонструють, що математика є продуктом людської творчості, невіддільним від історії людства. Це дозволило реалізувати важливу виховну функцію – формування наукового світогляду та загальної культури, що є критично важливим для залучення деяких учнів. Через історичні та культурні зв'язки математика пов'язувалася з мистецтвом, архітектурою, природничими науками. Це формувало цілісне бачення світу і сприяло розвитку культурної компетентності.

Валентина Григорівна впровадила у підручниках дублювання параграфів англійською мовою, що стало дієвим інструментом для формування компетентності спілкування іноземними мовами безпосередньо у процесі навчання математики. Такий підхід дозволяє учням опановувати міжнародну математичну термінологію та готує їх до роботи з англомовними джерелами у майбутньому.

Бевз В. Г. була прибічницею формувального оцінювання, а саме взаємооцінювання та самооцінювання. І тому вважала за необхідне додати у підручники рубрики для самооцінювання (питання, тренувальні роботи тощо), що сприяє розвитку такої компетентності як навчання продовж життя. А також активно розробляла методики диференційованого навчання, реалізуючи тезу «математика потрібна всім, але кожному – своя».

Окремим, стратегічно важливим напрямом її діяльності стала зміна підходів до підготовки майбутніх учителів математики в університетах. На думку В. Г. Бевз учитель виступає не джерелом готових знань, а організатором спільної пізнавальної діяльності. Вона наполягала, що сучасний педагог має бути не просто транслятором знань, а фасилітатором навчального процесу, який здатний розвивати в учнів компетентності XXI століття.

Крім того, Валентина Григорівна розглядала дизайн підручника та візуальну ергономіку як складову методичної системи. Структурування тексту, використання кольору, виділення смислових блоків, добір шрифтів розглядалися як засоби керування увагою учня і полегшення сприйняття інформації. Естетика сторінки ставала елементом методики, а не лише оформлення.

У підручниках Бевз В. Г. та Бевз Г. П. включались задачі з економіки, географії, біології тощо, що давало змогу побачити учням, що математичний апарат є універсальним ключем до розуміння глобальних процесів. Такий підхід не лише підвищує пізнавальний інтерес до предмета, а й формує в учнів здатність бачити цілісність навколишнього світу.

Важливим аспектом спадщини Бевз Г. П та Бевз В. Г. є розгляд математики як універсального інструменту соціалізації особистості та формування її загальної математичної грамотності. У їхніх працях математична освіта не обмежується лише навчальними цілями, а

постає як засіб розвитку життєво необхідних якостей: здатності приймати обґрунтовані рішення, критично аналізувати інформацію та діяти в умовах невизначеності. Такий підхід формує людину, здатну до ефективної життєдіяльності в сучасному інформаційному суспільстві.

Таким чином, наукова династія Бевзів ще десятиліття тому вибудувала цілісну модель, де пріоритетом є розвиток мислення учнів, здатності їх до логічного обґрунтування та формування цілісної наукової картини світу. Такий підхід повністю відповідає сучасному компетентнісному навчанню та концепції НУШ, адже він фокусується на вмінні учнівства застосовувати математику в реальному житті та самостійно вирішувати проблемні ситуації.

Література

1. Григорій Петрович Бевз: біобібліографічний покажчик / М-во освіти і науки України, Нац. пед. ун-т імені М. П. Драгоманова ; редколегія : Л. Л. Макаренко, Л. В. Савенкова, В. О. Швець, Д. В. Васильєва ; відповід. за вип. : Л. В. Савенкова ; упорядники : Н. І. Тарасова, Д. В. Васильєва ; бібліогр. ред. : О. Л. Хархун, Г. І. Шаленко. – Київ : Вид-во НПУ імені М. П. Драгоманова, 2022. –159 с. – Серія “Вчені НПУ імені М. П. Драгоманова”.

https://lib.iitta.gov.ua/id/eprint/731800/1/Григорій%20Бевз_верстка.pdf

2. Бевз Г.П. Моя методика математики / упорядник і відповідальний редактор В.О. Тадеєв. – Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2021. – 584 с.: іл. – Серія «Подвижники освіти».

3. Валентина Григорівна Бевз: біобібліографічний покажчик / М-во освіти і науки України, Нац. пед. ун-т імені М. П. Драгоманова ; редколегія : Л. Л. Макаренко, Л. В. Савенкова, В. О. Швець, Д. В. Васильєва; упорядники: Н. І. Тарасова, Д. В. Васильєва ; бібліогр. ред. : Г. І. Шаленко, О. Л. Хархун. – Київ : Вид-во НПУ імені М. П. Драгоманова, 2022. –150 с. – Серія “Вчені НПУ імені М. П. Драгоманова”.

https://lib.iitta.gov.ua/id/eprint/731943/1/Валентина%20Бевз.pdf

Дарина Васильєва. Ідеї компетентнісного підходу в працях Бевз Григорія Петровича та Бевз Валентини Григорівни.

Анотація. Проаналізовано науково-методичну спадщину Г. П. Бевза та В. Г. Бевз крізь призму компетентнісного підходу. Висвітлено їхній внесок у розвиток прикладної спрямованості математичного моделювання, міжпредметних зв’язків, гуманізації освіти, історико-культурного контексту шкільної математики. Показано, що розроблені авторами методичні моделі сприяли формуванню ключових компетентностей учнів, що заявлені в НУШ.

Ключові слова: компетентнісний підхід, Г. П. Бевз, В. Г. Бевз, методика навчання математики, прикладна спрямованість, Нова українська школа (НУШ)

Daryna Vasylieva. Ideas of the Competency-Based Approach in the Works of Hryhorii Petrovych Bevz and Valentyna Hryhorivna Bevz.

Abstract. The scientific and methodological heritage of H. P. Bevz and V. H. Bevz is analyzed through the prism of the competency-based approach. Their contribution to the development of the applied orientation of mathematical modeling, interdisciplinary links, humanization of education, and the historical and cultural context of school mathematics is highlighted. It is demonstrated that the methodological models developed by the authors contributed to the formation of students' key competencies as set forth in the New Ukrainian School (NUS).

Key words: competency-based approach, H. P. Bevz, V. H. Bevz, mathematics teaching methodology, applied orientation, New Ukrainian School (NUS).

Людмила Войтович
Комунальний заклад "Жмеринський ліцей № 3"
Жмеринка, Україна
voitovichlv14@gmail.com

ТРАНСДИСЦИПЛІНАРНИЙ ПІДХІД У НУШ: МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЯК ЯДРО ІНЖЕНЕРНО-ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРОЄКТІВ (ВІД ФУНДАМЕНТАЛЬНОЇ ТЕОРІЇ ДО ПРАКТИЧНОГО ВТІЛЕННЯ)

Сучасний етап розбудови Нової української школи (НУШ) вимагає переосмислення ролі математики в системі загальної середньої освіти. Традиційний підхід, де математика вивчається як набір ізольованих алгоритмів, поступово поступається місцем компетентнісному підходу, що базується на інтеграції знань. Найвищою формою такої інтеграції є трансдисциплінарність — підхід, за якого межі між навчальними предметами розмиваються задля вирішення цілісної проблеми реального світу. Ядром, що утримує цю складну конструкцію, є математичне моделювання, яке поєднує фундаментальну теорію з її практичним інженерним втіленням.

Фундаментальність підходу: математика як мова проєктування. Фундаментальність математичної освіти полягає у формуванні в учнів здатності до абстрактного мислення та структурного аналізу. Математичне моделювання в інженерно-технологічних проєктах — це процес перекладу фізичних параметрів об'єкта (міцність, швидкість, вартість, енергоємність) мовою функцій, рівнянь та геометричних відношень. На етапі створення моделі учень діє як науковець: він виділяє суттєві характеристики системи, відкидаючи другорядні. Таким чином, фундаментальні поняття (наприклад, похідна, тригонометричні функції або властивості многогранників) перестають бути абстракціями і стають інструментами прогнозування поведінки реальних систем.

Практикоорієнтовність: від теоретичної моделі до працюючого прототипу. Практична спрямованість навчання реалізується через залучення учнів до повного циклу інженерного проєктування (Engineering Design Process). Математика тут виступає не як «додаток» до праці чи фізики, а як метод верифікації ідей. Перед тим, як створювати фізичний об'єкт, учень має побудувати його «цифровий двійник» або математичну схему. Це дозволяє уникнути помилок у проєктуванні та оптимізувати ресурси, що є прямою реалізацією наскрізної лінії НУШ «Підприємливість та фінансова грамотність».

Розглянемо інтеграційні зв'язки в межах такого підходу (Таблиця 1).

Таблиця 1

Трансдисциплінарна структура інженерного проєкту

Складова проєкту	**Діяльність учня**	**Математичний апарат**
Аналітична	Збір та первинна обробка даних	Статистичний аналіз, середні величини
Конструкторська	Проєктування форми та структури	Планіметрія, стереометрія, вектори
Технологічна	Програмування логіки (для STEM-об'єктів	Алгоритмізація, логічні операції
Економічна	Розрахунок собівартості та ефективності	Лінійні рівняння, відсотки, пропорції

Кейс-стаді: Проєктування енергоефективної конструкції.

Наприклад, при розробці моделі сонячного концентратора для підігріву води, учні стикаються з фундаментальною властивістю параболи — здатністю збирати паралельні промені в одній точці (фокусі). Математичне обґрунтування форми дзеркала описується рівнянням:

$$Y = \frac{x^2}{4p} (1)$$

де p — фокусна відстань. Використання формули (1) дозволяє учням точно розрахувати місце встановлення приймача тепла. Це і є перехід від фундаментальної теорії (властивості квадратичної функції) до практичного втілення (ефективний пристрій).

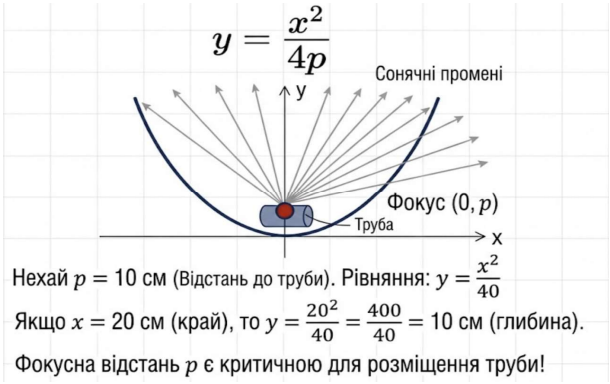


Рис. 1. Математичне моделювання параметрів параболічного сонячного концентратора

Цифрові інструменти моделювання. Реалізація таких проєктів у сучасній школі неможлива без ІКТ-підтримки. Використання середовищ динамічної математики (GeoGebra, Desmos) дозволяє учням проводити віртуальні експерименти: змінювати параметри моделі та миттєво бачити результат. Це розвиває дослідницьку компетентність та знімає психологічний бар'єр перед «складними» обчисленнями. У поєднанні з 3D-моделюванням (Tinkercad), математика стає візуальною та відчутною.

Роль вчителя та методичні рекомендації. Впровадження трансдисциплінарності вимагає від вчителя математики ролі фасилітатора. Головне завдання — не дати готову відповідь, а допомогти учневі сформулювати правильний математичний запит до проблеми. Оцінюванню підлягає не лише правильність обчислень, а й здатність учня обґрунтувати вибір моделі та інтерпретувати отримані результати в контексті інженерної задачі.

Висновок. Трансдисциплінарний підхід у навчанні математики в закладах загальної середньої освіти забезпечує органічну єдність фундаментальної підготовки та практичної діяльності. Математичне моделювання як ядро інженерних проєктів дозволяє учням НУШ усвідомити математику як універсальний ключ до розуміння і перетворення навколишнього світу, що є основою формування конкурентоспроможної особистості в умовах технологічного прогресу.

Література

1. Бевз Г. П. Методика викладання математики. К.: Вища школа, 2003. 470 с.
2. Державний стандарт базової середньої освіти. Постанова КМУ від 30.09.2020 р. № 898.
3. Концепція розвитку природничо-математичної освіти (STEM-освіти). Розпорядження КМУ від 5.08.2020 р. № 960-р.
4. Раков С.А. Математична освіта: компетентнісний підхід з використанням ІКТ. Х.: Факт, 2005. 360 с.
5. Стрілець С.І. STEM-освіта: теорія та практика впровадження. Чернігів: Десна Поліграф, 2021. 212 с.
6. Тарасенкова Н. А. Компетентнісний підхід у навчанні математики: теоретичний аспект. Математика в школі. 2016. № 11. С. 2–8.
7. National Research Council. (2012). A Framework for K-12 Science Education. Washington, DC: The National Academies Press

Людмила Войтович. Трансдисциплінарний підхід у НУШ: Математичне моделювання як ядро інженерно-технологічних проєктів (від фундаментальної теорії до практичного втілення).

Анотація. У тезах розкрито концепцію трансдисциплінарного навчання математики в умовах НУШ. Доведено, що математичне моделювання є сполучною ланкою між фундаментальною наукою та інженерною практикою. Наведено приклади використання математичного апарату в технологічних проєктах та роль цифрових інструментів у моделюванні.

Ключові слова: НУШ, математичне моделювання, трансдисциплінарність, інженерні проєкти, компетентнісний підхід, STEM-освіта.

Liudmyla Voitovych. Transdisciplinary Approach in NUSH: Mathematical Modeling as the Core of Engineering and Technological Projects (from Fundamental Theory to Practical Implementation).

Abstract. The theses reveal the concept of transdisciplinary mathematics teaching in the conditions of NUSH. It is proved that mathematical modeling is a connecting link between fundamental science and engineering practice. Examples of using the mathematical apparatus in technological projects and the role of digital tools in modeling are given.

Key words: NUSH, mathematical modeling, transdisciplinarity, engineering projects, competency-based approach, STEM education.

Олена Волянська,
УДУ імені Михайла Драгоманова,
Київ, Україна,
o.ye.volianska@npu.edu.ua

СЮЖЕТНІ ЗАДАЧІ З МАТЕМАТИКИ ДЛЯ ФОРМУВАННЯ КЛЮЧОВИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ УЧНІВ 5-6 КЛАСІВ В УМОВАХ НУШ

Сюжетна задача - це математична задача з описом реальної ситуації і розв'язується або за допомогою арифметичних дій, або складанням рівняння [1]. Такі задачі в 5-6 класах охоплюють теми від натуральних чисел, дробів, процентів, пропорцій до рівнянь. Сюжетні задачі допомагають учням застосовувати математику в реальному житті, розвивають логічне мислення та навички математичного моделювання.

В модельних навчальних програмах для Нової Української Школи [7] у їх змісті у більшості зазначаються ключові компетентності та наскрізні вміння, очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів, а саме:

- вміння вчитися, володіти державною та іноземною мовами;
- комутативна;
- інформаційно-цифрова;
- природнича;
- соціальна;
- громадянська;
- загальнокультурна;
- підприємливість та фінансова грамотність;
- здоров'язбережувальна.

Модельні навчальні програми авторів Мерзляка А. та ін., Бурди М. та ін., Істера О., Радченко С. ґрунтовно описують ключові компетентності математичної освітньої галузі, проте як модельні навчальні програми авторів Беденко М. та ін., Василишин М., Скворцової С. та ін. не містять ґрунтовного опису цього. Зміст модельних навчальних програм щодо вивчення математичного матеріалу також дещо відрізняється, зокрема програма автора Істера для 5 класу не передбачає вивчення процентів, проте модельні навчальні програми інших авторів передбачають вивчення процентів починати з 5 класу.

Щодо змісту підручників, то компетентнісний підхід теж реалізовано в них по- різному. Наприклад, в підручниках Істера О. 5, 6 класів багато міститься економічних задач (на бюджет родини, вартість товару, податки та роботу банків, роботу, продуктивність праці), розглядається поняття вартості товару, продуктивності праці, обсягу роботи, задачі на збереження здоров'я, задачі з українською тематикою на знання історії України, екологічні задачі, задачі на проектну діяльність, розглядаються задачі під такими рубриками, як «Життєва математика» (тут представлені задачі про забруднення води), «Україна - це ми», задачі з використанням QR – кодів.

Підручники Біоса Джорджа Ендрю крім зазначених задач велику увагу приділяють проектній діяльності. Це проекти «Світ професій у відсотках», «Приготування смузі», «Гральний кубик - цікаве заняття» та інші. Також містить підручник інтегровані модулі «Математика у світі природи та мистецтва», практичні задачі (малюнок на тему «Український рушник», створення дизайну вітальної листівки), цікавими є задачі про шкоду лужних батарейок для навколишнього середовища, сортування сміття та використання макулатури.

Підручники Мерзляка А. та ін. 5, 6 класів містять більше традиційних задач, хоча теж зустрічаються екологічні, економічні, практичні задачі, задачі про історію Києва, задачі з історико- патріотичною складовою, з реальними даними, на використання знань з суміжних дисциплін, задачі геометричного змісту, які моделюють дослідження об'єктів навколишнього середовища, побутово - господарські задачі, які можна розв'язувати за допомогою комп'ютера (задачі на ботанічні сади в Україні, довжину річок та ін.), задачі на застосування математики (логістичні).

Підручники Скворцової С.О. та Недялкової К.В. містять багато задач про українські музеї (Пирогів у Києві, музей Крушельницької у Львові, парк «Софіївка» в Умані, парк Кінбургська коса, задачі про картини відомих художників, як українських, так і європейських, також ці підручники містять задачі екологічного змісту, а саме про забруднення прісних вод планети, про користь вирощування дерев. Тут широко представлені навчальні проекти (проекти волонтерська діяльність, проект про річки України, проект «Український борщ» та інші. Пропонуються учням задачі сучасного сюжету: про сонячні електростанції, вітрогенератори тощо.

Підручники Беденко М.В. та ін. містять багато життєвих задач, задач з QR кодами, екологічних задач. Цікаво представлені уроки - практикуми, які містять задачі про художні музеї Києва, найбільших і найменших птахів України, найбільшу черепаху, тощо. Саме такі сюжетні задачі зацікавлюють учнів, активізують навчально- пізнавальну діяльність, підвищують інтерес до математики.

Підручники Бевз В.Г., Васильєвої Д.В., Владімірової Н.Г. містять задачі з QR кодами, в яких представлені навчальні проекти, багато практичних і життєвих задач, задач з використанням ІКТ, дослідницького характеру, є задачі - ігри для парної роботи, задачі з українською тематикою (глибини озер Синевір і Світязь, українські орнаменти). Розглянемо декілька прикладів сюжетних задач:

Задача 1. Під час очищення берегів річки Дніпро волонтери зібрали 120 кг сміття. З них 40 відсотків становили пластикові пляшки. Скільки пластикових пляшок зібрали волонтери?

Задача 2. В одній морквині вагою 90 г міститься 3 мг вітаміну С. Скільки міліграмів вітаміну С міститься в 1 тонні моркви? Задача на здоров'язбережувальну тематику сприятиме знанням одиниць виміру ваги.

Задача 3. Відстань між двома містами на карті 4 см. Масштаб карти 1:100000. Знайти реальну відстань між цими містами.

Задача 4. Бактерії збільшуються вдвічі кожні 20 хвилин. Спочатку було 2000 бактерій. Скільки їх буде через 2 години.

Задача 5. У 1925 році населення міста становило 150 000 чоловік, в у 2010 році 750 000. Знайти на скільки відсотків збільшилося населення.

Задача 6. (З фінансовим змістом) Витрати родини на відпочинок на морі складають 1/5 від доходів за рік, ва проїзд до місця відпочинку – 1/12. Річний дохід родини складає 240 000 гривень. Скільки всього гривень було витрачено на відпочинок на морі?

Задача 7. Для приготування борщу потрібно на 3 літри води потрібно: яловичини-0,5 кг, картоплі 0,2 кг, буряка 0,2 кг, моркви 0,1 кг, цибулі 0,15 кг, капусти 0,2 кг, томатної пасти 30 г, 15 г солі, зелені 30 г. Скільки кг м'яса, овочів, пасти, солі та зелені треба використати на 3 літри води?

Задача 8. Мурахи за рік винищують в середньому з 1 гектара 250 кг шкідників. Скільки шкідників лісу знищують за рік мурахи з ділянки лісу площею 6 квадратних кілометрів?

Література

1. Радченко І.Л., Косенко В.В. Сюжетні задачі, як одна з форм роботи для реалізації ключових компетентностей. Математика в школі та житті: Надбання і перспективи. Частина 1, 5-6 класи. Методичний посібник для вчителів. Черкаси, 2020. С. 63-66.

2. Возносименко Дарія. Формування здоров'язберігаючої компетентності учнів на уроках математики // Математика в рідній школі, 2019(1-2). С. 40-46.

3. Харченко Людмила. Формування ключових компетентностей під час вивчення математики // Математика в рідній школі, 2021(2). С 26-33.

4. Лук'янова С. Прикладна спрямованість навчання математики учнів 5-6 класів в умовах реалізації концепції НУШ // Актуальні проблеми природничо – математичної освіти: Збірник наукових праць/ МОН України, Сум ДПУ імені А.С. Макаренка. - Суми, 2022. Вип. 2(20). С. 56-64.

5. Волянська О.Є., Пархоменко Т.В. Задачі екологічного змісту в курсі математики базової середньої школи // Актуальні питання природничо-математичної освіти. – Суми: вид-во Сум ДПУ, 2025. Вип.1(25). С. 71–77.

6. Концепція нової української школи. Режим доступу: https://www.kmu.gov.ua/ Storage/app/media/reforms/ukrainska – shkola-compressed.pdf

7. Модельні навчальні програми для5-6 класів Нової української школи. https ://mon.gov.ua/

8. Ірина Свірчевська. Зв'язок математики та музики у формуванні ключової культурної компетентності // Математика в рідній школі, 2018(9). С.18-24.

9. Підручники НУШ для 5-6 класів.

Олена Волянська. Сюжетні задачі з математики для формування ключових компетентностей учнів 5-6 класів в умовах НУШ.

Анотація. Основні компетентності навчальних модельних програм з математики для 5-6 класів, розглянуто різні види сюжетних задач та їх зміст.

Ключові слова: сюжетні задачі, ключові компетентності, модельні навчальні програми.

Olena Volianska. Story-based math problems for developing key competencies for students in grades 5-6 in the context of the New Ukrainian School.

Abstract. Were discribed the main competencies of model training programs for mathematics students 5-6 grade.

Key words: story-based math problems, key competencies, model training programs.

Ірина Гордієнко, Юрій Матурін
Дрогобицький державний педагогічний університет імені Івана Франка
Дрогобич, Україна
i.hordijenko@dspu.edu.ua
yuriy_maturin@dspu.edu.ua

НЕПРЯМИЙ ВПЛИВ НА УЧНІВ І ЙОГО ВИХОВНИЙ ХАРАКТЕР У РОЗВИТКУ ЇХ ПІЗНАВАЛЬНИХ МОЖЛИВОСТЕЙ У ПРОЦЕСІ ВИВЧЕННЯ МАТЕМАТИКИ

Сучасний етап розвитку шкільної математичної освіти характеризується переходом від переважно репродуктивних форм навчання до компетентнісно орієнтованих моделей, у центрі яких перебуває особистість учня. У цьому контексті особливої актуальності набуває проблема організації педагогічного впливу, який не лише забезпечує засвоєння знань, а й сприяє розвитку пізнавальної активності, самостійності та відповідальності школярів.

Традиційні прямі методи впливу (інструктаж, пояснення, контроль) залишаються важливими, проте дедалі більшої значущості набуває непрямий вплив – такий, що реалізується через створення освітнього середовища, характер завдань, стиль педагогічного спілкування та систему ціннісних орієнтацій, які транслює вчитель [2].

Зміст і успіхи виховного навчання математики багато в чому визначаються тим, як розвиваються інтелектуальні особливості повсякденною працею учнів – активність і самостійність, вичерпна доказовість міркувань, критичність та самокритичність, прояв відчуття нового, чіткість і послідовність в діях.

Одним з основних методів створення ситуацій, які позитивно впливають на розвиток цих якостей є принцип непрямого впливу на учнів.

Під непрямим впливом вчителя на учнів ми розуміємо їх залучення в спеціально створену (але яка видається природньою) навчальну і виховну ситуацію, яка викликає потребу в самоудосконаленні кожного учня, при активній участі всього колективу в пошуках нових корисних знань [4].

Непрямий вплив у процесі вивчення математики можна розглядати як цілеспрямовану систему педагогічних дій, що забезпечують розвиток пізнавальних можливостей учнів через організацію навчального середовища та діяльності. Його сутність полягає в тому, що вчитель не подає готових рішень як завершених істин, а створює проблемні ситуації, стимулює інтелектуальний пошук, заохочує до висунення гіпотез і самостійного доведення.

Такий підхід змінює позицію учня з об’єкта навчального впливу на активного суб’єкта пізнання. Через добір задач дослідницького характеру, варіативність способів розв’язання, організацію математичного діалогу формується не лише система знань, а й культура мислення [1]. У цьому контексті особливого значення набуває створення ситуацій з інтелектуальними труднощами, які спонукають до мобілізації внутрішніх ресурсів, але водночас залишаються посильними для розв’язання.

Непрямий вплив також реалізується через стиль педагогічного спілкування. Повага до думки учня, підтримка його ініціативи, доброзичлива корекція помилок формують атмосферу довіри й психологічної безпеки, що є передумовою активної пізнавальної діяльності. У такому середовищі помилка сприймається не як ознака неуспіху, а як природний етап пошуку істини, що має важливе виховне значення.

Непрямим впливом в ситуаціях близьких до природніх, але спеціально наповнених елементам проблемності, пізнавальної новизни, інтересу, здивування і всього того, що може позитивно вплинути на розвиток учнів, скеровує кожного учня на самостійний аналіз своїх компетентностей, на свідоме вивчення матеріалу, на висловлення своєї думки, ідеї, на

активний творчий пошук в навчальній роботі. Вся ця діяльність повинна поступово керуватися вчителем.

Кожен учень в своїй повсякденній діяльності пізнає і виробляє розумові операції. Відбувається це як у звичайних умовах спілкування з дітьми, так і в навчальній атмосфері, шляхом неперервного критичного осмислення.

Нас цікавить цей принцип в аспекті розвитку потреби у вивченні логічних основ шкільного курсу математики. Розглянемо особливості непрямого впливу, які використовують у своїй роботі вчителі математики.

1. *Непрямий вплив завжди знімає гальмуючий вплив у вираженні своїх думок.* Учнів можна навчити розумно мислити тоді, коли вони вільно висловлюють свої припущення та міркування.

2. *Принцип непрямого впливу викликає потребу в самостійному пошуку знань.*

3. *Через непрямий вплив легко добитися активності учнів і створити умови для розвитку їх творчості.* У розвитку творчості важливу роль відіграють проблемні ситуації. Творчість має прямий зв'язок з подоланням труднощів, що є одним із сигналів творчого початку в навчальній роботі.

4. *Принцип непрямого впливу створює сприятливі умови для розвитку критичного мислення і впливає на розвиток самоцінності та самокритичності.* Непрямий вплив викликає в учнів потребу у проведенні критичного аналізу отриманих знань і можливостей їх застосування. Характеризуючи людину як самокритичну і вимогливу мають на увазі будову її розумової діяльності. Це розкривається перш за все у підходах до розв’язування задач. При навчанні математики особливу роль відіграє аналіз помилкових уявлень та суджень.

5. *Непрямий вплив виступає і як метод виховання інтуїтивного мислення учнів.* Інтуїція – це висновок без наступного міркування, чуття, здогадка. Інтелектуальна інтуїція – це здатність виведення нового через складний і той же час раптовий розумовий процес асоціативного змісту. Як пізнавальний акт, інтуїція відповідає вищій ланці пізнання. Вчитель може моделювати сприятливі ситуації, які розвивають інтуїтивне мислення, оскільки воно залежить від досвіду, ерудиції та ін.

Виходячи з цих принципів можна зробити висновки про те, що непрямий вплив є одним із засобів моделювання на спеціальному задачному матеріалі. Вчителям доцільно приділяти увагу учнів розв’язуванню нешаблонних задач, самим приймати творчу участь в пошуках “відкриттів”.

Виховний характер непрямого впливу полягає насамперед у формуванні внутрішньої мотивації до навчання. Коли учень залучений до процесу відкриття знань, він переживає інтелектуальне задоволення від самостійно здобутого результату, що зміцнює пізнавальний інтерес і стимулює подальшу активність.

Крім того, систематичне залучення до розв’язування проблемних завдань сприяє розвитку наполегливості, відповідальності, здатності доводити розпочату справу до кінця. У процесі аргументації та обговорення математичних рішень формується культура логічного мислення, інтелектуальна чесність, уміння визнавати помилки й коригувати власні судження.

Важливим аспектом є розвиток рефлексії як здатності аналізувати власну діяльність, усвідомлювати способи дій та їх ефективність. Рефлексивні прийоми, інтегровані в структуру уроку математики, сприяють формуванню метакогнітивних умінь, що забезпечують зростання навчальної автономії учнів.

Пізнавальні можливості учнів у процесі навчання математики охоплюють не лише рівень сформованості знань і вмінь, а й здатність до абстрагування, узагальнення, моделювання, перенесення способів дії в нові ситуації [3]. Непрямий педагогічний вплив створює умови для переходу від репродуктивної діяльності до продуктивної, творчої.

Завдяки систематичному застосуванню дослідницьких і проблемно-пошукових методів навчання відбувається розвиток логічного й критичного мислення, формування вмінь аналізувати структуру задачі, встановлювати причинно-наслідкові зв'язки, будувати математичні моделі реальних ситуацій. У результаті підвищується рівень пізнавальної самостійності, що є важливою складовою математичної компетентності.

Література

1. Бевз Г. П. Методика викладання математики: Навчальний. К.: Вища школа, 1989. 367 с.

2. Лов'янова І.В. Дидактичні основи навчання математики. Навчальний посібник для студентів фізико-математичних факультетів педагогічних університетів. Кривий Ріг: КДПУ, 2009. 192 с.

3. Пометун Олена Іванівна Сучасний урок. Інтерактивні технології навчання: наук.-метод. посібник. Київ: А.С.К., 2004.192 с.

4. Слєпкань З.І. Методика навчання математики: Підруч. для студ. мат. спеціальностей пед. навч. закладів. К.: Зодіак-ЕКО, 2000. 512 с.

Ірина Гордієнко, Юрій Матурін. Непрямий вплив на учнів і його виховний характер у розвитку їх пізнавальних можливостей у процесі вивчення математики.

Анотація. Обґрунтовано сутність непрямого педагогічного впливу в процесі навчання математики та розкрито його виховний потенціал у розвитку пізнавальних можливостей учнів. Проаналізовано механізми реалізації непрямого впливу через організацію проблемних ситуацій, навчального діалогу та рефлексії. Доведено, що такий підхід сприяє формуванню внутрішньої мотивації, логічного мислення й навчальної автономії школярів.

Ключові слова: непрямий педагогічний вплив, виховний характер навчання, пізнавальні можливості, математична освіта, проблемне навчання, рефлексія, компетентнісний підхід.

Iryna Hordiienko, Yuriy Maturin. Indirect influence on students and its educational nature in the development of their cognitive abilities in the process of studying mathematics.

Abstract. The essence of indirect pedagogical influence in the process of teaching mathematics is substantiated and its educational potential in the development of students' cognitive abilities is revealed. The mechanisms of implementing indirect influence through the organization of problem situations, educational dialogue and reflection are analyzed. It is proven that such an approach contributes to the formation of internal motivation, logical thinking and educational autonomy of students.

Key words: indirect pedagogical influence, educational nature of learning, cognitive capabilities, mathematical education, problem-based learning, reflection, competency-based approach.

Тетяна Думанська, Уляна Гудима
Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка,
Кам'янець-Подільський, Україна
dumanska@kpnu.edu.ua
hudyma_uliana@kpnu.edu.ua

ФОРМУВАННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОВЛЕННЄВОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ УЧНІВ

Однією з ключових складових загальної культури особистості є мовленнєва компетентність, яка є важливою не тільки для гуманітарних, але й для точних наук, зокрема на уроках математики. Проблема формування математичного мовлення як складової математичної грамотності учнів під час навчання математики особливо актуальна. Світ масово акцентує увагу освітянської спільноти на необхідності сформувати в учнів здатність застосовувати математичні знання у повсякденному житті. Так, це, безумовно, важливо. Проте, варто зупинитися і усвідомити, що для сучасних школярів це викликає значні труднощі.

Бесіди з учителями математики, що працюють у різних класах, свідчать: сучасні школярі мають досить низький рівень сформованості математичного мовлення. Зіткнувшись із проблемою нерозуміння учнями змісту прочитаного математичного тексту, учителю надзвичайно важко за два-три уроки з теми навчити учня використовувати математичний апарат на практиці. Адже, здебільшого, на прохання прочитати лише умову завдання, спостерігається здача техніки читання на швидкість. Доводиться зупиняти і кілька разів змушувати, так, саме змушувати, учня перечитувати ще раз повільно, вдумуючись у кожне слово, умову завдання.

Причин, що призводять до такої глобальної проблеми, є безліч. Її остаточне подолання можливе лише в сумлінній співпраці учителів і батьків. Звичайно, вплинути на других (батьків) не завжди вдається. Тому увагу закцентуємо на шляхах покращення рівня математичної мовленнєвої компетентності здобувачів освіти саме на уроках математики.

Ми підтримуємо точку зору, висвітлену в [2, с. 4], про те, що «навчання математиці, як і навчання українській мові, відіграє важливу роль у формуванні в учнів мовленнєвої культури. Але, водночас з тим, що математична мова є метою навчання, вона є і засобом навчання математиці, оскільки дозволяє розкрити зміст і значення математичних понять».

Проблему формування математичного мовлення вивчає й О. С. Чашечникова [5], яка, досліджуючи поняття математичної грамотності, стверджує, що воно має також включати в себе не тільки термінологічну грамотність, але й правильну математичну мову (усну та письмову), обчислювальну та графічну культуру.

Повністю погоджуємося з думкою, що основну увагу насамперед необхідно приділяти розвитку мовленнєвих навичок, лексичному запасу та правильному вживанню термінів під час навчання математичних концепцій [3, с. 7].

Згідно таксономії Б. Блума [4, с. 1] розуміння формул – це лише перші три рівні (знання, розуміння, застосування) класифікації цілей навчання серед шести. Причому вони відносяться до цілей нижчого порядку (мислення низького рівня). Порівняння рівнів розуміння формул представлено в таблиці.

Порівняння рівнів розуміння формул

Стан учня	Як це назвати	Рівень за Б. Блумом
Знає назву, але не вміє застосувати	Формалізм (знання без розуміння)	Запам’ятовування
Застосовує, але не знає назви	Інтуїтивне/Операційне володіння	Застосування
Застосовує і вірно називає	Сформована математична компетенція	Аналіз / Розуміння

Мовлення – це відображення думок людини, її світогляду з одного боку, а з іншого – це показник її ставлення до інших [1].

Математика – це мова. Якщо учень не знає назви «різниця квадратів» або «квадрат суми», це означає, що він не володіє лексикою цієї мови.

Чому це проблема? Без назв (термінів) неможливо будувати складні логічні ланцюжки. Наприклад, учитель каже: «Сформулюй формулу різниці кубів», а учень формулює формулу куба різниці. Або на прохання вчителя скористатися різницею квадратів учень витрачає час на те, щоб зрозуміти, про який саме інструмент ідеться.

Для подолання цієї проблеми на уроках математики пропонуємо постійно виділяти час на етап вербалізації, використовуючи візуальні підказки безпосередньо на класній дошці, де структура формули пов’язана з її назвою. Вкінці уроку, під час рефлексії, приємним закінченням уроку для учнів є виконання інтерактивних вправ на освітній платформі *WordWall.*

Якщо учень навчився рахувати, але не пройшов етап вербалізації, виникає «інтелектуальна німота». Це призводить до того, що при появі складнішої теми (наприклад, розкладання многочленів на множники) дитина «плаває», бо не може класифікувати інструменти у своїй голові.

Вербалізація – трансформація внутрішніх логічних дій у зовнішнє чітке мовлення. Це міст між «я знаю аналітичний запис формули» і «я вмію її словесно сформулювати», «я щось роблю» і «я розумію, що я роблю».

Завдяки вербалізації учні навчаються сприймати формули як речення з конкретним змістом, у них формуються звички правильно називати математичні об’єкти (наприклад, формули скороченого множення) для покращення алгоритмічного мислення, розвивається здатність пояснювати логіку розв’язування, що є фундаментом для глибокого розуміння предмета.

Як показує особистий досвід роботи з учнями, що навчаються за науково-педагогічним проєктом «Інтелект України», вербалізація надзвичайно корисна, оскільки спостерігається *усвідомлення алгоритму* (коли учень промовляє назву формули (наприклад, «різниця квадратів»), його мозок активує цілий блок правил, пов’язаних із цією структурою), *контроль помилок* (промовляючи формулу, учень помічає помилки у власних записах), *перехід у довготривалу пам’ять* (назва стає «ярликом» (тегом) у пам’яті. Легше знайти в «архіві» мозку папку з назвою «Квадрат суми», ніж набір хаотичних символів).

Дослідження, що грунтуються на основі особистих спостережень і спілкуванні з учителями математики, показало, що саме вербалізація найефективніше сприяє розумінню і свідомому читанню математичного матеріалу, зокрема словесному формулюванню математичних формул, ознак, властивостей, теорем і т. д. Тому під час будь-якого типу уроку, чи то уроку вивчення нового матеріалу, чи уроку закріплення знань, умінь і навичок, доцільно акцентувати увагу на формуванні не лише математичних, але й мовленнєвих навичок, що сприяє більш якісному розумінню та використанню математичних концепцій. Акцент на математичному мовленні повертає розуміння самої математики.

Література

1. Бабич Н. Д. Практична стилістика і культура української мови. Львів : Світ, 2003. 432 с.
2. Годованюк Т., Ярова М. Про культуру мови і мовлення вчителя математики. URL: https://dspace.udpu.edu.ua/bitstream/6789/4495/1/Матем_шк.pdf (дата звернення: 08.02.2026).
3. Методика розвитку мовленнєвої компетентності учнів профільної школи на уроках алгебри і початків аналізу. URL: https://dspace.bdpu.org.ua/server/api/core/bitstreams/b328434c-377c-4166-97eb-a02bf16985ff/content (дата звернення: 08.02.2026).
4. Пометун О. Таксономія Б. Блума. URL: https://kegt.rshu.edu.ua/images/dustan/2020/ja_03.pdf (дата звернення: 08.02.2026).
5. Чашечникова О. С., Мельникова М. В., Носаченко Л. В., Тверезовська Ю. М., Шевченко Н. О. Деякі аспекти формування математичної грамотності учнів. *Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання математики* : Матеріали Всеук. наук.-метод. конф. (3-4 грудня 2009 р., м. Суми). Суми : Вид-во СумДПУ імені А.С. Макаренка, 2009. С. 103-105.

Тетяна Думанська, Уляна Гудима. Формування математичної мовленнєвої компетентності учнів.

Анотація. Розглянуто питання щодо необхідності формування математичної мовленнєвої компетентності як однієї з ключових складників загальної математичної культури здобувачів освіти. Визначено, що вільне володіння математичною мовою є обов'язковою умовою для коректної інтерпретації та передачі логічних висновків. Обгрунтовано ефективність етапу вербалізації під час уроку, що сприяє подоланню «мовного бар'єру» в математиці.

Ключові слова: математична мовленнєва компетентність учня, математична грамотність, математична культура, етап вербалізації, урок математики.

Tetiana Dumanska, Uliana Hudyma. Developing students' mathematical speech competence.

Annotation. The paper examines the necessity of forming mathematical speech competence as a key component of the overall mathematical culture of students. It is determined that fluency in mathematical language is a prerequisite for the correct interpretation and communication of logical conclusions. The study substantiates the effectiveness of the verbalization stage during the lesson, which contributes to overcoming the 'language barrier' in mathematics.

Key words: student's mathematical speech competence, mathematical literacy, mathematical culture, verbalization stage, mathematics lesson.

Світлана Єфименко
Бердянський державний педагогічний університет
Запоріжжя, Україна
sm_yefimenko@bdpu.org.ua

НАБЛИЖЕНІ ОБЧИСЛЕННЯ У ЗМІСТІ СУЧАСНОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ ОСВІТИ: КОМПЕТЕНТНІСНИЙ ВИМІР

Професійна діяльність сучасного вчителя математики полягає не лише в озброєнні здобувачів освіти теоретичними знаннями, уміннями й навичками їх застосування під час розв'язування типових завдань предметної галузі. Відповідно до Державного стандарту математичної освіті, пріоритетним завданням навчального предмета є формування математичних компетентностей учнів із наданням переваги прикладній складовій навчання, що передбачає створення математичного інструментарію для розв'язання майбутніх фахових та життєвих завдань. Оскільки людина як суб'єкт діяльності постійно стикається із ситуаціями, у яких точні дані відсутні або потребують наближеної оцінки (кількісна інтерпретація фізичних властивостей об'єктів, результатів вимірювань; робота зі статистичними даними та комп'ютерною графікою; моделювання нелінійних систем; розв'язання конструкторських, екологічних, метеорологічних задач; опис біологічних процесів тощо), виникає необхідність ознайомлення школярів з теорією похибок та методами наближених обчислень [1]. Останні, завдяки широкому застосуванню та вагомій практичній цінності, є невід'ємною складовою інженерної й математичної підготовки, зокрема в педагогічних закладах вищої освіти.

Проблематика наближених обчислень та їх упровадження в навчальний процес розвивалася протягом століть. Серед ключових постатей, праці яких заклали підґрунтя сучасної теорії наближених обчислень, — К.Гаусс, Л.Ейлер, І.Ньютон, К.Рунге.

У шкільному курсі математики наближені обчислення знайшли відображення в наукових працях минулого століття (В.Брадіс, А.Колмогоров, В.Фірсов та інші). Водночас слід відзначити потужну школу українських науковців: Г.Бевза, О.Березовського, В.Кліндухову, Г.Кореня, М.Кравчука, З.Літовченко, І.Ляшка, В.Макарова, З.Слєпкань, В.Швеця, М.Шкиля, які адаптували теорію наближених обчислень до освітнього процесу закладів вищої та загальної середньої освіти.

Попри значні наукові здобутки в області наближених обчислень, розвиток цифрових технологій і переорієнтація математичної освіти на компетентнісний, а не формально-обчислювальний підхід зумовлюють необхідність перегляду поточного стану їх упровадження в навчання на різних рівнях освіти. Це актуалізує подальші дослідження зазначеної проблематики.

Відповідно до стандартів вищої освіти за спеціальностями 111 «Математика», 122 «Комп'ютерні науки», вивчення наближених обчислень реалізується через навчальні дисципліни «Методи наближених обчислень», «Чисельні методи» та забезпечує формування таких обов'язкових компетентностей [3]:

1) здатності використовувати сучасні *методи математичного моделювання* об'єктів, процесів і явищ;
2) здатності застосовувати *чисельні методи для дослідження математичних моделей* та враховування *похибок* наближеного чисельного розв'язування професійних задач;
3) здатності проводити обчислювальні експерименти з обробкою й аналізом результатів із використанням *обчислювальних інструментів для чисельних* і символьних розрахунків.

Зміст зазначених дисциплін охоплює елементи теорії похибок (наближених обчислень), методи наближеного розв'язування нелінійних рівнянь, інтерполювання та наближення функцій, чисельне диференціювання та інтегрування, методи апроксимації та згладжування

функцій. У процесі їх опанування (залежно від спеціальності) студенти використовують спеціалізовані пакети прикладних програм, системами комп'ютерної алгебри, мови програмування, що перетворює навчання на інтерактивне дослідження математичних моделей.

Отже, у межах математичної та інженерної підготовки в закладах вищої освіти наближені обчислення є важливою та необхідною складовою формування професійних компетентностей майбутніх фахівців, що передбачено затвердженими стандартами відповідних галузей. Розглянемо застосування методів наближеного обчислення в середній та профільній школі.

Опрацювання модельних навчальних програм з математики профільної та базової школи виявило недостатню увагу, яку приділяють вивченню методів наближених обчислень у закладах загальної середньої освіти. Еволюційних аналіз поглядів на місце наближених обчислень в шкільній математичній освіти підтверджує дискусійність окресленої проблеми, яку намагаються вирішити вже понад століття [4;5]. Попри це, питання повноцінного впровадження методів наближених обчислень у шкільний курс математики залишається відкритим, що певним чином можна пояснити високими вимогами до рівня математичної підготовки учнів. Водночас інтеграція методів наближених обчислення у чинні програми шкільної математики дозволить реалізувати її практичну спрямованість, міжпредметні зв'язки, сприятиме підвищенню рівня математичної грамотності учнів. Зауважимо, що в модельних програмах з математики для 5-9 класів дванадцятирічної української школи наявні фрагменти (найпростіші прийоми округлення та читання подвійних нерівностей, оцінювання похибок результатів) теорії наближених обчислень як складові окремих тем, проте вони не представлені як самостійний змістовий компонент навчального курсу. Разом з тим концепція Нової української школи та розвиток STEM-освіти передбачають формування діяльнісно орієнтованого й практикоорієнтованого освітнього середовища, що, враховуючи роль наближених обчислень в житті, робить необґрунтованим зменшення акцентів на вивченні цієї теми у шкільному курсі математики. Слід зазначити, що модельна навчальна програма навчального предмета «Алгебра. 10–12 класи. Поглиблений рівень» містить окремі елементи наближених обчислень, а саме: метод дотичних для наближеного розв'язування рівнянь, поняття методу простої ітерації, послідовність наближень, розв'язування рівнянь $f(x) = x$ методом простої ітерації. Однак значна частина цього матеріалу має необов'язковий характер.

На відміну від української школи у шкільному курсі математики Німеччини наближені обчислення є обов'язковим змістовим компонентом формування математичної компетентності учнів і послідовно вивчаються на різних етапах навчання — від початкової школи (округлення чисел) до старшої (метод половинного ділення, ітерації, застосування чисельних методів наближених обчислень під час моделювання та розв'язування прикладних задач, зокрема з використанням кросплатформенних математичних програм). У зв'язку з цим (у контексті прийняття європейського вектору розвитку всіма ланками українського суспільства) вище означена проблема вимагає комплексного опрацювання з метою оновлення змісту національної шкільної математичної освіти та його узгодження зі стандартами Європейського Союзу.

Отже, є всі підстави зробити такий висновок: включення наближених обчислень до змісту профільного навчання математики як системного, а не фрагментарного компонента є педагогічно доцільним, оскільки це не лише сприятиме поглибленню математичної підготовки школярів і розумінню її прикладного характеру, а й виконуватиме пропедевтичну функцію для успішного опанування дисциплін математичного та інженерного спрямування у закладах вищої освіти. До того ж послідовне введення (для цього є відповідна підготовка учнів) елементів наближених обчислень, наприклад, методу половинного ділення та його практичного застосування під час вивчення нерівностей, забезпечить формування базових уявлень про чисельні методи вже на рівні середньої школи та збагатить зміст математичної освіти [2].

Література

1. Корінь Г. Вивчаємо наближені обчислення // *Математика в школі*. 2003. № 2. С. 35–42.
2. Кліндухова В. М. Про наближені обчислення у шкільному курсі алгебри // *Науковий часопис Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова*. Серія 3, Фізика і математика у вищій і середній школі. 2004. № 1. С. 81–85.
3. Міністерство освіти і науки України. Затверджені стандарти вищої освіти [Електронний ресурс]. URL: https://mon.gov.ua/osvita-2/vishcha-osvita-ta-osvita-doroslikh/naukovo-metodichna-rada-ministerstva-osviti-i-nauki-ukraini/zatverdzheni-standarti-vishchoi-osviti (дата звернення: 20.02.2026).
4. Швець В. О., Кліндухова В. М. Наближені обчислення на уроках математики: 5–9 класи. Київ : Шкільний світ, 2010. 128 с.
5. Швець В. О., Кліндухова В. М. Наближені обчислення у 9 класі // *Математика в школі*. 2008. № 9. С. 16–22.

Світлана Єфименко. Наближені обчислення у змісті сучасної математичної освіти: компетентнісний вимір.

Анотація. Опанування методів наближених обчислень студентами математичних та інженерних спеціальностей закладів вищої освіти, а також учнями загальноосвітніх шкіл формує математичну компетентність, готує здобувачів освіти до успішної практичної діяльності. У статті розкрито значущу роль і недостатню залученість елементів наближених обчислень у зміст шкільної математики. Обґрунтовано необхідність їх упровадження в навчання математики як засобу посилення її прикладної спрямованості, пропедевтики здобуття фахової освіти та розвитку дослідницьких умінь учнів. Показано використання наближених обчислень в європейській математичній освіті, що актуалізує вивчення відповідного досвіду.

Ключові слова: математична освіта, вища освіта, профільна та базова школа, наближені обчислення, стандарти вищої освіти, Німеччина.

Svitlana Yefymenko. Approximate Calculations in the Content of Modern Mathematics Education: A Competency-Based Dimension.

Abstract. Mastering methods of approximate calculations by students of mathematical and engineering specialities in higher education institutions, as well as by pupils of general secondary schools, contributes to the development of mathematical competence and prepares learners for successful practical activity. The article reveals the significant role and insufficient integration of elements of approximate calculations into the content of school mathematics. The necessity of introducing these methods into mathematics teaching as a means of strengthening its applied orientation, providing propaedeutic preparation for professional education, and developing students' research skills is substantiated. The paper demonstrates the use of approximate calculations in European mathematics education, which highlights the relevance of studying this experience.

Key words: mathematics education, higher education, basic and specialized secondary school, approximate calculations, higher education standards, Germany

Віталій Забранський
Український державний університет
імені Михайла Драгоманова
Київ, Україна,
vitaliyzabranskiy@gmail.com

ОРГАНІЗАЦІЙНІ СТРАТЕГІЇ ФОРМУВАННЯ САМОСТІЙНОЇ НАВЧАЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ УЧНІВ У ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ НА РІВНІ БАЗОВОЇ СЕРЕДНЬОЇ ОСВІТИ

Сучасна освітня парадигма орієнтується на формування особистості, здатної до самонавчання, критичного мислення та відповідального прийняття рішень. У цьому контексті особливої значущості набуває проблема формування і розвитку самостійної навчальної діяльності здобувачів освіти. Математика як навчальний предмет створює сприятливі умови для розвитку самостійності завдяки своїй логічній структурі, алгоритмічності та системності. За дослідженнями Сірат Н., Завада В. [2] навіть у початковій школі самостійне вивчення нового матеріалу значно активізує і стимулює навчальну діяльність дітей на уроці математики, підвищує їх розумову активність, вольові зусилля.

В дидактиці самостійна навчальна діяльність розглядається як цілеспрямований процес виконання учнем навчальних завдань без безпосереднього втручання вчителя, але за його методичного керівництва. Наші спостереження вказують на те, що деякі вчителі розуміють організацію самостійної роботи учнів надто спрощено: вивчити відповідну тему за підручником і переказати її зміст, вивчити правило, виконати завдання тощо, а роль учителя зводиться до контролю за виконанням учнями завдань, перевірки їх знань. Така організація самостійної роботи на уроках математики не забезпечує формування та розвитку самостійної навчальної діяльності учнів.

Ефективність формування навчальної автономії значною мірою залежить від того, *як організовано діяльність учнів.* При цьому мають враховуватись вікові та індивідуальні особливості здобувачів освіти та визначатись умови, у яких школяр може діяти самостійно, але водночас відчувати педагогічну підтримку. Організаційні стратегії підтримки самостійності — це система педагогічних дій учителя, спрямованих на створення структурованого, передбачуваного та психологічно безпечного освітнього середовища, у якому учень поступово набуває досвіду самостійного виконання навчальних завдань. Вони охоплюють: структуру уроку; спосіб подання інструкцій; розподіл часу; характер взаємодії між учасниками освітнього процесу; систему зворотного зв'язку.

На рівні базової середньої освіти самостійність не має бути стихійною рисою — вона формується поступово через керовану діяльність, у якій учень отримує чіткі орієнтири та можливість контролювати власні дії. У школярів 5–9 класів відбувається інтенсивне становлення логічного мислення, формуються навички планування діяльності, самооцінювання та рефлексії. Для них характерні такі особливості пізнавальної сфери, як перехід від конкретно-образного до абстрактного мислення; нерівномірність розвитку довільної уваги; потреба у зовнішніх опорах і чітких інструкціях; підвищена емоційна чутливість до оцінювання. Отже, самостійна діяльність у цьому віці має бути керованою, поступово ускладнюваною та педагогічно підтриманою. Учитель має виступати не лише джерелом знань, а організатором навчального середовища, у якому учень набуває досвіду самостійних дій.

Однією з ключових стратегій організації самостійної роботи здобувачів освіти є *чітке структурування завдання*. Учень повинен розуміти не лише зміст дії, а й логіку її виконання. Невизначеність інструкцій часто стає причиною помилок і втрати мотивації. Ефективне завдання має містити:

- коротку та зрозумілу інструкцію;
- визначену мету;
- приклад виконання або зразок;
- критерії оцінювання результату;
- орієнтовний час виконання.

Таке структурування знижує тривожність, допомагає учням організувати власну діяльність і формує навички планування.

У математиці *алгоритмізація* є однією з найрезультативніших організаційних стратегій. Вона передбачає використання пам'яток, схем, опорних конспектів і покрокових інструкцій. Алгоритм дозволяє учневі діяти впевнено, спираючись на логічну послідовність кроків. Особливого значення алгоритмізація набуває у 5–7 класах, коли ще не сформовані стійкі навички самоконтролю. Згодом кількість опор поступово може зменшуватись, що сприяє переходу від керованої до усвідомленої самостійності. Важливим тут є *використання візуальних опор.* Таблиці формул, схеми, графічні алгоритми та інші візуальні матеріали зменшують когнітивне навантаження та підтримують пам'ять учнів. Вони виступають своєрідними «містками» між поясненням учителя та самостійною діяльністю школяра.

Стратегія *поступового зменшення підтримки з боку вчителя* ґрунтується на ідеї поетапного розвитку самостійності. Учитель спочатку надає значну допомогу, а згодом передає відповідальність самому учневі. Послідовність етапів може бути така:

1. Виконання завдання за зразком.
2. Виконання за аналогією.
3. Частково самостійна діяльність із підказками.
4. Повністю самостійне виконання.

Такий підхід забезпечує відчуття успіху, знижує страх помилки та формує внутрішню впевненість школярів.

Диференціація завдань є умовою особистісного зростання учня. У класі завжди існує різний рівень підготовки учнів, тому єдина система завдань не забезпечує ефективного розвитку самостійності. Диференціація дозволяє кожному працювати у власному темпі та відповідно до власних можливостей. Практичними формами є:

- завдання різного рівня складності;
- завдання на вибір;
- додаткові вправи за бажанням;
- варіативні підказки.

Диференційований підхід підтримує мотивацію, зменшує відчуття неуспіху та стимулює особистісний прогрес.

Організація самостійної діяльності передбачає *врахування вікових та індивідуальних особливостей здобувачів освіти та раціональне дозування часу на самостійну роботу*. У 5–6 класах тривалість самостійної роботи має бути коротшою, поступово збільшуючись у старших класах. Раціональне дозування часу підтримує темп уроку, запобігає перевтомі, формує навички самоорганізації.

Важливим при організацій самостійної роботи учнів є *організація простору та форм взаємодії.* Самостійність формується не лише через індивідуальну роботу, а й через форми навчання. Робота в парах, малих групах розвиває відповідальність, взаємонавчання та комунікативні вміння. Зміна форм діяльності сприяє активізації уваги та підтримує інтерес до предмета, водночас зберігаючи можливість для індивідуальної відповідальності за результат.

Невід'ємною складовою організаційних стратегій є оперативний *зворотний зв'язок.* Учень повинен бачити наслідки своїх дій і розуміти причини помилок. Ефективними інструментами є: ключі для самоперевірки; взаємоперевірка робіт; короткі коментарі вчителя; сигнальні картки розуміння; чек-листи самоконтролю.

Регулярні *самоконтроль та рефлексивні* дії під час самостійної роботи формують в учнів метакогнітивні навички — здатність аналізувати власне мислення та результати діяльності. Доцільними є регулярні короткі дії наприкінці завдання або уроку:

- «Що я зробив правильно?»
- «Де була помилка?»
- «Що повторити?»

Роль учителя у підтримці самостійності. Учитель виступає не лише джерелом знань, а організатором освітнього середовища. Його завдання полягає у створенні умов, у яких учень може діяти самостійно, не відчуваючи ізоляції чи страху помилки. Баланс підтримки є визначальним при формуванні навчальної самостійності.

Отже, організаційні стратегії підтримки самостійності учнів у навчанні математики є системою взаємопов'язаних педагогічних дій, що забезпечують поступовий перехід від керованої до усвідомленої самостійної навчальної діяльності. Їх ефективність визначається поєднанням чіткої структури, алгоритмізації, диференціації, раціонального дозування часу та оперативного зворотного зв'язку. Самостійність формується не через відсутність допомоги, а через *грамотно організовану підтримку*, яка дозволяє учневі усвідомити власні можливості, бачити прогрес і брати відповідальність за результат навчання. Саме така організація освітнього процесу сприяє розвитку математичної компетентності та ключової компетентності — уміння навчатися протягом життя.

Література

1. Бевз Г. П. Моя методика математики / упоряд. і відп. ред. В. О. Тадеєв. Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2021. 584 с.

2. Сірат Н., Завада В. Самостійна робота здобувачів початкової освіти як засіб формування математичних компетентностей. *Міжнародний науковий журнал «Грааль науки».* 2023. № 33. С.371 –372.

Віталій Забранський. Організаційні стратегії формування самостійної навчальної діяльності учнів під час навчання математики на рівні базової середньої освіти.

Анотація. У статті розглянуто організаційні стратегії формування самостійної навчальної діяльності учнів під час навчання математики в базовій школі, а саме: структурування завдань, алгоритмізацію дій, диференціацію, раціональне дозування часу та зворотний зв'язок. Підкреслено роль учителя як організатора освітнього середовища, що забезпечує поетапний розвиток самостійності учнів.

Ключові слова: самостійна навчальна діяльність, математика, базова середня освіта, організаційні стратегії, диференціація, самоконтроль.

Vitaliy Zabransky. Organizational strategies for forming students' independent learning activity during teaching mathematics at the level of basic secondary education.

Abstract. The article considers organizational strategies for forming students' independent learning activity during teaching mathematics in basic school, namely: structuring tasks, algorithmization of actions, differentiation, rational dosing of time and feedback. The role of the teacher as an organizer of the educational environment, which ensures the gradual development of students' independence, is emphasized.

Key words: independent learning activity, mathematics, basic secondary education, organizational strategies, differentiation, self-control.

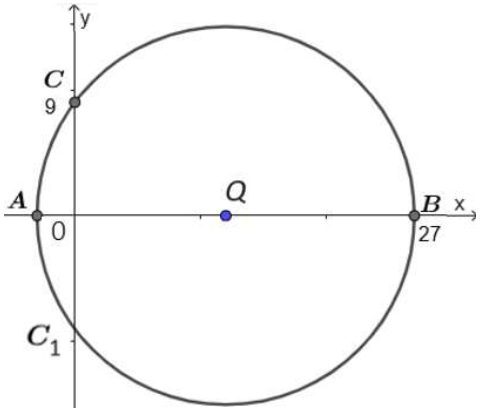
Людмила Ізюмченко
Ліцей «Престиж» м. Києва,
Київ, Україна
l.iziumch@gmail.com

ПОШУКИ АЛЬТЕРНАТИВНИХ СПОСОБІВ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ ПЛАНІМЕТРІЇ

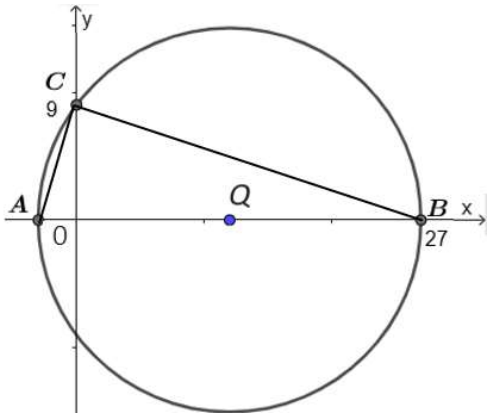
Дослідженню впливу пошуків альтернативних способів розв'язання задач на покращення математичної освіченості учнів автор приділяє значну увагу [2]. У даному повідомленні ми звертаємо увагу на безумовну корисність розв'язання кожної геометричної задачі мінімум двома способами, що гарантує не тільки більшу упевненість у правильності її розв'язання, а і показує різні грані цієї задачі, які розкриваються з кожним новим розв'язанням.

Для ілюстрації цієї думки ми створили задачу за готовим малюнком (мал. 1), така рубрика є в шкільних підручниках Бевза Г.П. для 7-11 класів, зокрема і в [1]. На наш погляд, це дуже важливий формат подання умови задачі: потрібно вчити учнів інтерпретувати такі умови задачі правильно, не пропускаючи даних задачі і не придумуючи те, чого там немає.

Зазвичай у шкільних підручниках поруч з малюнком записано, що саме потрібно знайти. Ми ж пропонуємо учням самим створити задачу, наприклад: знайти радіус кола; знайти відстань від позначених на малюнку кінців діаметра до початку координат; знайти координати центра кола; скласти рівняння кола; знайти довжину кола, площу круга; величину кута, під яким видно хорду AC із точки Q, довжину меншої дуги AC і ін.



Мал. 1. Умова задачі



Мал. 2. Етапи розв'язання

Аналіз і розв'язання задачі.

Спосіб 1а. Добудуємо конструкцію (мал. 2), провівши відрізки AC і CB. Дуже корисно згадати властивості вписаних і центральних кутів та отримати значення для $\angle AQB$=180°, $\angle ACB$=90°; аналізуючи отриманий прямокутний трикутник ACB, згадати, яким співвідношенням пов'язані висота h_c, проведена до гіпотенузи, і проєкції катетів a_c і b_c на гіпотенузу, з малюнка маємо числові дані: $h_c = 9$, $a_c = 27$, звідки $27 \cdot b_c = 9 \cdot 9$, і відповідно $b_c = 3$, уся гіпотенуза $27 + 3 = 30$. Виконавши перехід від трикутника до кола, робимо висновок про діаметр кола $d = 30$, його радіус $R = 15$, відстані від точки A до початку координат $AO = 3$, від точки Q до початку координат $OQ = 12$, Q (12; 0) і т. ін.

Спосіб 1б. З подібності прямокутних трикутників AOC і COB за гострим кутом отримаємо пропорційність відповідних сторін $AO : OC = OC : OB$, що дає змогу отримати AO. Маємо ті ж результати.

Спосіб 1в. Записавши тангенси рівних кутів $\angle CAO$, $\angle BCO$ і прирівнявши їх, отримаємо ту ж саму пропорцію і ті ж самі результати.

А тому всі ці прийоми, хоч і спираються на різні математичні поняття, фактично є одним

і тим самим способом (утвореним внаслідок подібності утворених прямокутних трикутників).

Спосіб 2. Використаємо симетрію кола, щоб сказати, що друга точка C_1 (мал. 1) перетину кола з віссю ординат знаходиться теж на відстані 9 одиниць від точки O. Дві хорди кола AB і CC_1 перетинаються в точці O, а тому добутки частин цих хорд рівні $AO \cdot OB = OC \cdot OC_1$, тобто $AO \cdot 27 = 9 \cdot 9$, звідки $AO = 3, AB = 30, R = 15$, маємо ті ж результати (використано подібність за двома кутами трикутників AOC_1 і COB).

Спосіб 3. Метод координат. Координати точок $C(0; 9)$, $B(27; 0)$, кутовий коефіцієнт прямої – тангенс кута, який вона утворює з додатним напрямом вісі абсцис, дорівнює $-\frac{1}{3}$, відрізок, який вона відтинає на осі ординат 9, тому (BC): $y = -\frac{1}{3}x + 9$, можна було скласти рівняння прямої за двома точками чи за точкою і напрямним вектором. Оскільки центр кола, описаного навколо трикутника, є перетин серединних перпендикулярів, то запишемо рівняння серединного перпендикуляра до (BC). Точка $M(13{,}5; 4{,}5)$ – середина відрізка BC, кутові коефіцієнти взаємно перпендикулярних прямих $k_1 \cdot k_2 = -1$, тому $k_2 = 3$ і рівняння серединного перпендикуляра $y = 3(x - 13{,}5) + 4{,}5$, звідки отримаємо $y = 3x - 36$. Точка Q лежить на цій прямій і на вісі ординат, а тому $y = 0$, звідки $x = 12$. А тоді $R = QB = 27 - 12$ і маємо той самий ланцюжок для інших шуканих величин.

Спосіб 4. Алгебраїчний метод.

Нехай $R = QB = QC = x, OC = 9$, тоді $QO = 27 - x$. Запишемо теорему Піфагора для трикутника COQ: $(27 - x)^2 + 9^2 = x^2$, $27^2 - 54x + 9^2 = 0, x = 15$ – маємо той же результат для радіуса.

У повідомленні розглянуто приклад геометричної задачі, наведено альтернативні способи її розв'язання, що сприятиме гнучкості мислення школярів, кращому розумінню взаємозв'язків між різними розділами шкільного курсу, сприйняттю математики як єдиної гармонійної системи.

Література

1. Бевз Г.П. Геометрія: підруч. для 9 кл. загальноосвіт. навч. закл. / Г.П. Бевз, В.Г. Бевз, Н.Г. Владімірова. К.: Видавничий дім «Освіта», 2017. 272 с.: іл.

2. Ізюмченко Л.В. Пошуки різних способів розв'язування задач як каталізатор особистісного зростання учнів. Освіта. Інноватика. Практика, 2025. Том 13, № 3. С. 30-36.

Людмила Ізюмченко. Пошуки альтернативних способів розв'язання задач планіметрії.

Анотація. Наведено приклад задачі, яку можна розв'язати різними способами, використовуючи знання учнів з різних розділів геометрії, а саме із використанням властивостей прямокутного трикутника, властивостей подібних трикутників; координат і векторів, тригонометричних функцій гострого кута прямокутного трикутника. Такий приклад буде корисний учням старших класів, студентам математичних спеціальностей, вчителям математики.

Ключові слова: подібні трикутники, описане коло, центральні і вписані кути, співвідношення у прямокутному трикутнику, метод координат, алгебраїчний метод, рівняння прямої, умова перпендикулярності прямих.

Liudmyla Iziumchenko. **Searching for alternative methods for solving planimetry problems.**

Abstract. An example of a problem is given that can be solved in different ways, using students' knowledge from different sections of geometry, namely using the properties of a right triangle, properties of similar triangles; coordinates and vectors, trigonometric functions of the acute angle of a right triangle. Such an example will be useful for high school students, students of mathematical specialties, and mathematics teachers.

Key words: similar triangles, circumscribed circle, central and inscribed angles, ratios in a right triangle, coordinate method, algebraic method, equation of a line, condition for perpendicular lines.

Зоя Кравченко
КВНЗ «Харківська академія
неперервної освіти»
Харків, Україна
zoyakrav@ukr.net

КОНТРПРИКЛАДИ ЯК ЗАСІБ ФОРМУВАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ ПОНЯТЬ

Сучасний світ швидко змінюється, і ці зміни торкаються всіх нас. Перехід освіти від знаннєвої парадигми до компетентнісно орієнтованої вимагає кардинальних змін у навчальному процесі. Тому актуальною є проблема використання дієвих засобів під час формування математичних понять.

Формування математичних понять може відбуватися двома методами: конкретно-індуктивним і абстрактно-дедуктивним. Робота по формуванню понять проходить в основному за схемою: мотивація введення поняття, виявлення його суттєвих властивостей, введення відповідного терміну та означення, оволодіння розпізнавання об'єктів, застосування поняття, систематизація понять, контроль і корекція рівня засвоєння понять [5]. Для виявлення якості засвоєння понять доцільно застосовувати контрприклади.

Під контрприкладом будемо розуміти будь-яку задачу, що допомагає з'ясувати та усунути помилкові асоціації, що мають учні. У ролі контрприкладів можуть виступати задачі з неповними або суперечливими умовами.

Контрприклади застосовуються в тих випадках, коли учня потрібно переконати в тому, що він помиляється, або докорінно не розуміє сутності математичного поняття. Для того, щоб переконати учня в хибності деякого загального висловлення достатньо навести хоча б один контрприклад.

Контрприклади виконують такі функції:
– ілюструюча і конкретизуюча функції;
– функція попередження помилок та хибних аналогій;
– конструктивна функція;
– функція розвитку мовної самостійності;
– функція навчання самоконтролю.

Ілюструюча і конкретизуюча функції реалізуються в процесі використання рисунків-прикладів і рисунків-контрприкладів під час формування понять та контролю за класифікацією. Конструктивна функція реалізується під час побудови прикладів існуючих об'єктів, що задовольняють відповідним властивостям.

Для реалізації функції навчання самоконтролю можна запропонувати учням таке завдання: перевірьте виконання завдання вашим сусідом, якщо ви не згодні з якимось вибором, наведіть контрприклад (можливий варіант помилки та контрприклада: $a+\sqrt{5}$ – ірраціональне число, контрприклад: $-\sqrt{5}+\sqrt{5}=0$).

Дієвим способом переконання учнів в неточності означення поняття є наведення контрприкладів, тобто пред'явлення таких об'єктів, які задовольняють сформульованому означенню, але які не входять до обсягу даного поняття. Наприклад, у випадку, якщо учні дають означення періодичної функції, як функції для якої існує таке число *T,* що при будь яких x із області визначення функції числа $x-T$ і $x+T$ також належать цій області і виконується рівність $f(x-T)=f(x)=f(x+T)$. Звичайно некоректність цього формулювання помічають далеко не всі учні, але якщо їм показати контрприклад $(x-0)^2=x^2=(x+0)^2$ – функція не є періодичною, стає зрозуміло, що треба вказати $T\neq 0$.

Слід звернути увагу учнів на те, що пропуск навіть одного слова може приводити до неправильного означення поняття. Наприклад, якщо учень формулює означення поняття

«вписаний кут», пропускаючи, що вершина кута лежить на колі, то вчитель ілюструє відразу на дошці зроблену неточність.

Доцільно пропонувати учням завдання на некоректність формулювання означень. Зокрема, навести контприклад на таке означення тотожності: тотожність – це рівність, що не залежить від значення змінної. (Контприклад: *(a – a) 8 = 9 +6a – 6a*). У наведеному означенні пропущено слово «правильна» рівність.

В математиці найчастіше використовуються логічні формули:

$$\forall x(A(x)) \Rightarrow B(x); \forall x(A(x)) \Rightarrow B(\overline{x}),$$

для ілюстрації яких використовуються контр приклади.

Під час використання контрприкладів до завдань потрібно враховувати, що:

а) контрприклали розв'язуються в класі з безпосередньою участю вчителя;

б) помилки відразу аналізуються.

Таким чином, робота учнів з контрприкладами суттєво підвищує якість засвоєння понять учнями, сприяє упередженню помилкових узагальнень та хибних аналогій.

Література

1. Державний стандарт базової середньої освіти. URL: https://www.kmu.gov.ua/npas/pro_deyaki-pitannya-derzhavnih-standartiv-povnoyi-zagalnoyi-serednoyi-osviti-i300920-898 (дата звернення 12.02.2026).

2. Кремень В.Г. Розвиток освіти в Україні у контексті загально цивілізаційних змін / В.Г. Кремень // Педагогіка і психологія профільної освіти. – 2005, № 4. – С. 9 – 16.

3. Компетентнісно орієнтована методика навчання математики в основній школі: Метод. посібник / О.І.Глобін, М.І. Бурда, Д.В. Васильєва, В.В. Волошена, О.П. Вашуленко, Н.Д. Мацько, Т.М. Хмара. — К.: Педагогічна думка, 2015. – 245с.

3. Скафа О. І. Методичні складові етапів формування понять у евристичному навчанні математики / О. І. Скафа // Математика в школі. – 2004. – № 1. – С. 2–6.

4. Скафа О. І. Навчання доведенням та евристики / О. І. Скафа // Математика в школі. – 2004. – № 5. – С. 14 – 19.

5. Слєпкань З. І. Методика навчання математики : підруч. [для студ. мат. спец. пед. навч. закл.] / З. І. Слєпкань. – К. : Зодіак-Еко, 2000. – 512 с.

Зоя Кравченко. Контрприклад як засіб формування математичних понять.

Анотація. У статті розглянуто питання використання контрприкладів в процесі формування математичних понять. Показано умови використання контрприкладів до завдань. Проілюстровано функції контприкладів. Наведено конкретні завдання використання контприкладів.

Ключові слова: математичні поняття, контрприклад, формування, функція.

Zoya Kravchenko. A contrary instance as a means of forming mathematical concepts.

Abstract.The article deals with the impact of the use of contrary instances in the processes of forming mathematical concepts. The conditions of including counter instances in the system of exercises are shown. The functions of counterexamples are illustrated. Specific tasks for using counterexamples are given.

Key words: mathematical concepts, contrary instances, formation, function.

Михайло Кривошея,
Вінницький державний педагогічний університет
імені Михайла Коцюбинського,
Вінниця, Україна,
mishakryvoshea@gmail.com

ДОСЛІДНИЦЬКА МАТЕМАТИЧНА ЗАДАЧА ЯК ДИДАКТИЧНИЙ ФЕНОМЕН

Із точки зору творчості, дослідницькі математичні задачі – це своєрідні вершини на плато задач шкільного курсу математики. Саме дослідницькі задачі слугують щонайбільшому наближенню шкільної математики до наукової.

Нині, актуальним можна вважати ретроспективний погляд на колишні «дослідницькі тури», що мали місце в рамках математичних олімпіад. На цих турах пропонувались настільки складні задачі, що розв'язання їх у повному обсязі навіть не очікувалося від учасників олімпіади. Натомість, учням пропонувалося обрати одну із задач (проблем) і максимально просунутися в її дослідженні.

Вилучення необхідності спеціальної окремої підготовки навіть олімпіадників до дослідницьких турів стало одним із чинників, що зумовили відповідну деактивацію освітньої діяльності щодо формування здатності учнів розв'язувати дослідницькі математичні задачі на уроках, самостійних і контрольних роботах, тощо.

Цей дидактичний аспект категорично не покривається МАНівським рухом. Дослідницька діяльність дітей у рамках проєктів МАН передбачає роботу над проблемою впродовж тривалого часу. Нам бачиться актуальним такий підхід, який передбачає формування в здобувача освіти здатності до ефективного пошуку розв'язання дослідницької задачі в рамках дуже обмеженого проміжку часу (45 хвилин контрольної/самостійної роботи, 4 години олімпіади, тощо). Особливої актульності набуває вище сказане з огляду на формування в учнів однієї з ключових компетентостей у контексті європейських освітніх стандартів, а саме: «Здатність до швидкого прийняття оптимального рішення». Крім того, системне залучення здобувачів освіти до дослідницької діяльності безпосередньо на уроці (олімпіаді) слугує плідним підґрунтям щодо формування та становлення його академічної доброчесності.

З огляду на теоретичні основи методики навчання математики, кожна задача, почасти, є дослідницькою. Проте, власне дослідницька задача – це не вправа на перевірку знань (у тому числі й поглиблених знань) або перевірку застосування стандартних шкільних методів. Такі задачі принципово вирізняються поміж інших за своєю суттю. Прикладами дослідницьких задач, у вище вказаному контексті, можуть бути наступні:

- теореми, спосіб доведення яких учень повинен знайти самостійно;
- задачі на самостійний (без використання комп'ютерно-орієнтованх технологій) пошук геометричних місць точок;
- задачі, що вимагають певних досліджень для знаходження щонайбільших та щонайменших значень (за умов, що початки математичного аналізу учнем ще не вивчалися);
- задачі з нестандартним формулюванням, для пошуку відповіді на які потрібні не стільки знання предмету, скільки варіативність і креативність мислення, здоровий глузд, здатність до досліджень, вміння трансформувати, наприклад, практикоорієнтовану умову в еквівалентну математичну модель.

Навіть глибинно з'ясувавши суть умови такої задачі/проблеми, здобувач освіти може тривалий час шукати ключову ідею, провідний шлях міркувань. Дослідницький процес складно піддається прогнозуванню та є непередбачуваним. Слушні міркування часто можуть ґрунтуватися на інтуїції, виникати несподівано, як певне прозріння. Ці моменти «відкриття» й наближають шкільну математику до наукової. В багатьох дослідницьких задачах стосовно нерівностей можна впізнати леми з математичного аналізу; стосовно складних відсотків – певні теоретичні основи актуарної математики; в дослідницьких задачах про дороги,

міждержавні зв’язки, спортивні турніри – частинні випадки теорем із теорії графів. На шляху щодо формування в учнів здатності до досліджень вчитель має подбати про збудження в учнів умотивованості до досліджень. Учні часто сприймають навчання як пасивне засвоєння інформації, а не як процес активного дослідження. В основу дослідницької поведінки закладено психологічну потребу в пошуковій активності [1]. У процесі пошуку розв’язання дослідницької задачі задіяна вся емоційна сфера: від невіри у власні сили до радості успіху. При цьому вольові зусилля стають нормою для дослідника, а невдачі й успіхи сприймаються як природні складники процесу дослідження [2].

Розробляючи задачний матеріал дослідницького спрямування, вчитель повинен враховувати різні аспекти, зокрема: новизна й значущість тем та ідей, відображених у задачі/проблемі; привабливість формулювання умови задачі/проблеми; інтереси учнів; рівень підготовки учнів.

Серед імперативів щодо формування вмінь, які є спільними для всіх ключових компетентностей, дослідницька задача посідає чільне місце. В процесі розв’язування таких задач у здобувача освіти формується критичне мислення; здатність логічно обґрунтовувати свою позицію; вміння вирішувати проблеми, оцінювати ризики та приймати рішення; здатність творити та виявляти ініціативу. Дослідницька задача є доречною на уроці, занятті гуртка, олімпіаді. Вона – дидактичний феномен щодо реалізації наскрізних ліній у навчанні, оскільки слугує плідним підґрунтям для забезпечення фундаментальності та практикоорієнтованості компетентнісного підходу в навчанні математики в закладах загальної середньої освіти.

Література

1. Матяш О.І., Кривошея М.І. Формування в учнів здатності до досліджень як педагогічна проблема // Фізико-математична освіта : науковий журнал. 40, № 2., 2025. С. 30-35. https://fmojournal.org/index.php/fmo/issue/view/24

2. Матяш О. І. Удосконалення дослідницької діяльності студентів в умовах використання інформаційних технологій / О. І. Матяш, Т. А. Волкодав // Науковий вісник Мелітопольського державного педагогічного університету. Серія: Педагогіка. – Випуск 1(14). – Мелітополь, 2015. – С. 120-125.

Михайло Кривошея. Дослідницька математична задача як дидактичний феномен.

Анотація. Дослідницькі задачі слугують наближенню шкільної математики до наукової. Вважаємо актуальним нині підхід, який передбачає формування в здобувачів освіти здатності до пошуку розв’язання дослідницької задачі в умовах обмеженого часу. Нині це важливо з огляду на завдання формування в учнів ключової компетентності європейських освітніх стандартів, а саме - здатність до швидкого прийняття оптимального рішення.

Ключові слова: дослідницька математична задача, дослідницький тур, здатність до досліджень.

Mykhailo Kryvosheia. The Research Mathematical Problem as a Didactic Phenomenon.

Abstract. Research problems contribute to bringing school mathematics closer to scientific mathematics. We consider particularly relevant today an approach that involves developing students’ ability to search for a solution to a research problem under conditions of limited time. This is especially important in view of the task of forming one of the key competencies defined by European educational standards — the ability to make optimal decisions quickly.

Key words: research mathematical problem, research round, research ability.

Ірина Лисенко
УДУ імені Михайла Драгоманова
Київ, Україна
i.m.lysenko@udu.edu.ua
Наталія Працьовита
Київський торговельно-економічний фаховий коледж ДТЕУ
Київ, Україна
natalia.pratsiovyta@gmail.com

ТЕОРЕМА ПРО ДОТИЧНУ І СІЧНУ У ГЕОМЕТРІЇ ЗАГАЛЬНООСВІТНЬОЇ ШКОЛИ

Дотична до кривої – фундаментальне геометричне поняття, яке лежить в основі означення кута між кривими, оптичних властивостей алгебраїчних кривих другого порядку тощо. Оптична властивість параболи: *дотична до параболи утворює рівні кути з фокальним радіусом точки дотику та віссю параболи* широко використовується в техніці (параболічні антени, рефлектори, лінзи тощо).

Вперше з дотичною учні знайомляться в шкільному курсі геометрії, розглядаючи дотичну до кола і вивчаючи властивості дотичної до кола.

Дотична до кривої (лінії) та січна кривої – важливі геометричні поняття шкільного курсу математики, які використовуються і у початках аналізу. Ці поняття фігурують у розділі «вписані та описані чотирикутники» та інших місцях програми.

Дотичну до кола та її властивості учні вивчають у 8 класі. Однією з задач, що приводить до поняття похідної, є задача про дотичну до графіка функції в точці.

Важливим фактом елементарної планіметрії є твердження:

якщо через точку A проведено дотичну AD (D — точка дотику) і січну AC, яка перетинає коло в точках B і C (точка B лежить між точками A і C (Рис 1.)*, то*

$$AD^2 = AC \cdot AB.$$

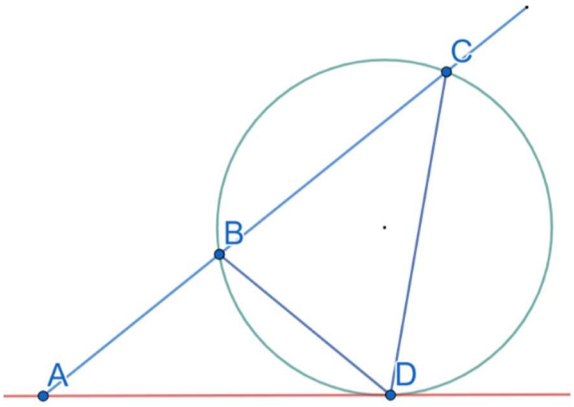


Рис 1.

Це твердження іноді називають теоремою про дотичну та січну, іноді властивістю дотичної та січної. В шкільному курсі геометрії йому відведено роль задачі-теореми (задачі з ключиком). Найпростіше доведення даного твердження ґрунтується на першій ознаці подібності трикутників, а тому вповні логічним місцем його вивчення є геометрія 8 класу (розділ «Подібність трикутників», тема «Перша ознака подібності трикутників»).

Наслідком теореми про дотичну і січну є твердження:

якщо через точку A, що лежить поза колом з центром O, проведено пряму AO, яка перетинає коло в точках E та F, і довільну січну AC, яка перетинає коло в точках B і C, то

$$AF \cdot AE = AC \cdot AB.$$

На жаль, не завжди акцентується на цьому увага учнів, тоді як останнє твердження має окрему свою вповні самостійну нішу застосовності. Акцент на тому, що пряма AO єдина, а AC – довільна.

Зауважимо, що координатна форма вказаних тверджень дає цікаві числові тотожності.

Пропонуємо яскравий приклад застосовності теореми про дотичну та січну до розв'язування задач.

Задача. *Знайдіть відношення сторін трикутника, одна з медіан якого ділиться вписаним колом на три рівні частини.*

Розв'язання. Розглянемо трикутник ABC і медіану AM проведено до сторони BC. (Рис 2.).

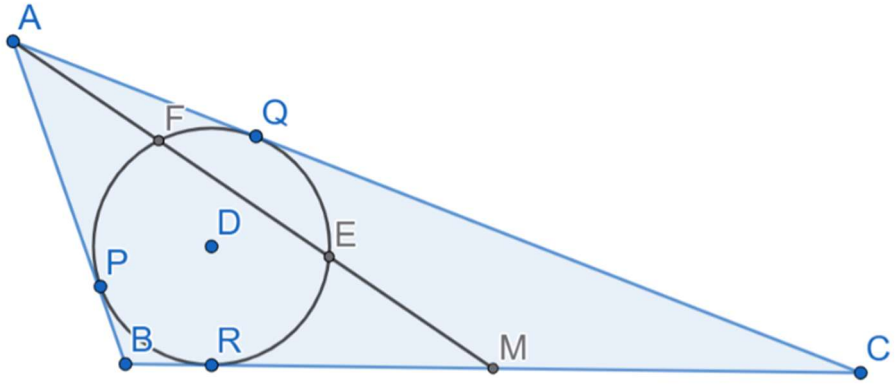


Рис. 2

Нехай $AF = FE = EM = x, BM = MC = y$.

Тоді згідно з властивістю дотичної та січної

$$(AP^2 = AE \cdot AF,\ \ MR^2 = ME \cdot MF)$$

і того, що $AP = AQ$ маємо

$$AP^2 = AQ^2 = 2x^2 = MR^2.$$

Звідси $AP = AQ = x\sqrt{2} = MR$.

Тому

$$AC = AQ + QC = AQ + CR = x\sqrt{2} + \left(y + x\sqrt{2}\right) = 2\sqrt{2}x + y.$$

Аналогічно,

$$AB = AP + PB = AP + CB - CR = x\sqrt{2} + \left(2y - \left(y + x\sqrt{2}\right)\right) = y;\ \ BC = 2y$$

Тоді згідно з формулою медіани трикутника ($m^2 = \frac{2(a^2+b^2)-c^2}{4}$) маємо

$$4AM^2 = 2(AC^2 + AB^2) - BC^2,$$

$$4AM^2 = 2\left(2\sqrt{2}x + y\right)^2 + 2y^2 - (2y)^2;$$

$$36x^2 = 16x^2 + 8\sqrt{2}xy + 2y^2 + 2y^2 - 4y^2,$$

$$20x^2 = 8\sqrt{2}xy,$$

$$x = \frac{2\sqrt{2}y}{5},$$

Тоді $AC = 2\sqrt{2}x + y = 2\sqrt{2} \cdot \frac{2\sqrt{2}y}{5} + y = \frac{8}{5}y + y = \frac{13}{5}y.$

Отже, $AB : AC : BC = y : \frac{13}{5}y : 2y = 1 : \frac{13}{5} : 2.$

Відповідь: $\boldsymbol{AB : AC : BC = 1 : \frac{13}{5} : 2}$.

Література

1. Бевз Г.П. Методика викладання математики: Навч. посібник – 3-тє вид., перероб., і допов. – Київ: Вища школа, 1989. – 367 с.

2. Бевз Г.П. Моя методика математики. – Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2021 р. – 584 с.

3. Бевз Г., Бевз В., Васильєва Д., Владімірова Н.Геометрія. Підрчуник для 8 класу закладів загальної середньої освіти – Київ.: Освіта, 2025 р. – 260 с.

4. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Геометрія для загальноосвітніх навчальних закладів з поглибленим вивченням математики: підр. для 8 кл. – Х. : Гімназія, 2016. – 224 с.

5. Coxeter H.M.S., Greitzer S.L. Geometry revisited. Toronto- New York, 1967.

Ірина Лисенко, Наталія Працьовита. Теорема про дотичну і січну у геометрії загальноосвітньої школи

Анотація. Розглядається теорема про дотичну і січну та наслідки з неї як факти шкільного курсу планіметрії. Наводиться приклад ефективного її використання при розв'язуванні задач елементарної геометрії, обговорюється питання важливості теореми і доцільності виділення її в окремий пункт підручника з геометрії для загальноосвітніх навчальних закладів.

Ключові слова: дотична, січна, теорема про дотичну і січну, подібність трикутників.

Iryna Lysenko, Nataliia Pratsiovita. **The Tangent–Secant Theorem in Secondary School Geometry**

Abstract. The paper examines the tangent–secant theorem and its corollaries as components of the school course in plane geometry. An example of its effective application in solving problems of elementary geometry is presented. The importance of the theorem and the pedagogical expediency of выделing it as a separate topic in a geometry textbook for general secondary education institutions are discussed.

Key words: tangent, secant, tangent–secant theorem, similarity of triangles.

Віктор Лисиця
Харківський національний
університет імені В.Н.Каразіна,
Харків, Україна,
lysytsya@karazin.ua

ВИКОРИСТАННЯ ЛІНІЙНИХ ФУНКЦІЙ ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ РЕАЛЬНИХ СИТУАЦІЙ У ШКІЛЬНОМУ КУРСІ МАТЕМАТИКИ

Вивчення функцій у шкільному курсі математики є одною з ключових складових математичної грамотності. Вони дозволяють учням розуміти взаємозв'язок між змінними і підготуватись до більш складних понять у математиці. Найбільш простими, але при цьому дуже важливими для розуміння функціональних залежностей, є лінійні функції. Вони закріплені у програмі шкільної математики як окремий розділ [5].

У стандартах математичної освіти зарубіжних країн лінійні функції також є ключовими. Наприклад, у стандарті математичної освіти США (NCTM) підкреслюється, що навчання функцій (включаючи лінійні) дозволяє учням розуміти взаємозв'язок між змінними [2]. Це забезпечує перехід до алгебричного мислення: побудова графіків і аналіз залежностей, інтерпретація впливу параметрів на поведінку певних процесів, розв'язання різноманітних задач моделювання.

В українських школах лінійні рівняння і функції розглядаються вже у 7 класі [4, 7]. У цій темі пропонуються прості задачі на складання лінійної функції. Як показують дослідження, використання лінійних функцій при розв'язуванні реальних задач, сприяє розвитку математичних умінь і мотивації учнів [1]. Це один з ключових елементів компетентнісного підходу. Учні навчаються знати не тільки формули, а й застосовувати їх у реальних задачах. У дослідженнях стверджується, що впровадження практичних задач на використання лінійних функцій допомагає учням усвідомити їхню корисність у життєвих ситуаціях. Наведемо приклад задачі, яку можна розв'язати з використанням лінійних функцій.

Задача про переслідування. На річці Ворскла біля пункту *A* браконьєри здійснили незаконний вилов риби і намагаються втекти з місця злочину на моторному човні вниз за течією річки. Вище від пункту *A* (тобто проти течії річки) у 5 кілометрах знаходиться поліцейський відділок Р1, нижче від пункту *A* (тобто за течією річки) у 35 кілометрах знаходиться поліцейський відділок Р2. У відділках поліції отримали інформацію про злочин. Із пункту Р1 через 5 хвилин після початку руху браконьєрів виїхала бригада поліцейських К1 на моторному човні, щоб наздогнати зловмисників. Через 15 хвилин після початку руху браконьєрів із пункту Р2 їм назустріч на моторному човні виїхала бригада поліцейських К2. Швидкість моторного човна у стоячій воді поліцейської бригади К1 – 55 км/год, швидкість моторного човна у стоячій воді поліцейської бригади К2 – 45 км/год, швидкість моторного човна у стоячій воді зловмисників – 35 км/год, швидкість течії річки – 5 км/год. Треба з'ясувати, яка з поліцейських бригад першою перехопить злодіїв?

Учням можна запропонувати побудувати математичну модель, яка описує дану ситуацію. Для цього треба за допомогою лінійних функцій побудувати графіки руху поліцейських бригад і зловмисників. Тут учні згадають, якою функцією описується рівномірний рух, яким чином ввести систему координат, як будувати графіки відповідних функцій руху.

Введемо систему координат. Горизонтальна вісь буде віссю часу t. Вертикальна вісь буде віссю відстані S. Початок системи координат відповідає початковому положенню зловмисників, тобто, пункт A відповідає відстані $S=0$ і час $t=0$. Враховуючи умови задачі, можемо відмітити початкові точки усіх об'єктів у заданій системі координат. Початкове

положення зловмисників – точка *A*. Згідно з умовами задачі початкові положення бригад К1 і К2 на момент початку їх руху задано точками Р1 і Р2 відповідно. Можна скласти лінійні функції, які описують рухи усіх об'єктів:

$$S_{K1} = 60\left(t - \frac{1}{12}\right) - 5;\ S_{K2} = -40\left(t - \frac{1}{4}\right) + 35;\ S_A = 40t.$$

Графіки рухів усіх об'єктів наведено на рис. 1.

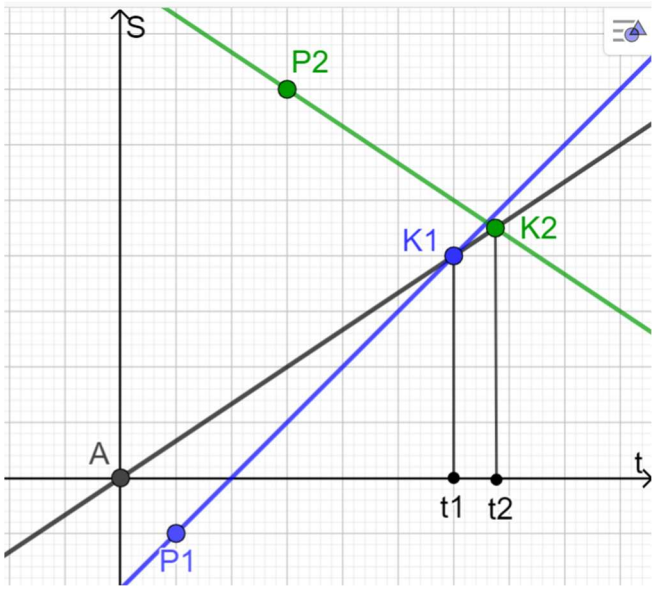


Рис. 1

Чорним кольором зображено графік руху зловмисників, синім кольором – графік руху бригади К1, зеленим кольором – графік руху бригади К2. Як видно з графіків функцій, бригада К1 перехопить зловмисників раніше бригади К2. Цю задачу можна розв'язати й аналітично. Для цього треба розв'язати два лінійних рівняння. Знаходимо, що $t1 = \frac{1}{2}$ год., а $t2 = \frac{9}{16}$ год., що підтверджує попередній висновок. У цій ситуації можна поставити й інші питання: на якій відстані від пункту *A* бригада К1 перехопить зловмисників; де в цей момент буде знаходитись бригада К2.

На лінійних задачах зручно проводити інтерпретацію впливу параметрів на кінцеві результати. У розглянутій ситуації можна запропонувати учням дослідити наступне: як треба змінити швидкість бригаді К2, щоб першою перехопити зловмисників; як змінюється результат в залежності від співвідношення швидкостей усіх об'єктів; як впливає швидкість річки на кінцевий результат тощо. Зауважимо, що розв'язування задач з параметрами є важливою складовою для розвитку математичних компетентностей [6].

Дослідження у математичній освіті показують роль інтерактивних засобів навчання, наприклад GeoGebra [3]. Цей інструмент дозволяє динамічно відстежувати, як змінюється результат при зміні параметрів. Використання GeoGebra на уроках математики сприяє глибшому розумінні теми і формуванню математичної і цифрової грамотності одночасно. Це сприяє STEM-освітній підготовці учнів. За допомогою GeoGebra або інших інтерактивних інструментів можна здійснювати моделювання, візуалізацію залежностей, розв'язування задач, які виходять за межі абстрактної теорії і мають прикладний характер. Учні занурюються у міні-дослідження. Вони роблять маленькі відкриття, а не тільки слухають.

Загальні висновки: лінійні функції дозволяють моделювати реальні ситуації, що є важливим для розвитку математичних компетентностей; формують ключові математичні уміння, зокрема здійснювати інтерпретації графіків; досліджувати вплив параметрів на

функціональні залежності, допомагають розвивати логічне мислення та адаптацію знань до нових задач.

Література

1. Kilp-Kabel T., Sigus H., Mädamürk K. Learning Linear Functions With Real-life Tasks: An Intervention: preprint. – 2025. – 26 p. https://www.researchgate.net/publication/396336204_Learning_Linear_Functions_With_Real-life_Tasks_An_Intervention

2. National Council of Teachers of Mathematics. NCTM Standards. – [Електронний ресурс]. https://www.nctm.org/Standards-and-Positions/NCTM-Standards/?utm_source

3. Ziatdinov R., Valles J. R., Jr. Synthesis of modeling, visualization, and programming in GeoGebra as an effective approach for teaching and learning STEM topics // *Mathematics*. – 2022. – Vol. 10, no. 3. – Art. 398. https://arxiv.org/abs/2202.01415?utm_source

4. Бевз Г. П., Бевз В. Г. Алгебра: підручник для 7 класу загальноосвітніх навчальних закладів. – Київ: Генеза, 2016. – 288 с.

5. Василишин М. С., Миляник А. І., Працьовитий М. В., Простакова Ю. С., Школьний О. В. Модельна навчальна програма «Математика. 7–9 класи» для закладів загальної середньої освіти : рекомендовано Міністерством освіти і науки України (наказ МОН України від 24.07.2023 № 883).

6. Прус А. В., Швець В. О. Задачі з параметрами в шкільному курсі математики: навч.-метод. посібник. – Житомир : Рута, 2016. – 468 с.

7. Школьний О., Нелін Є., Миляник А., Простакова Ю. Математика : підручник інтегрованого курсу для 7 класу закладів загальної середньої освіти. Ч. 1. – Київ ; Харків : Ранок, 2024. – 322 с.

Віктор Лисиця. Використання лінійних функцій для моделювання реальних ситуацій у шкільному курсі математики

Анотація. У тезах розглянуто роль лінійних функцій у формуванні математичної грамотності учнів основної школи. Показано можливості використання задач прикладного характеру для розвитку алгебричного мислення та компетентнісного підходу в навчанні. Наведено приклад задачі про переслідування як засобу математичного моделювання реальної ситуації. Зроблено висновок про ефективність поєднання прикладних задач і цифрових інструментів у навчанні лінійних функцій.

Ключові слова: лінійні функції, компетентнісний підхід у навчанні, математичне моделювання, STEM-освіта, інтерактивні середовища

Viktor Lysytsya. Using Linear Functions to Model Real-Life Situations in the School Mathematics Curriculum

Abstract. The theses considered the role of linear functions in the development of mathematical literacy among lower secondary school students. The possibilities of using applied problems to foster algebraic thinking and a competency-based approach to learning are demonstrated. An example of a pursuit problem is presented as a means of mathematical modeling of a real-life situation. The effectiveness of combining applied tasks with digital tools in teaching linear functions is substantiated.

Key words: linear functions, competency-based approach to learning, mathematical modeling, STEM education, interactive environments

Світлана Лук'янова
УДУ імені Михайла Драгоманова
Київ, Україна
s.m.lukianova@udu.edu.ua
Тетяна Насадюк
гімназія № 260
Київ, Україна
tatiana.nasaduk@ukr.net

ВИКОРИСТАННЯ МУЛЬТИСЕНСОРНИХ ЗАВДАНЬ ПІД ЧАС ОРГАНІЗАЦІЇ ПРАКТИКО-ОРІЄНТОВАНОГО НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ УЧНІВ ТА УЧЕНИЦЬ З ОСОБЛИВИМИ ОСВІТНІМИ ПОТРЕБАМИ

Математика є фундаментальною дисципліною, що формує не лише когнітивні та метакогнітивні навички, які є основою для вивчення інших навчальних дисциплін, а й життєві компетентності, що безпосередньо впливають на соціальну і професійну інтеграцію особистості у подальшому її житті. Не менш важливим під час навчання математики є формування у здобувачів освіти пізнавального інтересу та позитивної самооцінки своєї діяльності. Зважаючи на те, що учні та учениці з особливими освітніми потребами стикаються з бар'єрами у навчанні та соціальній участі в освітньому процесі, які є відмінними від загалу учнівства, важливим також є проблема організації адаптивного навчання для зазначеної частини учнівства.

Ключовим інструментом навчання учнівства з ООП є індивідуальна програма розвитку (ІПР), що дозволяє адаптувати навчальний процес до специфічних потреб кожної дитини із врахуванням наступних чинників: рівень когнітивного розвитку; сенсорні та моторні особливості; психоемоційний стан та стиль навчання; темп засвоєння матеріалу та мотивацію учня. ІПР визначає персоналізовані навчальні цілі та методи, включаючи *мультисенсорні вправи,* які активують одночасно декілька каналів сприйняття. Це дозволяє формувати математичні поняття в учнів та учениць з ООП у власному темпі з дотриманням вимог програм (Кузнецова та інші 2025).

Мультисенсорне навчання ґрунтується на фізіологічних та когнітивних механізмах обробки інформації мозком. Одночасне стимулювання кількох сенсорних систем активізує різні ділянки кори головного мозку, що відповідають за обробку сенсорних сигналів, увагу та пам'ять. Завдяки сенсорній інтеграції мозок об'єднує сигнали з різних сенсорних каналів (зір, слух, дотик, рухи) у єдину когнітивну модель, що дозволяє учням та ученицям перетворювати абстрактні математичні поняття у конкретні дії або образи. Використання рухових компонентів у навчанні (робота з кубиками та лічильними паличками, фізичні рухи тілом, робота пальцями рук) активує моторну кору головного мозку, яка відіграє критичну роль в навчанні та засвоєнні знань. Шляхом формування рухових навичок (процедурної пам'яті), моторна кора створює нові нейронні зв'язки, переводить абстрактні поняття в конкретні моторні команди та сприяє засвоєнню послідовностей дій (Shams 2008).

На відміну від типових завдань (таких як усні чи письмові обчислення) мультисенсорні вправи: допомагають утримувати числову і візуальну інформацію у робочій пам'яті довше, оскільки різні канали повторно кодують один і той самий матеріал; дозволяють учням та ученицям обирати найбільш доцільну стратегію для розуміння математичного матеріалу; зменшувати когнітивне навантаження та підвищувати концентрацію уваги. ІПР створює індивідуальний навчальний простір, в якому мультисенсорний підхід не просто доповнює базову навчальну програму, а стає основним механізмом засвоєння знань, підвищує навчальну самостійність учня з ООП.

Як відомо практико-орієнтованість у навчанні математики сприяє не тільки засвоєнню програмового матеріалу, але також забезпечує дієву інтеграцію набутих математичних знань і навичок у повсякденне життя учнівства. З метою посилення ефективності цього процесу все

частіше в шкільній практиці використовують завдання (прикладні задачі, проєкти, тематичні квести тощо), що доповнені вимогами, які непритаманні традиційним шкільним задачам чи вправам. Наприклад, це може бути виготовлення динамічної моделі до задачі, лепбуку тощо. Зазначені доповнення, як свідчать наші спостереження, позитивно впливають на розуміння учнями та ученицями математичного змісту задач і допомагають їм у пошуку плану розв'язування. Для здобувачів освіти з ООП виконання таких завдань, на нашу думку, має бути систематичним та із врахуванням їхніх особливостей сприйняття навчального матеріалу. Складовими частинами таких завдань є мультисенсорні вправи.

Доповнюючи традиційні завдання мультисенсорними вправами, вчитель чи вчителька повинен зважати на те, що з точки зору домінуючого сенсорного каналу їх поділяють на наступні види: маніпулятивні; візуальні (моделі та графіки); рухові. Розглянемо їхні короткі характеристики та наведемо можливі приклади завдань для учнів і учениць з ООП із використанням цих вправ, як складових практико-орієнтованих завдань під час розв'язування сюжетних задач на уроках (Лук'янова 2006) та у позаурочній проєктній діяльності (Насадюк 2023).

1. *Маніпулятивні вправи:* моделювання математичних операцій за допомогою допоміжних предметів (кубиків, конструктора, лічильних паличок, кульок тощо). Такими вправами можна доповнити завдання під час вивчення властивостей арифметичних дій з метою більш осмисленого засвоєння учнями та ученицями з ООП залежностей між компонентами дій (однокрокові рівняння), а також кращого розуміння математичного змісту понять чи структури задач. Наприклад:

- Формування поняття периметра за допомогою олівців (сірників, паличок): створити фігуру з олівців та визначити її периметр в олівцях. Після цього можна перейти до метричної системи (еквіваленту величини в см).
- Формування поняття площі за допомогою паперових квадратів (мозаїки, ґудзиків): заповнити фігуру однаковими паперовими квадратами та визначити їх кількість.
- Розв'язування сюжетних задач: на знаходження двох невідомих за їх сумою та різницею з використанням способу заміна одного невідомого іншим або способу зрівняння невідомих (ниткова модель), на пропорційний поділ (вузликові моделі).

2. *Візуальні моделі та графіки.* Наприклад:

- Формування вміння робити предметно-змістовий аналіз тексту задачі за допомогою малюнка: прочитати умову задачі, намалювати предмети, явища, дії (додали/забрали), про які йдеться в тексті.
- Формування поняття додатних і від'ємних чисел за допомогою моделі термометра: на вертикальній шкалі рух фішки вгору → додатне число, вниз → від'ємне.
- Поняття дробу за допомогою малювання та розрізання піци, торта, плитки шоколаду під час виконання міні-проєкту.

3. *Рухові вправи.* Наприклад:

- Формування поняття координатної прямої за допомогою кроків ліворуч-праворуч: на підлозі викласти умовну пряму (стрічки, мотузки тощо), позначити старт нулем, здійснювати кроки «+3» → три кроки праворуч, «−2» → два кроки ліворуч.
- Формування поняття модуля на основі попереднього завдання: не важливо в яку сторону рухаємось, важлива лише кількість кроків.

Точність і швидкість запам'ятовування учнями навчального матеріалу можна досягати завдяки комбінуванню вище зазначених завдань Наприклад: трикутник можна намалювати, відшукати серед оточуючих предметів, описати руками в повітрі, обійти імпровізований трикутник кроками на підлозі. Поєднання таких фізіологічних та когнітивних ефектів мультисенсорного навчання дозволяє: підвищити ефективність засвоєння числових понять; стимулювати розвиток абстрактного мислення; формувати позитивну мотивацію до навчання через емоційно насичені, інтерактивні вправи; створювати умови для індивідуалізованого навчання.

Мультисенсорне навчання активує різні ділянки кори головного мозку, що відповідають за обробку сенсорної інформації, увагу та робочу пам'ять. У поєднанні з індивідуальною програмою розвитку мультисенсорні вправи забезпечують інтеграцію сенсорних, моторних та когнітивних процесів, покращують робочу пам'ять і увагу, сприяють розвитку абстрактного мислення та числової компетентності, зменшують когнітивне навантаження і стрес, стимулюють мотивацію до навчання.

Таким чином, мультисенсорна стратегія навчання математики в умовах інклюзивної освіти є важливою складовою процесу навчання математики дітей з ООП, що сприяє їх загальному розвитку, формуванню навичок самостійної навчальної діяльності та соціальної взаємодії, а також сприяє набуттю математичних знань та формуванню математичної компетентності.

Література

1. Кузнецова, Т., Пилипенко Г., Малий А. (2025). Стратегії адаптації на уроках математики в інклюзивному навчанні дітей з ООП. GNVP Journal.
2. Лук'янова, С. М. (2006). Розв'язування текстових задач арифметичними способами: 5-6 кл. Київ, Вид.дім «Шкіл. Світ», 128.
3. Лук'янова, С. М., Насадюк, Т. О. (2022). Прикладна спрямованість навчання математики учнів 5-6 класів в умовах реалізації концепції НУШ. Актуальні питання природничо-математичної освіти: збірник наукових праць / Сумський державний педагогічний ун-т ім. А. С. Макаренка, 2 (20), 56-64.
4. Насадюк, Т. О. (2023). Методика реалізації прикладної спрямованості навчання математики учнів 5-6 класів (дис. … канд. пед. наук: 13.00.02). Київ.
5. Shams L., & Seitz, A. R. (2008). *Benefits of multisensory learning.* Trends in Cognitive Sciences, 12(11), 411–417.

Лук'янова С.М., Насадюк Т. О. Використання мультисенсорних завдань під час організації практико-орієнтованого навчання математики учнів та учениць з особливими освітніми потребами.

Анотація. У публікації розглянуто проблему навчання математики учнів та учениць з особливими освітніми потребами. Зазначено, що використання мультисенсорних завдань сприяє підвищенню ефективності засвоєння змісту математичних понять, стимулює розвиток абстрактного мислення, підтримує позитивну мотивацію учнівства з ООП до навчання через емоційно насичені, інтерактивні вправи, створює умови для індивідуалізованого навчання.

Ключові слова: практико-орієнтоване навчання математики, учні та учениці з особливими освітніми потребами, мультисенсорні завдання.

Lukianova S.M., Nasadyuk T. O. Using multisensory tasks when organizing practice-oriented mathematics teaching for students with special educational needs.

Abstract. The publication considers the problem of teaching mathematics to students with special educational needs. It is noted that the use of multisensory tasks contributes to increasing the efficiency of mastering the content of mathematical concepts, stimulates the development of abstract thinking, supports the positive motivation of students with special educational needs to study through emotionally rich, interactive exercises, and creates conditions for individualized learning.

Key words: practice-oriented mathematics teaching, students with special educational needs, multisensory tasks.

Ольга Матяш
Вінницький державний педагогічний університет
імені Михайла Коцюбинського
Вінниця, Україна
matyash_27@ukr.net

ДИФЕРЕНЦІАЦІЯ НАВЧАННЯ ЯК УМОВА ПІДВИЩЕННЯ ЯКОСТІ МАТЕМАТИЧНОЇ ОСВІТИ ТА МЕТОДИЧНОЇ ПІДГОТОВКИ ВЧИТЕЛЯ

Реформування загальної середньої освіти в межах Концепції «Нова українська школа» актуалізує орієнтацію на потреби, інтереси й освітні можливості кожного учня. Принцип інклюзивності закріплено в українському законодавстві, що передбачає створення безпечного, доступного й підтримувального освітнього середовища для кожної дитини. Інклюзія в математичній освіті вимагає врахування різноманітності учнів: різного рівня математичної підготовки; особливих освітніх потреб; індивідуальних темпів навчання; когнітивних стилів і способів сприймання інформації. Такий підхід передбачає відхід від уніфікованої моделі навчання й орієнтацію на індивідуальні освітні траєкторії. Такий підхід потребує й відповідної підготовки майбутніх вчителів математики.

Варто зазначити, що підтримка математично обдарованих учнів логічно вписується в інклюзивну парадигму як складова забезпечення рівного доступу до якісної освіти (на рівні максимально можливого розвитку здібностей). Математично обдаровані учні характеризуються підвищеною здатністю до абстрагування, швидким темпом опанування нового матеріалу, схильністю до узагальнень і доведень, інтересом до нестандартних і дослідницьких задач. Водночас, у разі відсутності належної методичної підтримки можливе зниження мотивації, формування байдужості до навчання. Таким чином, ігнорування потреб обдарованих учнів суперечить самій ідеї інклюзивності як забезпечення розвитку кожного. Інклюзивне середовище нині варто розглядати як освітній простір, зорієнтований на врахування різноманітності здібностей, темпів розвитку та освітніх запитів кожної дитини. У цьому контексті проблема навчання математично обдарованих учнів набуває нового змісту: обдарованість постає як особлива освітня потреба, що потребує адекватного педагогічного забезпечення. Математично обдаровані учні також є носіями особливих освітніх потреб: потреб підвищеної складності, потреб прискорення у навчанні, потреб дослідницької глибини.

Методичним механізмом поєднання інклюзії та роботи з обдарованими до навчання математики учнями має виступати диференціація навчання. Диференціація навчання розглядається як цілеспрямована організація освітнього процесу з урахуванням індивідуальних особливостей учнів, їхнього рівня підготовки, темпу навчання, пізнавальних інтересів. Диференційований підхід має забезпечити умови для підтримки навчальної мотивації: не лише для подолання навчальних утруднень, а й для розвитку обдарованості.

Отже, інклюзивне середовище не має «вирівнювати» учнів за середнім рівнем, а спрямовуватися на гармонійне співіснування різних освітніх запитів у межах одного класу. Такий підхід потребує від учителя математики високого рівня професійної компетентності, здатності проєктувати та реалізувати багаторівневий освітній процес. Чи здатні на це більшість українських учителів математики?

Нині серед учителів математики зростає занепокоєння щодо можливих наслідків відмови від класів поглибленого вивчення математики як форми підтримки математично здібних учнів. Зазначена проблема потребує науково виваженого аналізу з позицій дидактики, психології обдарованості та теорії інклюзивної освіти. З дидактичної точки зору математика належить до галузей знання, у яких системність і глибина опрацювання понять є визначальними умовами подальшого успішного навчання. Класи поглибленого навчання математики традиційно забезпечували збільшену кількість навчальних годин, розширений зміст, систематичне розв’язування задач підвищеної складності та елементи теоретичного узагальнення. Скорочення або усунення такого формату без створення альтернативи може

призвести до зниження рівня сформованості математичного мислення в учнів із високим інтелектуальним потенціалом. Психолого-педагогічні дослідження засвідчують, що для обдарованих учнів критично важливими є інтелектуальний виклик і середовище однодумців. У такому випадку інклюзивне середовище ризикує перетворитися на середовище «усереднення», що не відповідає потребам ні сильних, ні слабших учнів.

З огляду на стратегічну роль математичної освіти у розвитку сучасних технологій, ослаблення поглибленої математичної підготовки може мати довгострокові наслідки для науково-технологічного розвитку України. Фактично, математична освіта ризикує втратити найсильніший сегмент учнів. Таким чином, відмова від класів поглибленого вивчення математики без якісної альтернативи (лише з надією на багаторівневу компетентність кожного вчителя математики) становить ризик зниження якості математичної освіти та суперечить принципу максимального розвитку потенціалу кожного учня.

На нашу думку, ліквідація класів із поглибленим вивченням математики може призвести не до більшої рівності, а до чергового перевантаження вчителя та зниження освітньої диференціації. Очевидно, піднята проблема є дискусійною і потребує глибшого обговорення в українській методичній математичній спільноті.

Література

1. Концепція нової української школи. https://educationforlife.mon.gov.ua/wp-content/uploads/2025/09/nova-ukrainska-shkola-compressed.pdf

2. Порядок організації інклюзивного навчання у закладах загальної середньої освіти. https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/957-2021-%D0%BF#Text

3. Матяш О.І. Актуальні питання вдосконалення методичної підготовки майбутнього вчителя математики // Матеріали Міжнародної науково-практичної конференції «Актуальні проблеми теорії і методики навчання математики», 11–13 травня 2017 р., Київ, Україна - К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2017. – С. 53-57.

Матяш О.І. Диференціація навчання як умова підвищення якості математичної освіти та методичної підготовки вчителя.

Анотація. Підтримка математично обдарованих учнів логічно вписується в інклюзивну парадигму як складова забезпечення рівного доступу до якісної математичної освіти. Математично обдаровані учні також є носіями особливих освітніх потреб. Відмова від класів поглибленого вивчення математики становить ризик зниження якості математичної освіти та суперечить принципу максимального розвитку потенціалу кожного учня.

Ключові слова: якість математичної освіти, математично обдаровані учні, інклюзивне середовище, диференціація навчання.

Matiash O.I. Differentiated Instruction as a Condition for Enhancing the Quality of Mathematics Education and Teacher Methodological Training.

Abstract. Support for mathematically gifted students is logically embeded in the inclusive paradigm as a component of ensuring equal access to high-quality mathematics education. Mathematically gifted students are also learners with special educational needs. The abolition of specialized mathematics classes poses a risk of declining quality in mathematics education and contradicts the principle of maximizing the development of each student's potential.

Key words: quality of mathematics education, mathematically gifted students, inclusive environment, differentiated instruction.

Любов Михайленко
Вінницький державний педагогічний університет
імені Михайла Коцюбинського
Вінниця, Україна
liubov.mykhailenko@vspu.edu.ua

АКТУАЛЬНІСТЬ ДИДАКТИЧНИХ ІДЕЙ Г. П. БЕВЗА В КОНТЕКСТІ ВИМОГ НОВОЇ УКРАЇНСЬКОЇ ШКОЛИ

Вступ. Реформування загальної середньої освіти в Україні, що реалізується в межах концепції Нова українська школа, зумовило переосмислення цілей, змісту та методів навчання, зокрема у навчанні математики. Орієнтація на компетентнісний підхід, дитиноцентризм, педагогіку партнерства, академічну свободу вчителя та створення сучасного освітнього середовища визначає нові вектори педагогічної діяльності й актуалізує потребу звернення до науково-методичної спадщини вітчизняних педагогів. Їх осмислення дає змогу простежити спадкоємність національної методичної традиції та визначити потенціал її адаптації до вимог Нової української школи. Дидактичні ідеї Г. П. Бевза становлять фундаментальне підґрунтя для реалізації Формули НУШ [3], оскільки вони переорієнтовують навчання з простого накопичення знань на розвиток особистості учня та формування життєво необхідних компетентностей. Методична спадщина вченого розкриває ключові компоненти цієї формули через систему взаємопов'язаних дидактичних аспектів.

Мета статті – обґрунтування актуальності дидактичних ідей Г.П. Бевза в контексті вимог Нової української школи та з'ясування їх методичного потенціалу для підвищення ефективності професійної діяльності вчителя математики в умовах сучасних освітніх трансформацій.

Виклад основного матеріалу. Вибір дидактичних ідей Г. П. Бевза як предмета аналізу зумовлений не прагненням їх прямого відтворення в сучасній школі, а необхідністю їх науково обґрунтованого переосмислення й адаптації до вимог Нової української школи. Така адаптація має принципове значення для вчителя математики, оскільки дає змогу поєднати методичну фундаментальність класичної вітчизняної школи з компетентнісними, дитиноцентрованими та діяльнісними орієнтирами сучасної освіти. Звернення до методичної спадщини Г.П. Бевза створює для педагога опору на цілісну, логічно вибудувану систему навчання, що сприяє усвідомленому вибору методів і прийомів роботи, збереженню професійної ідентичності та підвищенню ефективності навчального процесу в умовах реформування загальної середньої освіти.

Однією з провідних ідей НУШ є формування в учнів здатності застосовувати знання в реальних життєвих ситуаціях. Аналогічна позиція простежується в працях Григорія Петровича, який наголошував на практичній спрямованості математичної освіти та визначав її мету як «озброєння учня ефективними способами дії у цьому світі» [2, с.5]. Учений підкреслював важливість підготовки школярів до суспільно корисної діяльності, уміння виконувати практичні обчислення, працювати з таблицями та технічними засобами [1, с.88]. Вагоме місце в його методичній системі посідали міжпредметні зв'язки. Подібно до сучасних підходів НУШ, Бевз розглядав інтеграцію математики з фізикою, кресленням та інформатикою як умову подолання формалізму знань і збереження їх практичної значущості.

Особистісно орієнтований підхід, задекларований у НУШ, знаходить методичне обґрунтування в ідеях Г. П. Бевза щодо психологізації навчання. Учений розглядав психологічні закономірності засвоєння знань як основу методики та наголошував на необхідності врахування особливостей мислення, працездатності й пізнавальних можливостей учнів. Значну увагу він приділяв індивідуалізації навчання, пропонуючи диференціацію завдань залежно від рівня підготовленості школярів [1, с. 87]. Такий підхід сприяв підтримці

навчальної мотивації, формуванню ситуації успіху та відповідає дитиноцентричній парадигмі сучасної школи. Особливого значення надавалося розвитку пізнавальної самостійності учнів, уміння знаходити власні способи доведення та розв'язування задач.

Концепція НУШ орієнтує освітній процес на співпрацю та діалог між учителем і учнем. У методичній системі Г. П. Бевза навчання постає як спільна діяльність, у межах якої вчитель не лише транслює знання, а організовує пізнавальну активність школярів. Важливим елементом його підходу була діалогічність навчання: заохочення до постановки запитань, аргументації кожного етапу розв'язання та колективного пошуку відповідей. Урок математики розглядався як простір інтелектуальної взаємодії, що узгоджується з ідеями педагогіки партнерства [2, с.9].

НУШ визначає виховання відповідального громадянина як невід'ємну складову освітнього процесу. У цьому контексті актуальними є погляди вченого на виховний потенціал математики. Він підкреслював, що математична діяльність сприяє формуванню інтелектуальної чесності, логічної послідовності, відповідальності за результат власної роботи [1, с.10]. Через розв'язування задач учений пропонував розвивати наполегливість, самостійність, культуру математичного мовлення та уважність, що відповідає сучасному розумінню наскрізних умінь і ціннісних орієнтирів освіти.

Формула НУШ передбачає академічну свободу вчителя у виборі методів і стратегій навчання. У методичній спадщині Г. П. Бевза простежується аналогічна ідея: він не пропонував жорстко регламентованих алгоритмів, а розробляв систему методів навчання, підкреслюючи необхідність творчого вибору педагогом оптимальних підходів залежно від конкретних умов. Григорій Петрович запропонував впорядкований набір найбільш значущих для шкільної математики методів навчання, зокрема: 1) методи активізації уваги учнів, 2) методи викладу нового матеріалу, 3) методи закріплення знань та вмінь, 4) методи навчання розв'язання задач [2].

Хоча сучасна школа орієнтується на цифрові технології, ідеї Г. П. Бевза щодо використання наочності та технічних засобів навчання були новаторськими для свого часу. Він розглядав їх як важливий чинник активізації пізнавальної діяльності, що дає підстави вважати його підходи передумовою створення сучасного технологічно насиченого освітнього середовища.

Упровадження цифрових технологій в освітній процес не може зводитися до механічного «надбудовування» нових інструментів на традиційну методичну систему. Ця позиція співзвучна думці Г.П. Бевза, який, аналізуючи проблему методів навчання, наголошував на недоцільності «перебудови старої будівлі» педагогічної теорії та необхідності створення нової, заснованої на реальному процесі навчання в школі [2]. Переформульовуючи цю ідею в умовах цифровізації освіти, можна стверджувати, що ефективне використання цифрових технологій потребує не фрагментарних доповнень до усталених підходів, а концептуального переосмислення самої дидактичної системи. У цьому контексті цифрові технології мають розглядатися не як самоціль, а як органічний складник оновленої методики навчання, що відповідає логіці сучасного освітнього середовища, пізнавальним потребам учнів та новим форматам педагогічної взаємодії. Як і застерігав Г.П. Бевз, відмова від окремих традиційних положень або їх трансформація є неминучою умовою будь-якої серйозної перебудови в педагогічній науці; без таких змін цифрові інновації ризикують залишитися поверховими й не впливати на якість навчальних результатів [2, с.4].

Отже, порівняння методичної спадщини Григорія Петровича Бевза з концептуальними засадами Нової української школи засвідчує не лише наявність певних обмежень, зумовлених історичним контекстом, а й окреслює напрями осмисленої адаптації його ідей до сучасних освітніх реалій. Це створює підґрунтя для формулювання узагальнених висновків щодо їх дидактичної цінності в умовах компетентнісного навчання.

Висновки. Дидактичні ідеї Г.П. Бевза залишаються цінними для сучасного вчителя математики як науково обґрунтована основа системності, логічної послідовності та поетапності навчання. Їх упровадження в умовах сучасної школи потребує педагогічної адаптації, зокрема поєднання дедуктивного викладу з діяльнісними, дослідницькими та комунікативними методами навчання. Оцінювальні підходи, окреслені в методичній спадщині Г.П. Бевза, доцільно переосмислювати крізь призму формувального оцінювання як інструменту підтримки індивідуального поступу учнів і розвитку навчальної мотивації. Практичне використання ідей Григорія Петровича Бевза у поєднанні з принципами Нової української школи сприяє професійній автономії вчителя, дозволяючи йому свідомо обирати методи навчання, зберігаючи наукову традицію та водночас відповідаючи сучасним освітнім вимогам.

Актуалізація методичної спадщини Г. П. Бевза в умовах освітньої реформи забезпечує наступність національної педагогічної традиції та створює надійне підґрунтя для подальшого розвитку методики навчання математики в контексті ідей НУШ.

Література

1. Бевз Г.П. Методика викладання математики: Навч. посібник. – 3-тє вид., перероб. і допов. – К.: Вища школа, 1989. – 367 с.
2. Бевз Г.П. Методи навчання математики. – Х.: Вид. група «Основа», 2003.-96с. – (Серія «Бібліотека журналу «Математика в школах України»; Вип. 4).
3. НУШ КОРОТКО | Нова українська школа. (б. д.). https://nus.org.ua/about/

Любов Михайленко. Актуальність дидактичних ідей Г. П. Бевза в контексті вимог Нової української школи.

Анотація. У статті обґрунтовано актуальність дидактичних ідей Григорій Петрович Бевз у контексті реалізації концепції Нова українська школа. Проаналізовано їх відповідність компетентнісному, особистісно орієнтованому та діяльнісному підходам сучасної математичної освіти. Розкрито потенціал методичної спадщини вченого для професійної автономії вчителя та підвищення ефективності навчання математики в умовах освітніх трансформацій.

Ключові слова: методика навчання математики, компетентнісний підхід, особистісно орієнтоване навчання, педагогіка партнерства, професійна автономія вчителя, НУШ, цифрові технології.

Liubov Mykhailenko. Relevance of H. P. Bevz's Didactic Ideas in the Context of the New Ukrainian School Requirements.

Abstract. The article substantiates the relevance of H. P. Bevz's didactic ideas in the context of implementing the New Ukrainian School reform. Their consistency with competency-based, student-centered, and activity-oriented approaches in modern mathematics education is analyzed. The study highlights the methodological potential of Bevz's legacy for strengthening teacher autonomy and improving the effectiveness of mathematics teaching under current educational transformations.

Key words: mathematics teaching methodology, competency-based approach, student-centered learning, partnership pedagogy, teacher autonomy, NUS, digital technologies.

Людмила Михайльо
Вінницький державний педагогічний університет
імені Михайла Коцюбинського,
Нересницький ліцей Нересницької сільської ради
Тячівського району Закарпатської області,
Україна
krehullyuda@gmail.com

ВПЛИВ СІМЕЙНОГО МІКРОКЛІМАТУ НА МАТЕМАТИЧНУ КОМПЕТЕНТНІСТЬ УЧНІВ З ОСОБЛИВИМИ ОСВІТНІМИ ПОТРЕБАМИ

Формування математичної компетентності учнів з особливими освітніми потребами (ООП) є складним багатовимірним процесом, що виходить за межі засвоєння окремих арифметичних умінь і навичок. У сучасній спеціальній та інклюзивній педагогіці математична компетентність трактується як здатність учня розвивати й застосовувати математичні знання та методи для розв'язання широкого кола навчальних і життєвих проблем, моделювання процесів і ситуацій із використанням математичного апарату, а також усвідомлення значущості математичних знань і вмінь у особистому та суспільному житті [4].

Водночас результативність розвитку цього комплексу значною мірою залежить від середовища, у якому зростає дитина. Центральне місце серед таких чинників посідає сімейний мікроклімат, який може виступати як потужний ресурс компенсації труднощів розвитку або, навпаки, як фактор їх посилення. Саме родина є первинним соціалізаційним та корекційно-розвивальним середовищем, у межах якого закладаються передумови ставлення дитини до навчання загалом і до математичної діяльності зокрема [7].

Сімейний мікроклімат у контексті виховання дитини з ООП визначають як динамічну систему емоційних, психологічних і ціннісних взаємин між членами родини, що визначає характер щоденної взаємодії з дитиною та створює специфічні умови її психічного розвитку. Для дітей з порушеннями психофізичного розвитку родина часто виступає основним стабілізуючим чинником адаптації, що забезпечує відчуття безпеки, прийняття й підтримки [5].

Дослідження у сфері спеціальної педагогіки переконливо доводять, що позитивний мікроклімат, заснований на довірі, співпраці та емоційній підтримці, сприяє подоланню вторинних когнітивних і емоційних труднощів. Натомість напружені, конфліктні або емоційно холодні стосунки в родині можуть провокувати розвиток тривожності, зниження пізнавальної активності та негативного ставлення до навчання.

Математична (логіко-математична) компетентність учнів з ООП має комплексну структуру і включає кілька взаємопов'язаних компонентів:

- когнітивний (уміння аналізувати, порівнювати, узагальнювати, оперувати числами та просторовими уявленнями);
- комунікативний (здатність розуміти інструкції, вербалізувати математичні дії, пояснювати хід міркувань);
- мотиваційний (інтерес до пізнання, готовність долати труднощі, прагнення до успіху);
- діяльнісний (уміння застосовувати математичні знання у практичних ситуаціях).

Сімейне середовище безпосередньо впливає на розвиток кожного з цих компонентів. Спільні ігри, залучення дитини до побутових обчислень, коментування дій, створення ситуацій успіху формують у дитини досвід «живої» математики, пов'язаної з реальним життям [1].

Аналіз наукових джерел, присвячених розвитку дітей із синдромом Дауна та тяжкими порушеннями мовлення, свідчить про тісний зв'язок між соціальною адаптацією, мовленнєвим розвитком і математичним мисленням. Специфічні особливості пізнавальної діяльності таких дітей (конкретність мислення, труднощі абстрагування, обмежений словниковий запас) можуть бути частково компенсовані саме в умовах сімейного мікроклімату [8].

Ефективною вважається поетапна робота з родиною, що передбачає залучення батьків до активної участі в розвитку дитини, формування адекватних взаємин і систематичну стимуляцію пізнавальної діяльності. У цьому контексті поведінка батьків визначає, наскільки повно дитина зможе реалізувати свій інтелектуальний потенціал у процесі опанування математичних знань.

Особливе значення для формування математичної компетентності має стиль виховання, який домінує в родині. Демократичний стиль сприяє розвитку впевненості, самостійності та позитивного ставлення до помилок як до природної частини навчання. Такі умови стимулюють розвиток логічного мислення та ініціативності. Авторитарний стиль, заснований на жорсткому контролі й покараннях, часто формує страх перед математикою, когнітивну ригідність і механічне виконання дій без розуміння їх змісту. Потуральний стиль призводить до недостатнього розвитку вольових зусиль і самоконтролю, що негативно позначається на здатності дитини зосереджуватися та доводити розв'язання задач до кінця [6].

Ефективним шляхом розвитку математичної компетентності є інтеграція математичних завдань у повсякденне життя дитини. Ігрова діяльність, рольові ігри, побутові ситуації (покупки, приготування їжі, прогулянки) створюють природний контекст для формування понять кількості, величини, часу, простору [3].

Важливою умовою є постійна вербалізація дій: обговорення того, що і чому робиться, порівняння, пояснення вибору. Такий підхід сприяє одночасному розвитку мовлення та логічного мислення.

Формування математичної компетентності учнів з ООП є ефективним лише за умови партнерської взаємодії сім'ї та школи. Узгодженість вимог, обмін інформацією між батьками, учителем і асистентом учителя, а також залучення практичного психолога забезпечують цілісність корекційно-розвивального впливу та знижують рівень стресу дитини [6].

Аналіз впливу сімейного мікроклімату на математичну компетентність учнів з особливими освітніми потребами дає підстави стверджувати, що родина є визначальним чинником успішності навчання. Емоційна безпека, педагогічна культура батьків і практична спрямованість взаємодії з дитиною створюють умови для розвитку логіко-математичних здібностей і формування позитивного ставлення до навчання.

Математична компетентність для дитини з ООП постає не лише як освітній результат, а як інструмент соціалізації та майбутньої самостійності, відповідальність за формування якого поділяють сім'я, школа й фахівці супроводу.

Література

1. Бальоха А., Драгунова А. Формування логіко-математичної компетентності у дітей старшого дошкільного віку під час пізнання природного довкілля / А. Бальоха, А. Драгунова // *Сучасне дошкілля: актуальні проблеми, досвід, перспективи розвитку. Матеріали Всеукраїнської науково-практичної Інтернет-конференції з міжнародною участю, м. Ніжин, 6 листопада 2024 року* / За заг. ред. проф. О. Л. Кононко. – Ніжин : НДУ ім. М. Гоголя, 2024. – С. 199.

2. Лавріненко Л. І. Вплив сім'ї на соціалізацію дітей з особливими освітніми потребами / Л. І. Лавріненко // Вісник Національного університету «Чернігівський колегіум» імені Т. Г. Шевченка.

Серія : Педагогічні науки. - 2020. - Вип. 6. - С. 75-79. - Режим доступу: http://nbuv.gov.ua/UJRN/vnuchkpn_2020_6_16.

3. Михайленко Л., Шкільнюк І. Педагогіка партнерства учнів і їхніх батьків як основа розумового виховання школярів / Л. Михайленко, І. Шкільнюк // Наукові записки Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського. Серія: Педагогіка і психологія. – Вінниця : ВДПУ, 2023. – Вип. 73. – С. 32–37. – DOI: 10.31652/2415-7872-2023-73-32-37.

4. Про деякі питання державних стандартів повної загальної середньої освіти : Постанова Кабінету Міністрів України від 30 вересня 2020 р. № 898 // База даних «Законодавство України» / Верховна Рада України. URL: https://zakon.rada.gov.ua/go/898-2020-%D0%BF

5. Соціальна адаптація дітей з особливими освітніми потребами до навчання в школі: навчально-методичний посібник /укл. О.М. Холодій. – Черкаси, 2014. -125с.

6. Стандартизація навчально-методичного забезпечення навчання молодших школярів з тяжкими порушеннями мовлення: навчально-методичний посібник / Данілавічютє Е.А., Трофименко Л.І., Ільяна В.М., Рібцун Ю.В., Мартинюк З.С., Грибань Г.В. — Інститут спеціальної педагогіки і психології імені Миколи Ярмаченка НАПН України, 2022. — 657 с. https://ispukr.org.ua/?p=11435

7. Чеботарьова О. В. Учні початкових класів із порушеннями інтелектуального розвитку: навчання та розвиток : навчально-методичний посібник / О. В. Чеботарьова, І. В. Гладченко. — Харків : Вид-во «Ранок», 2020. — 128 с.

8. Шевченко Ю. В. Особливості формування соціальної компетентності у дітей із синдромом Дауна: методичні рекомендації. Київ: Інститут спеціальної педагогіки і психології імені Миколи Ярмаченка НАПН України, 2023. 63 с. https://ispukr.org.ua/?p=11641

Михайльо Л. Вплив сімейного мікроклімату на математичну компетентність учнів з особливими освітніми потребами.

Анотація. У статті досліджуєся роль сімейного мікроклімату у формуванні математичної компетентності дітей з ООП. Розглянуто вплив стилю виховання, емоційної підтримки та практичної взаємодії родини на когнітивний, комунікативний та мотиваційний розвиток.

Ключові слова: сімейний мікроклімат, математична компетентність, діти з ООП, когнітивний розвиток, стиль виховання, інклюзивна освіта, мовленнєві навички, побутова математика

Mykhailo L. Influence of Family Microclimate on Mathematical Competence of Students with Special Educational Needs.

Abstract. The article examines the role of family microclimate in developing mathematical competence in children with SEN. It analyzes the impact of parenting style, emotional support, and practical family interactions on cognitive, communicative, and motivational development. Recommendations for integrating mathematical knowledge into daily life are provided.

Key words: family microclimate, mathematical competence, children with SEN, cognitive development, parenting style, inclusive education, language skills, everyday mathematics.

Євген Нелін
Харківський національний педагогічний університет
імені Г.С. Сковороди
Харків, Україна
epnelin@ukr.net

ЗАДАЧІ З ПАРАМЕТРАМИ ЯК ЗАСІБ РЕАЛІЗАЦІЇ ВИМОГ СТАНДАРТІВ БАЗОВОЇ І ПРОФІЛЬНОЇ СЕРЕДНЬОЇ ОСВІТИ В НАВЧАННІ МАТЕМАТИКИ

Ухвалення Державних стандартів базової (2020 р.) та профільної (2024 р.) середньої освіти Кабінетом Міністрів України заклало нові засади організації навчального процесу в НУШ. Відповідно до змісту документів (зокрема додатка 7), вимоги до обов'язкових навчальних досягнень учнівства з математики ґрунтуються на компетентнісному підході до навчання. Водночас у додатку 8 подано деталізацію цих вимог та орієнтири для оцінювання успішності школярів, що виражені через низку інтелектуальних умінь. У межах математичної освітньої галузі пріоритетними визначено такі вміння:

«розрізняти в задачі початкові дані та шукані результати та з'ясовувати і описувати зв'язки між даними»;

«розробляти стратегії і плани розв'язування задач»;

«шукати і пропонувати альтернативні способи розв'язування задач з урахуванням можливих ризиків обраного способу розв'язування»;

«виділяти групу задач, для розв'язування яких можна застосувати подібні методи та виокремлювати ознаки таких задач»;

«будувати математичну модель задачі у вигляді виразу, рівняння, нерівності чи їх системи, функції або інших засобів представлення математичної моделі»;

«добирати відповідну математичну модель з кількох можливих» [1], [2].

Ефективним інструментом для розвитку зазначених інтелектуальних умінь є робота із завданнями з параметрами. Такі задачі є невіддільним складником випробувань ЗНО та НМТ, що підкреслює їхню значущість в навчанні математики.

Питання методики роботи із завданнями з параметрами детально висвітлено в працях відомих українських науковців, серед яких Г. В. Апостолова, А. В. Прус, В. О. Швець та інші. Дослідники обґрунтували, що такий тип задач є потужним інструментом для повторення і впорядкування знань та вмінь з усіх ключових розділів шкільної математики. Робота з параметрами дозволяє учням не лише поглибити теоретичну базу, а й навчитися узагальнювати алгоритми розв'язання рівнянь і нерівностей, що дозволяє виводити їхню математичну грамотність на якісно новий рівень. Крім того, подібні вправи моделюють елементи процесу наукового пошуку, що сприяє розвитку в учнівства дослідницьких умінь та креативного мислення.

Особливість задач із параметрами полягає в їхній універсальності: вони охоплюють майже весь курс алгебри, слугуючи ефективним засобом для систематизації й узагальнення навчальних досягнень учнівства. Через відсутність єдиного способу розв'язування, такі завдання привчають учнів до використання евристичних методів, допомагають будувати логічні ланцюжки «причина — наслідок» та виховують культуру самостійного мислення. Водночас вони є надійним інструментом діагностики: з їхньою допомогою легко перевірити, як учні засвоїли властивості функцій, рівносильні перетворення рівнянь чи нерівностей та наскільки розвинене їх логічне мислення. Вміння вибудовувати послідовну стратегію розв'язування в таких задачах стає фундаментом для кращого розуміння відповідної стратегії і для простіших типових завдань.

Аналіз результатів виконання задач з параметрами в завданнях ЗНО та НМТ, а також змісту підручників і посібників з математики свідчить про певну проблему: традиційний підхід до вивчення задач з параметрами, коли вправи групуються лише за видом виразу (наприклад, лінійні, квадратні, ірраціональні, показникові, логарифмічні), часто є

малоефективним. Таке навчання здебільшого призводить до того, що учні неправильно визначають стратегії та плани розв'язування відповідних завдань. З'ясувалося, що більш ефективним є виділення двох основних видів задач з параметрами: 1) завдання на знаходження всіх розв'язків рівняння, нерівності чи їх системи з параметрами; 2) задачі на знаходження значень параметра, які задовольняють певним умовам (дослідницькі задачі) та обговорення з учнями орієнтирів для розв'язування завдань кожного з цих видів.

Виявилося доречним поєднати удосконалення методики навчання учнів розв'язуванню завдань з параметрами з удосконаленням методики реалізація вимог нових Стандартів математичної освітньої галузі. Такі удосконалення корисно спрямувати на розробку для вчителів математики і учнів рекомендацій для виділення стратегій (тобто загальних планів діяльності) та складання планів розв'язування задач; розробку орієнтирів пошуку альтернативних шляхів розв'язування задач; розробку орієнтирів для виявлення можливих ризиків використання виділених шляхів розв'язування та для подолання таких ризиків; розробку рекомендацій, спрямованих на виокремлення групи задач, для розв'язування яких можна застосувати подібні методи; виділення орієнтирів, стосовно застосування відповідних методів та ін.

Нами розроблені підручники з математики для базової і старшої профільної освіти [3], [4], [5] та посібники для вчителя, спрямовані на реалізацію вимог до математичної освітньої галузі, які зафіксовані в стандартах нового покоління, за рахунок виділення для учнів спеціальних орієнтирів стосовно способів навчальної діяльності з математичним матеріалом і зокрема, з задачами з параметрами. Важливими складниками такої роботи є обговорення з учнями вибору відповідних орієнтирів та стратегій і планів розв'язування задач, що сприяє активізації пізнавальної діяльності учнів та формуванню у них відповідних інтелектуальних умінь та математичних компетентностей.

Література

1. Державний стандарт базової середньої освіти (Затверджено постановою Кабінету Міністрів України від 30 вересня 2020 р. № 898). URL: http://osvita.ua/legislation/Ser_osv/76886/

2. Державний стандарт профільної середньої освіти (Затверджено постановою Кабінету Міністрів України від 25 липня 2024 р. № 851). URL: https://osvita.ua/doc/files/news/926/92660/66a3b96443c48380633931.pdf

3. Є.П. Нелін Алгебра і початки математичного аналізу (профільний рівень) : підруч. для 10 кл. закл. серед. освіти. – Харків: Ранок, 2023. – 272 с.

4. Є.П. Нелін, О.Є. Долгова Алгебра і початки аналізу (профільний рівень) : підруч. для 11 кл. закл. серед. освіти. – Харків: Ранок, 2024. – 240 с.

5. О. В., Школьний, Є. П.,Нелін, А. І. Миляник., Ю. С. Простакова Математика. 7 клас : підруч. — Харків : Ранок, 2024 (ч.1 – 322 с., ч.2 – 306 с.)

Нелін Є.П. Задачі з параметрами як засіб реалізації вимог стандартів базової і профільної середньої освіти в навчанні математики.

Анотація. Розглянуто особливості реалізації вимог нових Державних стандартів математичної освіти за рахунок використання завдань з параметрами для формування відповідних інтелектуальних умінь, визначених новими стандартами освіти.

Ключові слова: стандарти освіти, навчання математики, задачі з параметрами.

Yevhen Nelin. Problems with parameters as a means of implementing the requirements of basic and specialised secondary education standards in mathematics teaching.

Abstract. The article considers the peculiarities of implementing the requirements of the new State Standards for Mathematical Education through the use of problems with parameters to develop the relevant intellectual skills defined by the new education standards.

Key words: educational standards, mathematics education, problems with parameters.

Nataliya Pavlova, Martin Petrov
Konstantin Preslavsky University of Shumen, Bulgaria
Shumen, Bulgaria,
n.pavlova@shu.bg
m.petrov@shu.bg

OPPORTUNITIES FOR APPLYING INFORMAL EXAMPLES IN MATHEMATICS EDUCATION

The concepts used are clarified – formal, non-formal and informal learning and the characteristic communication style in informal learning. Some studies are presented, aimed at the benefits and possibilities of non-formal and informal learning for increasing mathematics achievements in formal learning. The concept we accepted for non-formal learning is "Informal education refers to a lifelong learning process, whereby each individual acquires attitudes, values, skills and knowledge from the educational influences and resources in his or her own environment and from daily experience. People learn from family and neighbours, in the market place, at the library, at art exhibitions, at work and through playing, reading and sports activities. The mass media are a very important medium for informal education, for instance through plays and film, music and songs, televised debates and documentaries. Learning in this way is often unplanned and unstructured." (Dzelalija 2022).

Various examples are given, in an informal style, which can be implemented in the classical mathematics lesson. In the article, the focus is on the application of elements (dialogues, texts, images and videos), atypical for the classical mathematics lesson and distinguished by an informal style of communication and presentation of information. The main idea of this approach is for the teacher to enter the surrounding environment in a non-formal way, as a bearer of a non-standard view of mathematics. The goal is for the student to have internal motivation to have fun with humor with mathematical subtext. Specific examples are given and methodological guidelines for their application in formal learning are described.

Such examples can be composed by the teacher, but there are many meaningful and attractive examples available on the Internet that can be used ready-made. One of the examples is shown on figure 1.

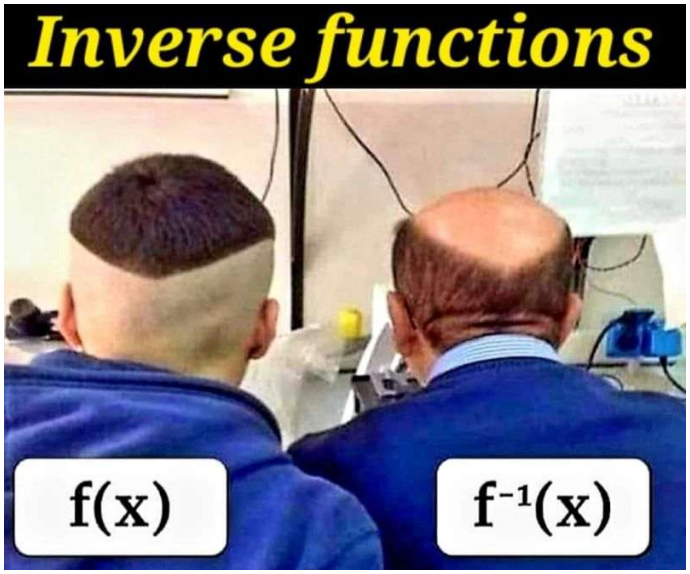


Fig. 1 Inverse function (Author unknown)

The images of this type can be used not only to lighten the atmosphere in class, but also as a mnemonic tool or to provoke a desire to independently solve problems and formulate hypotheses.

„Using ready-made mnemonic rules is useful, but creating one's own mnemonic techniques, both in the learning process and in everyday life, puts the individual on a higher level and affects important skills such as criticality, creativity and the ability to deal with practical tasks. Mnemonics are a fun method that, once mastered, allows the individual to further develop it in all forms and spheres and facilitate memorization in perspective.“ (Toncheva 2024).

A survey conducted in 2024 among 230 mathematics teachers revealed that 89% of them consider it useful and use humorous elements in their mathematics lessons. Teachers shared their interest in learning about new opportunities for integrating such fragments into the classical mathematics lesson. Although the frequent use of the informal style in education has come relatively recently, examples of its application and materials supporting such an approach have been known for a long time. We will note “Oh, this mathematics!” (Shporer 1985), «Geometric Rhapsody» (Levitin 1976). The author connects geometric concepts with the work of a number of famous artists and continues the parallel to the natural sciences and the world around us. Authors such as Martin Gardner (Gardner 1994) and Hugo Steinhaus (Steinhaus, 1970, 1974) also have a great contribution to the popularization of mathematics, using an informal style and funny illustrations in their works. From modern editions we will note “Rebel's Guide to Failing Math Class” (Stancheva 2018). Among the contemporary Bulgarian publications, we would like to mention “Rebel's Guide to Failing Math Class” (Stancheva 2018).

The needs of the alpha generation suggest the use of a number of visual elements. Along with the classic ideas for presenting mathematical material through non-formal expression and the use of funny images, proposed by Shporer, Gardner, Steinhaus etc., some modern options for presenting humorous ideas, such as memes, are also presented.

The Internet is full of such examples that can be used in a ready-made form, modified according to the goals of the lesson, or created independently by teachers and students. By using such memes in a classic mathematics lesson, the teacher can provoke students' internal motivations for informal mathematics learning by creating and sharing mathematical memes on social networks. It should be noted that such a desire is rarely manifested in the mass student.

As part of the training of future mathematics teachers, the students were given the task of finding or creating similar examples. Among the proposed examples are those that concern more in-depth material, such as fig. 2 presented below.



Fig. 2 Inverse function (Author unknown)

The requirements and characteristics of each new generation change and it is often difficult to cover all aspects of the organization of the learning process. The global trend is for training to be directed in a practical and applied direction. For this purpose, work is being done

on the implementation of STEM training and the application of the competency approach. At this stage, it is important to use not only methodological techniques to stimulate interest and motivation for studying mathematics, but also psychological techniques that increase interest and a positive attitude towards the subject. The insertion of humorous elements and the use of a non-formal style in certain lessons is applied by teachers and leads to a lightening of the atmosphere and a reduction in stress among students, but it is important when applying this style to ensure compliance with the principle of scientificity and purposeful and conscious insertion of such fragments.

Acknowledgements: The article was developed within the framework of Project BG05SFPR001-3.004-0021-C01 "IntegrITy: Integrating science into business through interdisciplinary training of doctoral students in the field of informatics, STEM technologies and specialized foreign language for sustainable regional development".

References

1. Dzelalija, M. 2022. *White paper on recognition of non-formal and informal learning.* European University of the Seas. Split

2. Gardner, M. 1994. My Best Mathematical and Logic Puzzles. Dover Publications, Ic. New York

3. Levitin, K. 1984. Geometry Rapsody. «Znanie», Moscow

4. Pavlova, N. 2025. Non-formal style in mathematics teaching, *11th International Conference "Modern trends in science" FMNS-2025*, 142-143.

5. Shporer, Z. 1985. Oh, this mathematics! «Pedagogy», Moskva

6. Stancheva, M. 2018 Rebel's Guide to Failing Math Class, Ciela

7. Steinhaus, H. 1974. Tasks and reflections, «Mir», Moscow

8. Toncheva, M. 2024. Mnemonics – known and unknown, *Pedagogy*, Volume 96, Number 2s, 2024, 42-55, doi.org/10.53656/ped2024-2s.10

Nataliya Pavlova, Martin Petrov. Opportunities For Applying Informal Examples In Mathematics Education

Abstract: This paper presents in short version ideas how to insert an informal and non-formal style of learning into the classical mathematics lesson. The full version of the articles is expected to be published in 2026 in the journal "Mathematics and Informatics" with the title "Informal style in mathematics teaching". The initial idea was discussed in a report "Non-formal style in mathematics teaching" (Pavlova, 2025).

Key words: informal learning, non-formal learning, mathematics, images, humor

Ольга Папач, **Алевтина Азаренко**,
Південноукраїнський національний педагогічний
університет імені К. Д. Ушинського,
Одеса, Україна,
olivapa@ukr.net
alevtinaazarenko@gmail.com

СУЧАСНІ ІНСТРУМЕНТИ РОЗВИТКУ ПРОСТОРОВИХ УЯВЛЕНЬ УЧНІВ 5-6 КЛАСІВ НА ГЕОМЕТРИЧНОМУ МАТЕРІАЛІ

Сучасна система математичної освіти орієнтована на формування ключових компетентностей, передбачених Державним стандартом базової середньої освіти та Концепцією Нової української школи. У цих умовах особливої ваги набуває розвиток просторового мислення, яке є основою для опанування геометрії, алгебри, фізики, інформатики й інших галузей знань, пов'язаних з моделюванням, аналізом та інтерпретацією об'єктів у просторі. Просторові уявлення формують фундамент для розуміння структури навколишнього світу, вміння бачити закономірності, встановлювати відношення між об'єктами, здійснювати уявні перетворення та створювати моделі реальних процесів.

На думку вітчизняних та зарубіжних фахівців просторові уявлення виступають проміжною ланкою між наочно-образним та абстрактно-логічним мисленням, забезпечуючи перехід від сприймання реальних предметів до оперування геометричними поняттями та математичними моделями [1;3;4]. Наочність розглядається як фундаментальний дидактичний принцип навчання, що забезпечує звязок між чуттєвим досвідом учнів та абстрактними математичними поняттями.

Особливе значення має робота з розгортками геометричних тіл, які дозволяють встановити зв'язок між площинами та просторовими образами, формують уміння уявного згортання й обертання фігур, сприяють розвитку просторових операцій [2;6;7]. Відповідно до теорії рівнів геометричного мислення П. ван Гіле, подібні вправи забезпечують перехід від візуального до аналітичного рівня розуміння геометричних об'єктів [5].

Суттєві можливості для розвитку просторових уявлень відкриває застосування динамічної візуалізації, зокрема використання середовища GeoGebra 3D, яке поєднує наочність, інтерактивність і елементи дослідницького навчання.

На відміну від статичних креслень, динамічні 3D-моделі дозволяють учням спостерігати просторові об'єкти з різних ракурсів, обертати їх, змінювати параметри та одразу фіксувати наслідки цих змін. Крім GeoGebra 3D серед сучасних цифрових інструментів з розвитку просторових уявлень - Cabri 3D та SketchUp, які дозволяють досліджувати властивості просторових тіл та створювати складні просторові композиції.

Ефективність формування просторових уявлень значною мірою визначається цілеспрямованим добором і систематизацією дидактичних завдань, які поступово ускладнюються та орієнтовані на різні рівні пізнавальної діяльності учнів. Вона передбачає поетапний перехід від відтворення просторових образів за зразками до їх свідомої трансформації та самостійного конструювання нових образів. Важливо, щоб завдання стимулювали активну розумову діяльність учнів, залучали уявні операції обертання, переміщення, розчленування та поєднання геометричних фігур.

Методично доцільним є поєднання традиційних паперово-олівцевих завдань із завданнями, що виконуються з використанням моделей, розгорток, динамічних геометричних середовищ та 3D-візуалізацій. Це дозволяє забезпечити перехід від конкретно-наочного рівня до абстрактного й формального оперування просторовими образами.

З урахуванням психолого-педагогічних особливостей розвитку мислення учнів та дидактичних цілей навчання геометрії розроблені або згенеровані завдання доцільно класифікувати за трьома рівнями пізнавальної діяльності: репродуктивним, конструктивним і творчим.

Завдання репродуктивного рівня спрямовані на відтворення сформованих просторових уявлень, закріплення базових понять і навичок роботи з просторовими фігурами. Такі завдання формують уміння співвідносити плоске зображення з просторовим об'єктом, розвивають зорову пам'ять і базові навички просторового аналізу.

Завдання конструктивного рівня передбачають активну побудову просторових образів, їх перетворення та аналіз. Учні не лише відтворюють відомі моделі, а й самостійно виконують побудову, змінюють параметри фігур, встановлюють зв'язки між елементами. Завдання цього рівня сприяють розвитку просторового мислення, уміння виконувати уявні обертання та перетворення, а також формують навички аналізу й узагальнення.

Завдання творчого рівня орієнтовані на самостійне застосування знань у нових або нестандартних ситуаціях. Вони передбачають висування гіпотез, пошук кількох способів розв'язання, моделювання та дослідницьку діяльність.

У сучасних умова цифровізації освіти особливої актуальності набуває використання інструментів штучного інтелекту для проєктування таких завдань. ШІ дозволяє вчителю швидко згенерувати велику кількість варіативних вправ, адаптованих під вікові особливості учнів.

Це створює підґрунтя для реалізації індивідуальної освітньої траєкторії: від простих ігрових маніпуляція у 5-6 класах до складних стереометричних досліджень у профільній школі. Використання інструментів ШІ не лише полегшує підготовку вчителя, а й демонструє учням прикладне застосування технологій для розв'язання інтелектуальних задач.

Наведемо приклади творчих завдань для учнів 5-6 класів, створених за допомогою мультимодальної моделі штучного інтелекту Gemini 1,5 Flash від Google.

«Геометричний архітектор» (об'єм та форма). Учням пропонується з 12 однакових кубиків сконструювати фігуру з найбільшою на найменшою площею поверхні. Це завдання вчить розуміти, як при сталому об'ємі може змінюватися зовнішня форма об'єкта.

«Дизайнер розгорток» (прогнозування). На стандартну розгортку куба потрібно нанести фрагменти візерунка так, щоб після складання моделі вони утворити єдину неперервну лінію.

«Тінь-загадка» (проєктивне мислення). Використовуючи ліхтарик, учні мають знайти таке положення куба або циліндра, при якому його тінь набуде максимально незвичної форми (наприклад, шестикутника або квадрата відповідно). Це формує інтуїтивне розуміння проєкцій, що є критично важливим для вивчення креслення в 8-9 класах.

«Експериментальні розрізи» (підготовка до теми «Перерізи»). За допомогою пластилінових моделей учні мають знайти спосіб розрізати куб так, щоб у перерізі отримати трикутник, чотирикутник або навіть шестикутник. Експериментальний підхід у 5 класах знімає страх перед абстрактними побудовами перерізів у 10 класі.

Саме такі вправи у 5-6 класах закладають інтуїтивний фундамент. В подальшому, коли у 10 та 11 класів учні переходять до аналітичного розв'язання задач на обертання або побудову складних перерізів, вони вже будуть мати сформований візуальний фонд.

Література

1. Костюк Г. С. Навчально-виховний процес і психічний розвиток особистості/за ред. Л. М. Проколієнко. Київ: Рад. шк., 1989. 608 с.

2. Матяш О. І. Теоретико-методичні засади формування методичної компетентності майбутнього вчителя математики до навчання учнів геометрії: монографія. Вінниця: ФОП Легкун В. М. 2013. 450 с.

3. Панченко В. О. Формування просторових уявлень учнів у процесі навчання геометрії: монографія. Київ: Педагогічна думка, 2012. 224 с.

4. Тесленко І. Ф. Формування геометричних уявлень і розвиток просторової уяви учнів. *Радянська школа*. 1954. № 10. С. 27–34 .

5. Van Hiele, P. M. (1986). Structure and Insight: A Theory of Mathematics Education. Academic Press.

6. Shepard R. N., Metzler J. Mental rotation of three-dimensional objects. *Science*. 1971. Vol. 171, No. 3972. P. 701–703. DOI: https://doi.org/10.1126/science.171.3972.701

7. Tolman E. C. Cognitive maps in rats and men. *Psychological Review*. 1948. Vol. 55, No. 4. P. 189–208. DOI: https://doi.org/10.1037/h0061626

Ольга Папач, Алевтина Азаренко. Сучасні інструменти розвитку просторових уявлень учнів 5-6 класів на геомметричному матеріалі.

Анотація. У тезах обґрунтовано використання динамічної візуалізації та інструментів штучного інтелекту для формування просторового мислення учнів 5-6 класів. Акцентовано увагу на методичних перевагах інтеграції цифрових моделей для візуалізації складних геометричних абстракцій, наведені приклади творчих вправ, згенерованих моделлю Gemini. Це дозволяє адаптувати навчальний контент до особливостей сприйняття просторових образів кожним учнем.

Ключові слова: розвиток просторових уявлень, динамічна візуалізація, інструменти штучного інтелекту, дидактичні завдання.

Olha Papach, Alevtyna Azarenko. Modern Tools For The Development Of Spatial Representations In Gradets On Geometric Material.

Abstract. The abstracts substantiate the use of dynamic visualization and artificial intelligence tools for the formation of spatial thinking in grades 5-6 students. Particular attention is paid to the methodological advantages of integrating digital models for the visualization of complex geometric abstractions; examples of creative exercises generated by the Gemini model are provided. This approach allows for adapting educational content to the individual characteristics of spatial image perception in each student.

Key words: development of spatial representations, dynamic visualization, artificial intelligence tools, didactic tasks.

Тетяна Полюхович,
Педагогічний музей України,
Київ, Україна,
t.polukhovych@ukr.net

ГРИГОРІЙ БЕВЗ (1926–2021): УРОК ТРИВАЄ
(ВІРТУАЛЬНА ВИСТАВКА ПЕДАГОГІЧНОГО МУЗЕЮ УКРАЇНИ
ДО 100-РІЧЧЯ ВІД ДНЯ НАРОДЖЕННЯ УКРАЇНСЬКОГО ПЕДАГОГА,
МАТЕМАТИКА-МЕТОДИСТА)

Педагогічний музей України у своїй діяльності послідовно поєднує збереження національної педагогічної спадщини з використанням цифрових технологій як інструменту її актуалізації та популяризації.

Віртуальні виставки стали важливим форматом музейної комунікації, що дозволяє представити фонди широкій аудиторії, інтегрувати біографічний, науковий і візуальний матеріал та осмислювати постаті українських педагогів у сучасному культурно-освітньому контексті.

Однією з таких ініціатив є віртуальна виставка «Григорій Бевз (1926–2021): урок триває», підготовлена до 100-річчя від дня народження видатного українського педагога, математика-методиста, кандидата педагогічних наук, доцента, автора шкільних підручників і методичних праць, що значною мірою визначили розвиток математичної освіти в Україні другої половини XX — початку XXI століття.



Рис. 1. Графічний макет до віртуальної виставки «Григорій Бевз (1926–2021): урок триває»

Народився Григорій Петрович Бевз 7 лютого 1926 року в селі Війтівка (нині Родниківка) поблизу Умані. Дитинство майбутнього вченого минуло в селянській родині, у праці на землі, що з ранніх років сформувало відповідальність і наполегливість.

Закінчив семирічну школу у Кривому Розі, але подальше навчання перевала війна. 1947 року закінчив зі срібною медаллю Уманську середню школу № 2.

Саме цей життєвий досвід — важка праця, воєнне лихоліття, щоденна «дорога до школи» — згодом ліг в основу його книги спогадів «Дорога до школи», що стала ключем до розуміння особистості вченого.

У 1950 році закінчив Уманський учительський інститут, а у 1952-му — з відзнакою фізико-математичний факультет Криворізького педагогічного інституту.

Перші роки педагогічної діяльності він присвятив роботі вчителем математики та фізики в селах Христинівського району Черкаської області. Робота в повоєнній сільській школі, брак підручників і наочності спонукали його замислитися над тим, як зробити математику зрозумілою, логічною і живою для учня**.**

У 1954–1957 роках Григорій Бевз навчався в аспірантурі Київського державного педагогічного інституту за спеціальністю «Методика викладання математики». 1961 року захистив дисертацію «Доведення в шкільному курсі алгебри» і здобув ступінь кандидата педагогічних наук.

Понад тридцять років життя вчений пов’язав із Київським педагогічним інститутом (нині — Український державний університет імені М. П. Драгоманова), де працював доцентом і у 1972–1983 роках очолював кафедру математики та методики її навчання.

Григорій Бевз — автор понад 350 наукових праць: підручників з математики, алгебри та геометрії для 5–11 класів, методичних посібників, довідників. Його підручники неодноразово перевидавали, перекладали іноземними мовами та друкували шрифтом Брайля.

Він підготував 20 кандидатів педагогічних наук, створивши впливову наукову школу з методики навчання математики.

Григорій Бевз працював також у галузях історії, філософії, соціології, художньої літератури. Він є автором поетичних збірок, історичних і публіцистичних праць, дитячих книжок. Особливе місце в його творчості посідала поезія: Григорій Петрович любив писати вірші, у яких осмислював життя, людину, Батьківщину та саму природу пізнання.

У його творчості математика постає не лише наукою, а й частиною культури та духовного життя, мовою гармонії, порядку й внутрішньої свободи.

Григорій Петрович Бевз був щирим другом Педагогічного музею України**.** Упродовж 1996–2016 років він неодноразово передавав до музею книги власного авторства з дарчими підписами, а також матеріали з особистого архіву.

Особливо цінним є власноручно створений авторський альбом, що містить фотоматеріали та документи особистого походження: світлини з наукових конференцій, робочих поїздок і професійних зустрічей, а також характеристики, листи, особисті записи, нотатки, копії офіційних документів і фотографії з родинного архіву.

Інший альбом, сформований Григорієм Бевзом, присвячений видатним математикам та розвитку математичної науки**.** Він містить біографічні довідки, ілюстративні матеріали, виписки та авторські коментарі, що відображають глибокий інтерес ученого до історії математики та її ролі в культурі людства.

Окрім альбомів, у фондах музею зберігаються книги авторства Григорія Петровича Бевза, які є важливими пам’ятками історії української педагогіки.

Григорій Бевз помер 3 квітня 2021 року в Києві. Його життя — це шлях від сільського класу до університетської кафедри, від першої шкільної задачі до підручників, за якими навчалися покоління українських школярів.

Віртуальна виставка «Григорій Бевз (1926–2021): урок триває» демонструє можливості музею як сучасної інституції пам’яті, що через цифрові технології забезпечує збереження, інтерпретацію та популяризацію педагогічної спадщини. Представлені експонати з музейних фондів не лише відтворюють біографію та науковий доробок ученого, а й актуалізують його

педагогічні ідеї для сучасної освітньої спільноти, підтверджуючи безперервність «уроку», який триває.

Озайомитися з виставкою можна за посиланням: https://pmu.in.ua/virtual-exhibitions/bevz-hryhoriiy-petrovych/

Література

1. Бевз Г.П. Моя методика математики / Г.П. Бевз; упоряд. і відп. редактор В.О. Тадеєв. – Тернопіль: Навчальна книга - Богдан, 2021. – 584с. : іл.

2. Полюхович, Т. Григорій Бевз (1926–2021): урок триває**.** Фотодокументальна виставка до 100-річчя від дня народження українського педагога, математика-методиста [Електронний ресурс] / підгот. Тетяна Полюхович // Педагогічний музей України Національної академії педагогічних наук України : [офіц. сайт]. – Текст. дані. – Київ, 2020. – Режим доступу: https://pmu.in.ua/virtual-exhibitions/bevz-hryhoriiy-petrovych/ (дата звернення: 10.02.2026). – Назва з екрана.

Тетяна Полюхович. Григорій Бевз (1926–2021): урок триває (віртуальна виставка Педагогічного музею України до 100-річчя від дня народження українського педагога, математика-методиста).

Анотація. У тезах висвітлено досвід Педагогічного музею України зі створення віртуальної виставки, присвяченої 100-річчю від дня народження українського педагога, математика-методиста Григорія Бевза. Окреслено роль цифрових технологій у репрезентації музейних фондів, зокрема фотоматеріалів, особистих документів і авторських книг з дарчими підписами. Віртуальна виставка розглядається як інструмент збереження та актуалізації педагогічної спадщини.

Ключові слова: Педагогічний музей України, віртуальна виставка, цифрові технології, педагогічна спадщина, Григорій Бевз, історія освіти, музейні фонди.

Tetiana Poliukhovych. Hryhorii Bevz (1926–2021): the lesson continues (virtual exhibition of the Pedagogical Museum of Ukraine dedicated to the 100th anniversary of the birth of the Ukrainian educator, mathematics methodologist).

Abstract. The paper highlights the experience of the Pedagogical Museum of Ukraine in creating a virtual exhibition dedicated to the 100th anniversary of the Ukrainian educator and mathematics methodologist Hryhorii Bevz. The role of digital technologies in presenting museum collections, including photographs, personal documents, and author’s books with inscriptions, is emphasized. The virtual exhibition is considered as a means of preserving and actualizing pedagogical heritage.

Key words: Pedagogical Museum of Ukraine, virtual exhibition, digital technologies, pedagogical heritage, Hryhorii Bevz, history of education, museum collections.

Аліна Скоролітня
Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича,
Чернівці, Україна,
skorolitnia.alina@chnu.edu.ua

КОМПЕТЕНТНІСНО-ОРІЄНТОВАНІ ЗАДАЧІ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Основним завданням сучасної системи освіти є формування розвиненої особистості, конкурентноспроможного фахівця у своїй галузі, яка вміє критично мислити, аналізувати професійні завдання та вирішувати життєві ситуації. Тобто випускник закладу повинен самостійно діяти, приймати рішення, бути готовим до інновацій, стресових ситуацій та вміти справлятись з ними. На формування таких якостей і спрямований компетентнісний підхід у навчанні.

Одним з найважливіших видів навчальної діяльності учнів є розв'язання задач. Задачі, які спрямовані на розвиток і застосування сформованих математичних компетентностей у реальних життєвих ситуаціях, носять назву компетентнісно-орієнтовані. Метою розв'язання таких задач є вирішення стандартної або нестандартної задачі (предметної, міжпредметної або практичної) за допомогою знаходження певного способу розв'язання з обов'язковим застосуванням математичних знань. Основна особливість таких задач – це отримання пізнавального результату для учня, для отримання якого недостатньо знань лише однієї теми.

Відмінність таких задач від інших полягає у наступному:

- Збільшення обсягу тексту у формулюванні задачі.
- Використання ілюстративного матеріалу для візуалізації, наприклад: діаграми, графіки, схеми, світлини тощо.
- Зв'язок з реальними життєвими ситуаціями, що підсилює практичну значущість.
- Інтеграція з іншими галузями знань, яка зумовлює необхідність міждисциплінарного підходу.

Застосування компетентнісно-орієнтованих задач сприяє якіснішому засвоєнню навчального матеріалу та формуванню здатності застосовувати набуті знання на практиці.

Критерії якісної компетентнісно-орієнтованої задачі з математики, тобто наявність:

- Роботи з даними – аналіз таблиць, графіків, матеріалів та виокремлення потрібної інформації.
- Реальних відомостей – використання у задачах фактів та життєвих прикладів, що розширюють світогляд учня.
- Гіпотез – формулювання та перевірка певних припущень.
- Пошуку та аналізу інформації – пошук та критичне оцінювання інформації у додаткових джерелах.
- Обчислення – використання калькулятора.
- Цифрових інструментів – застосування програм, онлайн-сервісів тощо.
- Міжпредметності – інтеграція з різними галузями знань: біологією, хімією, географією, історією, економікою тощо.
- Роботи в парах і групах – взаємодія, обговорення та спільне розв'язання задачі, створення учнями міні-проєктів.

Щоб розв'язати компетентнісно-орієнтовану задачу, потрібно інтерпретувати проблему задачі як завдання, яке вже можливо розв'язати засобами математики та розробити відповідну математичну модель, тобто перекласти її на «математичну мову». Використовуючи математичні міркування та узагальнення, розв'язати її та інтерпретувати розв'язок з урахуванням досліджуваної проблеми. Відповідно у ході розв'язання компетентнісно-орієнтованої задачі учні розв'язуватимуть одну або кілька суто математичних задач.

Структура компетентнісно-орієнтованої задачі:

1) мотивація (стимул, який зацікавлює учня); 2) інформація (набір відомостей);
3) запитання (сформульована проблема); 4) критерії оцінювання результату.

Компетентнісно-орієнтовані задачі можна класифікувати за рівнями складності:

1. Задачі першого рівня передбачають застосування однієї стандартної математичної концепції для розв'язання в рамках математичної, міжпредметної або практичної життєвої ситуації.

Приклад (математична компетентність + екологічна грамотність і здорове життя).*У 100 г чіпсів міститься 35 г канцерогенного жиру, від якого виникають серцево-судинні захворювання, запальні процеси, порушується обмін речовин та ризик розвитку раку. Питання: скільки грам канцерогенного жиру потрапить до організму, якщо з'їсти 320 г чіпсів?*

2. Задачі другого рівня складності передбачають застосування комбінацій кількох математичних ідей для їх розв'язання.

3. Задачі третього рівня складності характеризуються використанням нестандартних методів, за допомогою яких реалізується математична концепція.

4. Задачі четвертого рівня складності є творчими компетентнісно-орієнтованими завданнями, розв'язання яких потребує побудови математичної моделі із застосуванням дослідницького підходу.

Впровадження компетентнісно-орієнтованих задач на уроках математики відбувається на основі наступних елементів:

- непостійність, поступовість;
- діяльнісний і життєвий підхід (з диференціацією завдань за рівнями);
- реальні контексти, дані, графіки (ситуації з новин, побуту, екології, фінансів тощо);
- впровадження різних видів діяльності, зменшення лекційного формату;
- навчання через створення;
- міжпредметність;
- вибір та голос учнів;
- підтримка помилки як частини навчання;
- рефлексія та усвідомлення процесу навчання.

Отже, застосування компетентнісно-орієнтованих задач сприяє більш ефективному засвоєнню математичних знань та їх практичному застосуванню. Використання таких задач розширює можливості вчителя щодо організації самостійної роботи учнів, дозволяє точніше виявляти проблеми засвоєння теми та рівень опанування основних компетенцій, а також сприяє формуванню ключових компетентностей.

Література

1. Волошена В. (2021). Дидактичні вимоги до компетентнісно-орієнтованих задач в процесі навчання математики. П*роблеми сучасного підручника*, (27), 36–45.

2. Іващенко О. Л. (2023). Компетентнісно-орієнтовані задачі: методична розробка / О. Л. Іващенко; Вугледарський навчально-виховний комплекс «Мрія» (ЗОШ І-ІІІ ступенів – ДНЗ) Вугледарської міської ради Донецької області. – Вугледар, 7 с.

3. Онопрієнко О. В. (2013). Компетентнісно орієнтовані задачі як засіб формування математичної компетентності учнів. *Початкова школа,* (3), 23–26.

Аліна Скоролітня. Компетентнісно-орієнтовані задачі на уроках математики.

Анотація. Компетентнісно-орієнтовані задачі у навчанні математики відзначаються міжпредметним підходом і практичним контекстом, що потребує від учнів аналізу даних, формулювання гіпотез та побудови математичних моделей. Використання компетентнісно-орієнтованих задач сприяє ефективнішому засвоєнню матеріалу, розвитку критичного мислення та ключових компетенцій, а також розширює можливості вчителя щодо організації самостійної роботи учнів і виявлення проблем у засвоєнні теми.

Ключові слова: компетентнісно-орієнтована задача, математична компетентність, компетентнісний підхід, міжпредметність.

Alina Skorolitnia. Competence-oriented tasks in Mathematics lessons.

Abstract. Competence-oriented tasks in mathematics education are characterized by an interdisciplinary approach and practical context, requiring students to analyze data, formulate hypotheses, and construct mathematical models. The use of competence-oriented tasks enhances the effective assimilation of material, the development of critical thinking and key competencies, and also expands teachers' opportunities to organize independent student work and identify learning difficulties.

Key words: competence-oriented task, mathematical competence, competency-based approach, interdisciplinarity.

Олександр Школьний
Український державний університет імені Михайла Драгоманова,
Київ, Україна,
o.v.shkolnyi@udu.edu.ua

ПРО ВИВЧЕННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ У 9 КЛАСІ НУШ

Наразі в Україні дії реформа освіти «Нова українська школа» (НУШ). Вона виникла в результаті невідповідності запитів українського суспільства щодо української освітньої системи та результатів її функціонування. Основною ідеєю Нової української школи є орієнтація учнівства на успішну інтеграцію в суспільство після закінчення школи, професійну реалізованість та особисте задоволення від власної особистої та суспільної діяльності. З метою реалізації цієї концепції були створені Державні стандарти освіти, а також модельні навчальні програми для кожної з 9 визначених у концепції НУШ освітніх галузей. У межах своєї академічної свободи вчителі на основі модельних програм мають розробити і впровадити відповідні навчальні програми, створити календарно-тематичне планування та інші дидактичні матеріали для здійснення освітньої діяльності. Проте зрозуміло, що основним засобом навчання залишаються підручники.

Авторський колектив на чолі з Марією Василишин запропонував модельну програми з математики для 7-9 класів (Василишин та ін., 2023), яка відрізняються інноваційними підходами до формування змісту навчального матеріалу та способів його вивчення. Детальніше її методичні особливості описано в статті (Shkolnyi 2023). Однією з важливих особливостей програми (Василишин та ін. 2023) є перенесення вивчення геометричних перетворень на початок 9 класу. Саме для цього в цій самій програмі раніше відбулося перенесення вивчення координат і векторів із 9 класу у 8 клас, а вивчення площ – із 8 класу в 9 клас. Автори вбачали в цьому потребу з кількох причин. По-перше, метод геометричних перетворень сам по собі є потужним інструментом розв'язування геометричних задач, який значно розширює кругозір учнів та учениць. По-друге, вивчення геометричних перетворень площини на початку 9 класу дасть можливість у наступних розділах коректно пояснити побудову графіка квадратичної функції $y = ax^2 + bx + c$: він буде образом вже відомого учням та ученицям графіка функції $y = x^2$ за певних геометричних перетворень.

У посібнику (Школьний та ін., 2025), створеного за модельною програмою (Василишин та ін. 2023), вивчається розділ «Геометричні перетворення та їх використання», який і забезпечує реалізацію наведеної ідеологічної схеми. Матеріал розділу містить переважно традиційний матеріал курсу математики 9 клас, але його вивчення здійснюється на початку навчального року, на відміну від більшості традиційних програм і підручників. Також у цьому розділі детально розглянуто поняття аналітичного задання геометричного перетворення – формул, які пов'язують координати образу і прообразу довільної точки площини за такого перетворення у деякій ПДСК.

Тема «Геометричні перетворення та їх використання» складається з наступних підрозділів: «Геометричні перетворення площини та їх аналітичне задання», «Рухи і перетворення подібності. Види рухів та їх властивості: паралельне перенесення, симетрія відносно точки, симетрія відносно прямої, поворот» і «Рівність і подібність фігур. Розв'язування задач на побудову методом геометричних перетворень». У доповіді ми ретельно висвітлимо методичні особливості вивчення кожного зі згаданих підрозділів.

На наше переконання, описана в доповіді методика вивчення геометричних перетворень площини сприятиме досягненню обох поставлених авторами програми (Василишин та ін. 2023) та посібника (Школьний та ін. 2025) цілей: по-перше, учні та учениці отримають потужний апарат для розуміння оточуючої дійсності та для розв'язування геометричних задач; по-друге вчителі та вчительки математики матимуть можливість у 9 класі математично коректно дати алгоритм побудови графіка загальної квадратичної функції як образу графіка

функції $y = x^2$ за послідовного виконання одного чи кількох геометричних перетворень площини.

Пілотування та апробація модельної програми (Василишин та ін. 2023) і посібника (Школьний та ін., 2025) протягом 2025-2026 навчального року в закладах загальної середньої освіти України свідчить, що учні та учениці цілком позитивно сприймають таке місце і такий спосіб геометричних перетворень площини та належним чином їх використовують. Разом із тим зауважимо, що ретельне дослідження ефективності такого способу опанування даного матеріалу учнями 9 класу НУШ іще попереду, оскільки згадана програма і посібник використовуються в навчальному процесі лише один навчальний рік. Проте ми переконані в доцільності та перспективності описаного підходу і будемо й надалі користуватися ним для формування ключових компетентностей учнів у контексті реформи «Нова українська школа».

Література

1. Василишин, М.С., Миляник, А.І., Працьовитий, М.В., Простакова, Ю.С., Школьний, О.В. (2023) Модельна навчальна програма «Математика. 7-9 класи» для закладів загальної середньої освіти. https://osvita.ua/doc/files/news/896/89677/Matematyka_7-9_kl_Vasylyshyn_ta_in_26_07.pdf.

2. Школьний, О.В., Нелін, Є.П., Миляник, А.І., Простакова, Ю.С. (2025) Математика: посібник як частина підручника інтегрованого курсу для 9 класу закладів загальної середньої освіти. Частина 1. Харків. Ранок.

3. Shkolnyi, O. (2023) New approach to studying mathematics in the 7th grade within the New Ukrainian School project. In “Educația în contextul provocărilor societale: paradigme, inovații, transfer tehnologic: Materialele Conferinței științifice naționale cu participare internațională, 17 noiembrie 2023, Chișinău”. Chișinău. Universitatea Pedagogică de Stat “Ion Creangă” din Chișinău.

Олександр Школьний. Про вивчення геометричних перетворень у 9 класі НУШ.

Анотація. У доповіді розкривається сутність авторського підходу до вивчення геометричних перетворень площини у 9 класі Нової української школи. Вказано передумови до такого вивчення, а також описано його основні методичні особливості. Показано також, яким чином геометричні перетворення зручно використовувати для побудови графіків функцій, зокрема, квадратичної функції. Наведено результати апробації пропонованого підходу під час навчання за авторським підручником інтегрованого курсу математики в 9 класі НУШ.

Ключові слова: Нова українська школа, геометричні перетворення площини, рухи, перетворення подібності, аналітичне задання геометричного перетворення, сучасні методи і технології навчання математики.

Oleksandr Shkolnyi. On the study of geometric transformations in the 9th grade of the New Ukrainian School.

Abstract. The report reveals the essence of the author’s approach to the study of geometric transformations of the plane in the 9th grade of the New Ukrainian School. The prerequisites for such study are indicated, and its main methodological features are described. It is also shown how geometric transformations are convenient to use for constructing graphs of functions, in particular, quadratic functions. The results of testing the proposed approach during study according to the author’s textbook of the integrated mathematics course in the 9th grade of the New Ukrainian School are presented.

Key words: New Ukrainian School, geometric transformations of the plane, motions, similarity transformations, analytical task of geometric transformation, modern methods and technologies of teaching mathematics.

СЕКЦІЯ ІІІ ІННОВАЦІЙНІ ТА КОМП'ЮТЕРНО-ОРІЄНТОВАНІ ТЕХНОЛОГІЇ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ В СУЧАСНИХ УМОВАХ: СТАН, ПРОБЛЕМИ, ПЕРСПЕКТИВИ ЗАСТОСУВАННЯ

SECTION III INNOVATIVE AND COMPUTER-ORIENTED TECHNOLOGIES FOR TEACHING MATHEMATICS IN MODERN CONDITIONS: STATUS, PROBLEMS, PROSPECTS FOR APPLICATION



Діана Андрейчук, **Наталія Кульчицька,**
Карпатський національний університет імені Василя Стефаника,
Івано-Франківськ, Україна,
diana.andreichuk.21@pnu.edu.ua
nataliia.kulchytska@pnu.edu.ua

ВІЗУАЛІЗАЦІЯ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ НА ПЛАТФОРМІ CANVA (НА ПРИКЛАДІ ВИВЧЕННЯ ТЕМИ «КООРДИНАТИ ТА ВЕКТОРИ»)

Як багатьом відомо, принцип наочності є найдавнішим із всіх загальнодидактичних принципів: був першим сформульованим та багато століть вивчався як педагогами, так і психологами. Як зазначається в джерелі [1], «він розглядається вчителями як ефективний спосіб пробудження інтересу учнів до предмета, що викладається, підвищення їх мотивації та активізації пізнавальної діяльності». Загалом цей принцип забезпечує перехід від конкретного до абстрактного, сприяє глибшому засвоєнню знань, активізує увагу та розвиває мислення учнів через використання образів, схем і моделей тощо.

Сьогодні унаочнення навчального матеріалу відбувається із застосуванням різноманітних технологій та цифрових засобів, що є одним з ключових напрямів оновлення змісту освіти. Це зумовлено необхідністю підвищення ефективності освітнього процесу, активним упровадженням інформаційно-комунікаційних технологій у навчальну діяльність, а також орієнтацією на формування здобувача освіти як компетентної особистості в умовах інформаційного суспільства [3]. Також, у [2] влучно сказано, що колись вчителі використовували лише папір з олівцем чи дошку з крейдою для унаочнення, але тепер розширився їхній асортимент ще різноманітною технікою (телефон, планшет, проектор, телевізор, інтерактивна дошка та ін.). Всі ці технології використовуються вчителями сучасності з метою представлення навчального матеріалу у візуальному форматі, оскільки зорові образи допомагають учням акцентувати увагу на ключових моментах, активізувати емоційну пам’ять та підвищити мотивацію [4].

Одним із варіантів візуалізації навчального матеріалу є всім нам відомі інтерактивні презентації. Дуже часто вчителям математики потрібно намалювати на дошці різні графіки чи побудови, але зазвичай їхнє подання може виглядати не дуже якісно, особливо у випадку вчителя-новачка, який ще не набрався досвіду креслення. Використання інтерактивних презентацій вирішує дану проблему та дозволяє бачити здобувачам освіти як динамічно змінюється деякий графік функції залежно від вибраного ними параметра.

Однією з тем шкільного курсу математики, яка викликає труднощі в учнів, є наприклад «Координати та вектори» у 10 класі. Здавалося би, вона охоплює вже вивчену ними подібну тему за 9 клас і просто тепер додається змінна z, але, на жаль, без належної візуалізації засвоєння цих понять часто є ускладненим для школярів, що негативно впливає на їхній рівень навчальних досягнень. Тому було вирішено розробити інтерактивні презентації з даної теми за допомогою платформи Canva. Важливою перевагою платформи Canva є можливість інтеграції інтерактивних вправ, створених у сервісах LearningApps, Wordwall та інших освітніх платформах. Такий підхід дозволяє поєднувати в одному цифровому середовищі пояснення теоретичного матеріалу з практичними завданнями, що підвищує мотивацію учнів до навчання та активізує їхню пізнавальну діяльність. Також використання платформи Canva під час вивчення теми «Координати та вектори» створює умови для реалізації як принципу наочності, так і доступності й інтерактивності навчання. Це сприяє розвитку просторового мислення учнів, формуванню глибшого розуміння математичних понять і підвищенню ефективності навчального процесу загалом.

Нижче більш детально опишемо приклади використання різноманітних сервісів, вбудованих на слайд презентації.

1. Динамічна модель «Визначення координат деякої точки у просторі», створена у Geogebra (рис. 1).

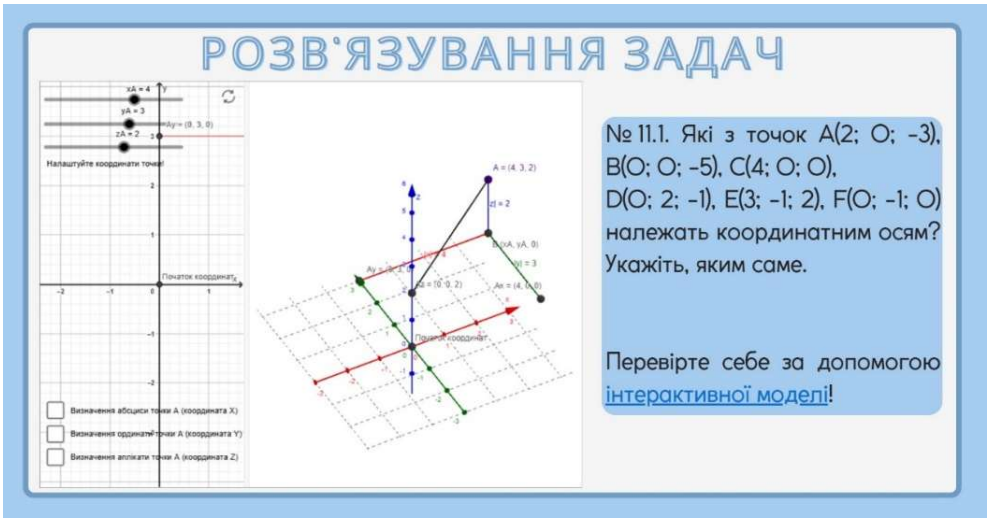


Рис. 1. Слайд «Розв'язування задач»

Робота з даним фрагментом полягає в тому, що після короткого викладу теоретичного матеріалу школярі вчаться розв'язувати деякі види задач, а саме: якій координатній осі та площинам належить точка, знаходження координати проекцій деякої точки на координатні площини, на яких відстанях від координатних площин лежить точка тощо. За допомогою невеликої вбудованої розробки, створеної на Geogebra, можна одразу, не виходячи з слайду презентації, спільно за допомогою візуалізації розв'язувати всі ці задачі, щоб краще зрозуміти новий матеріал, або перевірити отриману відповідь.

2. Вправа «Точки у просторі», створена за допомогою LearningApps (рис. 2).

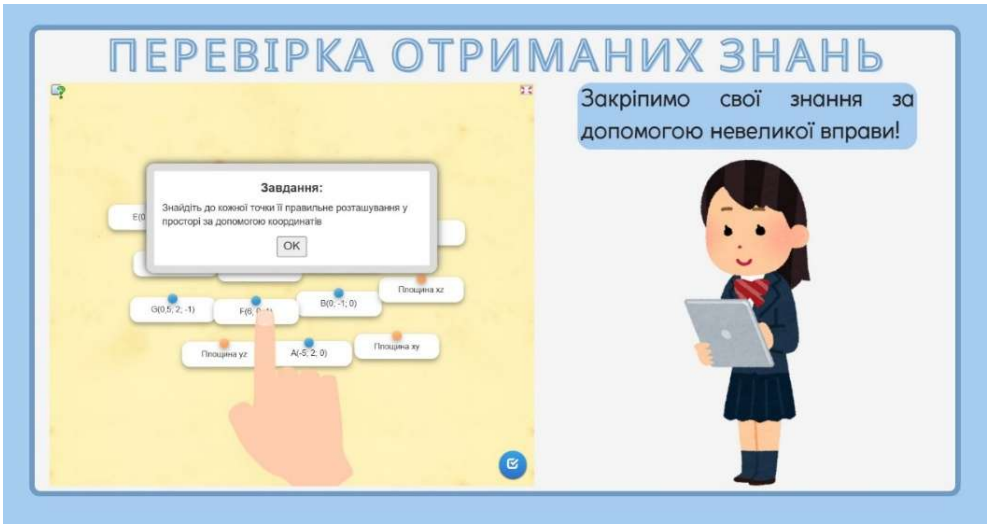


Рис. 2. Слайд «Перевірка отриманих знань»

Щоб довго не шукати розроблену інтерактивну вправу про створення пари між точкою та її знаходженням у просторі для закріплення нової теми, можна наперед вбудувати в слайд презентації та на ньому проходити її. Рекомендовано давати учням самостійно складати ці пари за допомогою інтерактивної дошки, якщо звісно вона є в класі та на ній транслюють дану презентацію. Окрім LearningApps, таким способом також можна вбудувати будь-яку справу з Wordwall.

3. Використання Desmos, Quizizz та Kahoot!. Вправи, створені на даних сервісах та платформах, теж можна вбудувати на слайд презентації, проте це буде більше виглядати як невелика кнопка на яку треба натиснути, щоб перейти до них.

Отже, використання платформи Canva під час вивчення теми «Координати та вектори» сприяє реалізації принципів наочності, доступності та інтерактивності. Інтеграція різних освітніх сервісів (GeoGebra, LearningApps, Wordwall, Desmos, Quizizz, Kahoot та інші) дає змогу поєднати пояснення нового матеріалу з динамічною візуалізацією та перевіркою знань в єдиному цифровому середовищі. Такий підхід розвиває просторове мислення, підвищує мотивацію учнів і активізує їхню пізнавальну діяльність.

Література

1. Свинарчук В. В., Яценко О. І. Аналіз інструментів для створення навчальної презентації. *IX Всеукраїнська науково-практична конференція з міжнародною участю «Сучасні інформаційні технології в освіті та науці»*, *21-22 листопада 2024 р.* Житомир. С. 213-216. URL: https://eprints.zu.edu.ua/id/eprint/42374.
2. Семеніхіна О. В., Юрченко А. О. Уміння візуалізувати навчальний матеріал засобами мультимедіа як фахова компетентність учителя. *Науковий вісник Ужгородського національного університету. Серія: Педагогіка. Соціальна робота*. 2014. №33. С. 176-179. URL: https://dspace.uzhnu.edu.ua/jspui/handle/lib/11550.
3. Шаров С. Візуалізація навчального матеріалу в умовах дистанційного навчання / С. Шаров, Т. М. Шарова // *Українська словесність у полікультурно-освітньому просторі сьогодення: збірник тез доповідей міжнародної наукової конференції, 23-24 вересня 2021 р. /відп. ред. Ж. Д. Горіна.* Одеса: ДЗ «Південноукраїнський національний педагогічний університет імені К. Д. Ушинського», 2021. С. 165-170. URL: http://dspace.pdpu.edu.ua/handle/123456789/13140.
4. Яременко Н., Дремлюх В. Інтерактивний плакат як засіб візуалізації навчального контенту на уроках української літератури. *ΛΟΓΟΣ: зб. наук. пр.* 2020. №3. С.45-48. URL: https://doi.org/10.36074/20.11.2020.v3.14.

Діана Андрейчук, Наталія Кульчицька. Візуалізація навчального матеріалу на платформі Canva (на прикладі вивчення теми «Координати та вектори»).

Анотація. Розкрито можливості візуалізації навчального матеріалу з теми «Координати та вектори» за допомогою платформи Canva. Обґрунтовано значення принципу наочності в умовах цифровізації освіти та показано доцільність використання інтерактивних презентацій. Описано приклади інтеграції сервісів GeoGebra, LearningApps, Wordwall, Desmos, Quizizz та Kahoot! у структуру слайдів. Доведено, що поєднання візуалізації й інтерактивності сприяє ефективному засвоєнню матеріалу та підвищенню мотивації учнів.

Ключові слова: візуалізація, принцип наочності, Canva, координати та вектори, інтерактивні презентації, мотивація навчання.

Diana Andreichuk, Nataliia Kulchytska. Visualization of educational material on the Canva platform (using the example of studying the topic «Coordinates and vectors»).

Abstract. The possibilities of visualizing educational material on the topic «Coordinates and vectors» using the Canva platform are revealed. The importance of the principle of visuality in the context of the digitalization of education is substantiated, and the expediency of using interactive presentations is demonstrated. Examples of integrating GeoGebra, LearningApps, Wordwall, Desmos, Quizizz, and Kahoot! services into the slide structure are described. It is proven that the combination of visualization and interactivity contributes to the effective assimilation of material and increases student motivation.

Key words: visualization, principle of visuality, Canva, coordinates and vectors, interactive presentations, learning motivation.

Григорій Білянін, Ольга Біляніна,
Комунальний заклад «Інститут післядипломної
педагогічної освіти Чернівецької області»
Чернівці, Україна
biljanin@ukr.net
bilyanina@ukr.net

ПРОЄКТНА ДІЯЛЬНІСТЬ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ 6 КЛАСУ «ТИ ЯК? АБО КОРИСНІ ЗВИЧКИ МЕНТАЛЬНОГО ЗДОРОВ'Я»

Проєктне навчання (project-based learning) у закладах освіти загалом та у закладах освіти Чернівецької області зокрема, набирає дедалі більше обертів. Практика і досвід доводять, що у цьому навчанні закладено ефективні та актуальні підходи, які мотивують та активізують учнівську діяльність. Численні дослідження науковців та наші практичні дослідження вказують на те, що після його успішного впровадження у 5-х класах («Десять подорожей Буковиною») в учнів та учениць покращилася мотивація до навчання, відповідальність, ба навіть рівень їхніх досягнень.

З метою збереження ментального здоров'я учнівства, пропонуємо опрацювати впродовж навчального року за допомогою набутих математичних компетентностей у 6 класі за чинними модельними програмами дев'ять порад (див. таблиця 1).

Таблиця 1.

Поради щодо ментального здоров'я та начальні теми математики

№ п/п	Назва поради	Назва математичної теми
1	Чіткий та сталий розпорядок дня.	*Подільність натуральних чисел.*
2	Регулярна фізична активність.	*Звичайні дроби та дії над ними.*
3	Правильне харчування.	*Імовірність випадкової події.*
4	Якісний відпочинок.	*Відношення і пропорції.*
5	Отримання задоволення – знайди себе!	*Коло, круг та їх елементи. Діаграми.*
6	Будьте поряд!	*Додавання та віднімання цілих чисел. Координатна площина.*
7	Комфортний побут.	*Множення та ділення цілих чисел.*
8	Створення атмосфери добра і поваги.	*Раціональні числа та дії над ними.*
9	«Весела думка – половина здоров'я!»	*Геометричні фігури*

Інтеграція цілей НУШ, – навчити учнівство застосовувати набуті математичні компетентності в різних життєвих ситуаціях, та важливість питань ментального здоров'я, складають основу для формування майже всіх ключових компетентностей ДСБСО. Розуміючи, що ментально здорові учні можуть, зазвичай, швидко відновлюватися після стресу, тому готові розв'язувати проблеми, знаходити позитивні рішення й підтримувати здорові взаємини з іншими. **Отже, зміцнення й підтримка ментального здоров'я потребують свідомих зусиль і колективної опіки суспільства загалом та школи зокрема. Також важливо знати, що ментальне здоров'я першочергово потрібне** для всебічного розвитку особистості, оскільки одним із основних аспектів ментального здоров'я є її здатність до адаптації та психологічної стійкості. **Тобто, вчительське інвестування в учнівське ментальне здоров'я шляхом** інтегрування, отриманих ними математичних умінь та нового вміння про корисні звички, сприятимуть формуванню їхнього власного ментального здоров'я, що в свою чергу **допоможе зробити їхнє життя щасливішим, продуктивнішим та збалансованішим.**

До кожного уроку-проєкту формуємо триєдину мету, наприклад:

- навчити учнів та учениць створювати власні мультимедійні презентації на основі проведеної дослідницько-пошукової роботи; підвищити ефективність навчання, застосовуючи набуті математичні компетентності з теми у змінених ситуаціях, формувати систему ключових компетентностей;
- розвивати уважність щодо ведення спостережень та знаходження спільного між двома проблемами – *n*-ою порадою щодо ментального здоров'я, наприклад, «Чіткий та сталий розпорядок дня» та ознаками подільності натуральних чисел;
- виховувати доброчесність, відповідальність, ціннісне ставлення до поради та самоформування здатності застосовувати набуті компетентності з теми математики в життєвих ситуаціях.

Практикуємо в проєктній діяльності об'єднувати учнів у три групи, одна з яких готує повідомлення про корисні факти для зміцнення ментального здоров'я – «Майстри ментального здоров'я», а дві інші – презентують для розв'язання компетентнісно орієнтовані задачі з проблем покращення ментального здоров'я. Ці групи мають інші назви – «Ерудити», «Кмітливі», «Чемпіони», «Олімпійці», «Математичні ласунчики», «Математики здорового харчування» тощо.

«Майстри ментального здоров'я» пропонують всім почути певну інформацію про фізичну активність та здоров'я: «Авіце́нна, перський науковець, як знаменитий лікар, сказав: «Головним скарбом життя є не землі, що ти їх завоював, не багатства, що їх маєш у скринях ... Головним скарбом є здоров'я, і, щоб його зберегти, потрібно багато що знати». Кажуть, що регулярна фізична активність необхідна для підтримки доброго здоров'я та запобігання деяким хронічним захворюванням та допомагає зменшити стрес і тривогу, покращити настрій, сприяє кращому сну. Не вірите? Можете перевірити! Спробуйте пограти у волейбол та простежити «Як Ти?»

Далі група «ЧЕМПІОНИ» пропонує розв'язати задачу **«*Домашні обов'язки*».** Софійка, плануючи свої два вихідні дні, передбачає один день для виконання домашніх обов'язків. У своєму щоденнику вона записала часовий розпорядок: для прибирання будинку – $\frac{1}{8}$ доби; прогулянка з собакою – на $1\frac{1}{2}$ год менше, ніж на прибирання; приготування святкової вечері – $\frac{2}{3}$ від часу, запланованого на прибирання і прогулянку разом. Скільки всього часу витратить Софійка на заплановані активності?

*Критерії оцінювання за ІІ групою результатів***:** визначення часу на одну активність – 1 бал; разом – 5 балів**.**

САМОПЕРЕВІРКА: **Відповідь: 7,5 годин.**

Ключові уміння: 1 доба = 24 год; 1 год = 60 хв

Математичні уміння: додавання, віднімання та множення звичайних дробів та мішаних чисел; скорочення дробів.

***Розв'язання та обґрунтування*:**

1) $24 \cdot \frac{1}{8} = 3$ (год) – час, витрачений Софійкою на прибирання;

2) $3 - 1\frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$ (год) – час, витрачений Софійкою на прогулянку;

3) $3 + 1\frac{1}{2} = 4\frac{1}{2}$ (год) – час, витрачений Софійкою на прибирання та прогулянку;

4) $4\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{9 \cdot 2}{2 \cdot 3} = \frac{3 \cdot 1}{1 \cdot 1} = \frac{3}{1} = 3$ (год) – готувала Софія святкову вечерю.

5) $4\frac{1}{2} + 3 = 4{,}5 + 3 = 7{,}5$ (год) – час, витрачений Софійкою на домашні обов'язки.

Отже, Софійка на домашні обов'язки витратила 7,5 годин.

Відтак, група «ОЛІМПІЙЦІ» пропонує розв'язати задачу **«*Дорога до школи*».**

Троє друзів домовилися включити секундоміри та з'ясувати, хто скільки часу витрачає зранку на дорогу до школи. Зустрівшись разом, Іванка сказала, що йшла до школи 9 хвилин. Артем заявив, що вона йшла на $2\frac{2}{3}$ хвилини довше, ніж він, але виявилося що Максим на $2\frac{1}{6}$ хв

довше йшов, ніж Артем. З'ясувати, скільки часу (у хвилинах) витратив Максим зранку на дорогу до школи.

*Критерії оцінювання за ІІ групою результатів***:** визначення часу: на одну активність – 1 бал; разом – 4 бали.

САМОПЕРЕВІРКА: **Відповідь: 8,5 хвилин.**

Математичні уміння: додавання й віднімання мішаних чисел;

Основна властивість дробу: $1 = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4} = \frac{5}{5} = \frac{6}{6} = \frac{7}{7} = \frac{8}{8} = \frac{9}{9} = \cdots$

***Розв'язання та обґрунтування*:**

1) $9 - 2\frac{2}{3} = 7 - \frac{2}{3} = 6\frac{3}{3} - \frac{2}{3} = 6\frac{1}{3}$ (хв.) – йшов до школи Артем.

2) $6\frac{1}{3} + 2\frac{1}{6} = 8 + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 8 + \frac{1\cdot 2+1\cdot 1}{6} = 8 + \frac{3}{6} = 8\frac{1}{2} = 8{,}5$ (хв.) – йшов до школи Максим.

Отже, Максим витратив зранку на дорогу до школи 8,5 хвилин.

«Майстри Ментального здоров'я» знову зауважують, що всі справи, які виконували Софійка, Іванка, Артем і Максим є фізичними активностями, тому просять підготувати на наступний урок активності, якими займаються їхні однокласники й однокласниці (можна задачами).

Систематична самоперевірка та самооцінювання за критеріями розраховані на доброчесність та свідоме ставлення до свого учіння. Кінцевий підсумок у формувальному оцінюванні конвертація балів за шкалою оцінювання за ІІ групою.

Висновок: ***проєкт*** – це один із засобів активного навчання, який об'єднує учнівство для самостійного досконалого вивчення будь-якої проблеми окремо та у співпраці з іншими, стимулює їх до вміння аналізувати, критично оцінювати й визначати зміст презентації для публічного обговорення.

Література

1. Державний стандарт базової середньої освіти (https://mon.gov.ua/osvita-2/zagalna-serednya-osvita/nova-ukrainska-shkola-2/derzhavniy-standart-bazovoi-serednoi-osviti (дата звернення: 09.02.2026)).

2. Проектна діяльність у школі/М. Ворон (https://osvita.ua/school/method/1158/ дата звернення: 09.02.2026)).

3. Турбота про ментальне здоров'я/ З. Якименко. (https://ohoronapraci.kiev.ua/article/ news/turbota-pro-mentalne-zdorova дата звернення: 09.02.2026)).

Григорій Білянін, Ольга Біляніна.Проєктна діяльність на уроках математики 6 класу «ти як? Або корисні звички ментального здоров'я»

Анотація. У статті подано частину роботи Волонтерського освітнього проєкту при КЗ «ІППОЧО», що ведеться 4-ий рік поспіль, – «Агенти НУШ: математична освітня галузь», методичний та науковий супровід якого здійснюють автори цієї статті. У 6 класі – інтеграція корисних звичок для формування власного ментального здоров'я засобами математичних компетентностей, які апробовано та схвалено для застосування вченою радою КЗ «ІППОЧО».

Ключові слова: проєкт, діяльність, проєктна діяльність, ментальне здоров'я.

Hryhorii Bilianin, Olga Bilianina. Project Activity In 6th Grade Mathematics Lessons "How Are You? Or Useful Habits For Mental Health"

Abstract. The article presents a part of the work of the Volunteer Educational Project at the Chernivtsi In-Service Teachers Training Institute, which has been running for 4 years in a row, - "NUSH Agents: Mathematical Educational Branch", the methodological and scientific support of which is carried out by the authors of this article. In the 6th grade - the integration of useful habits for mental health by means of mathematical competencies, which have been tested and approved for use by the Academic Council of the Chernivtsi In-Service Teachers Training Institute.

Key words: project, activity, project activity, mental health.

Світлана Бондаренко
Ліцей №3 Васильківської селищної ради Дніпропетровської області,
селище Васильківка Синельниківського району
Дніпропетровської області,
Україна
bsvrmk2014@gmail.com

ВИКОРИСТАННЯ ШТУЧНОГО ІНТЕЛЕКТУ ДЛЯ СТВОРЕННЯ ІНТЕРАКТИВНИХ НАВЧАЛЬНИХ СИМУЛЯЦІЙ ТА ДИФЕРЕНЦІЙОВАНИХ ДОСЛІДНИЦЬКИХ ЗАВДАНЬ З МАТЕМАТИКИ

Діяльнісний підхід у навчанні математики передбачає, що знання не передаються у готовому вигляді, а здобуваються учнем у процесі власної навчально-пізнавальної діяльності. Віртуальні симуляції стають тим середовищем, де ця діяльність стає максимально продуктивною, що має особливе значення в умовах дистанційного навчання. Вони реалізують цикл "дослідження – гіпотеза – перевірка – висновок".

Впровадження віртуальних симуляцій дозволяє вчителю змінити свою роль з "джерела інформації" на "фасилітатора" (помічника), який спрямовує дослідницьку діяльність учнів. Це не лише підвищує якість математичних знань, а й розвиває цифрову компетентність, логіку та здатність до самостійного вирішення проблем.

Лідерами в галузі цифрової освіти з математики є безкоштовні і потужні ресурси PhET Colorado та GeoGebra, які мають свої переваги і недоліки.

PhET Interactive Simulations (Університет Колорадо) побудовані за принципом "ігрового дослідження", інтуїтивно зрозумілі для учнів 5-9 класів, не мають складних налаштувань. Для вчителя наявна база готових робочих аркушів. Але відсутня можливість змінити саму симуляцію, додати певний параметр, інтегрувати для вивчення декількох тем, предметів чи галузей.

GeoGebra — універсальний гнучкий математичний конструктор, який допоможе створити власну модель для будь-якої задачі — від простого графіка до складної 3D-стереометрії. Перевагами є можливість проведення точних розрахунків, побудови динамічних креслень та "проєктування" 3D-фігури на стіл за допомогою смартфона. Проте учням потрібен час, щоб ознайомитися зі складним інтерфейсом, навчитися користуватися всіма інструментами та командами.

Відносно новим підходом, який поєднує можливості штучного інтелекту та програмування, є створення математичних симуляцій безпосередньо у Gemini Canvas(3). Це спеціальний робочий простір усередині інтерфейсу Gemini, призначений для роботи над великими проєктами, кодом, текстами або візуалізаціями в реальному часі.

Сучасний вчитель математики обирає Gemini Canvas не тому, що йому бракує готових інструментів (як PhET чи GeoGebra), а тому, що цей інструмент дає принципово інший рівень свободи, перетворюючи підготовку до уроку з рутинного пошуку на творчий процес проектування унікального освітнього досвіду.

Створення математичних симуляцій з використанням штучного інтелекту необхідно здійснювати у такій послідовності:

1. Формулювання навчальної мети.
2. Генерація симуляції з Gemini Canvas.
3. Перегляд та налаштування в Canvas.
4. Збереження та поширення симуляції.

При вивченні теми “Трикутник” курсу геометрії 7 класу я створила симуляцію

“Інтерактивний конструктор трикутників”(2), яка дозволяє змінювати довжини сторін трикутника за допомогою повзунків. Додаток автоматично перевіряє нерівність трикутника, обчислює внутрішні та зовнішні кути, а також візуалізує геометричну фігуру в реальному часі. Згенероване посилання розмістила в Google Classroom для вільного доступу учнів.

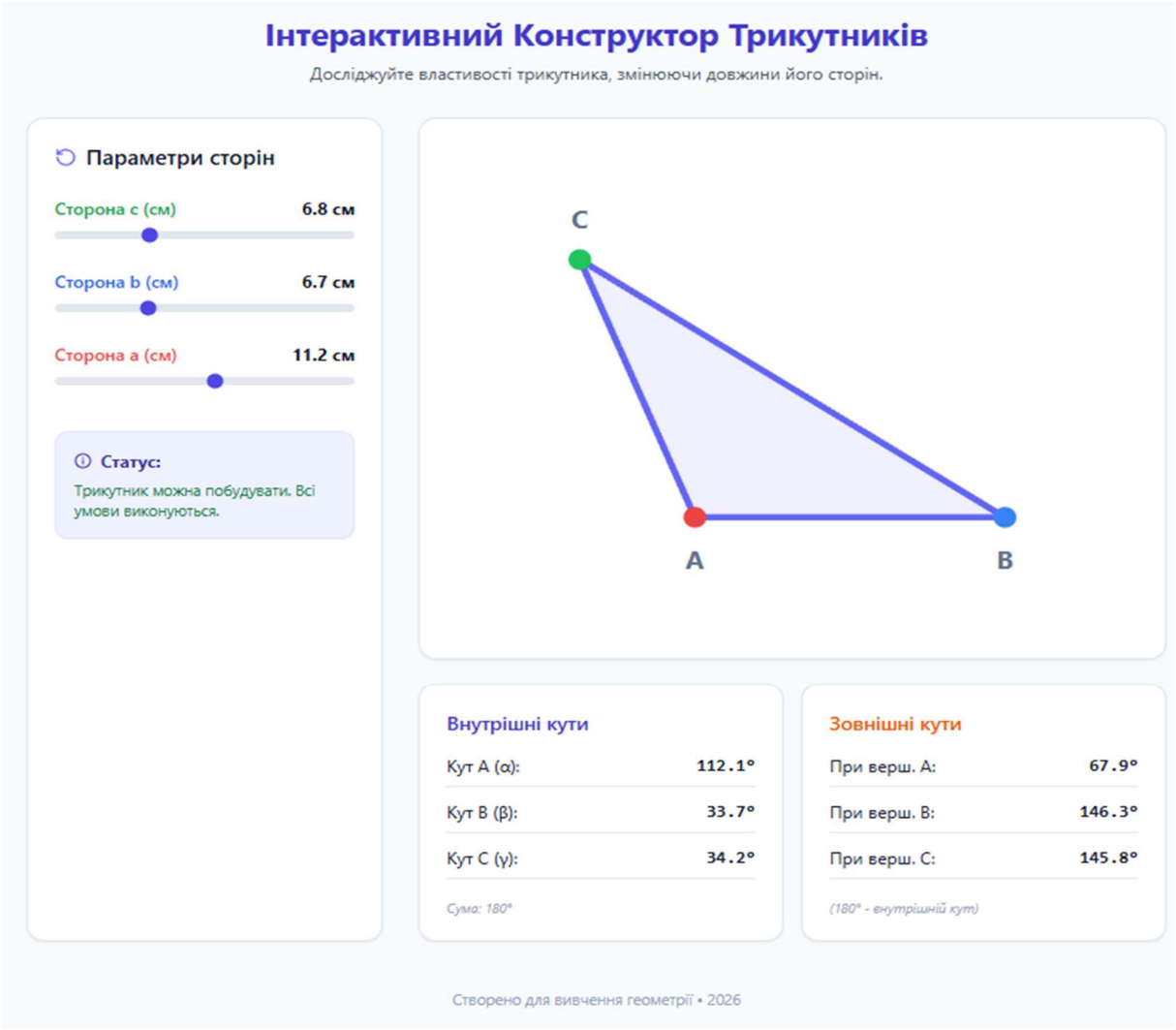


Рис. 1. Інтерфейс симуляції

Gemini може не лише створити симуляцію, а й підготувати методичний супровід для роботи з нею: згенерувати питання для обговорення та задання, створити план уроку з використанням даного інтерактиву і критерії оцінювання за групами результатів та інше.

Згенеровані дослідницькі завдання(1) розраховані на роботу з інтерактивною симуляцією для глибшого розуміння метричних співвідношень у трикутнику. Приклади диференційованих завдань:

1. Початковий рівень (Ознайомлення та спостереження) Існування трикутника:

Спробуйте встановити такі значення: a = 10, b = 5, c = 4. Що показує симулятор?

Поступово збільшуйте сторону c. При якому мінімальному значенні сторони c трикутник "з'явиться"?

2. Середній рівень (Розрахунки та закономірності) Співвідношення сторін і

кутів: Побудуйте різносторонній трикутник. Знайдіть найбільшу сторону та найбільший кут. Чи лежить найбільший кут навпроти найбільшої сторони?

Перевірте це твердження, змінюючи параметри.

3. Достатній рівень (Аналіз та критичне мислення) Прямокутний трикутник:

Підберіть такі значення сторін, щоб один із внутрішніх кутів став прямим. Яка закономірність спостерігається між квадратами сторін ?

4. Високий рівень (Гіпотези та доведення) Моделювання залежностей:

Зафіксуйте сторони a=8 та b=8. Починайте збільшувати сторону c від 1 до 15.

Простежте, як змінюється кут C. Чи є цей зв'язок лінійним (наприклад, чи збільшується кут удвічі, якщо сторону збільшити удвічі)?

Gemini Canvas перетворює підготовку до уроку для педагога з рутинного пошуку на творчий процес проектування унікального освітнього досвіду.

Інтерактивні симуляції, створені у Canvas, економічні, сприяють активному персоналізованому навчанню та візуалізації складних концепцій, розвивають системне мислення, дозволяють експериментувати дистанційно без ризиків.

Література

1. Дослідницькі завдання до симулятора https://gemini.google.com/share/dc85e37667d9

2. Інтерактивний конструктор трикутників https://gemini.google.com/share/ebc448fb0c9c

3. Лист МОН від 29.09.2025 №1/20386-25 «Про методичні рекомендації щодо запровадження та використання технологій ШІ в ЗЗСО» https://yakistosviti.com.ua/novyny/metodychni-rekomendatsii-shi

Світлана Бондаренко. Використання штучного інтелекту для створення інтерактивних навчальних симуляцій та диференційованих дослідницьких завдань з математики.

Анотація. У публікації розкрито переваги і недоліки популярних віртуальних симуляцій, обґрунтовано доцільність та наведено приклади використання штучного інтелекту для генерування інтерактивних тренажерів та персоналізованих вправ для роботи з ними при вивченні математики.

Ключові слова: віртуальна симуляція, штучний інтелект, Gemini Canvas, PhET Colorado, GeoGebra.

Svitlana Bondarenko. Using artificial intelligence to create interactive learning simulations and differentiated research tasks in mathematics.

Abstract. The publication reveals the advantages and disadvantages of popular virtual simulations, justifies their feasibility, and provides examples of using artificial intelligence to generate interactive simulators and personalized exercises for working with them when learning mathematics.

Key words: virtual simulation, artificial intelligence, Gemini Canvas, PhET Colorado, GeoGebra.

Юлія Ботузова
Криворізький державний педагогічний університет,
Кривий ріг, Україна
vassalatii@gmail.com

ВИКОРИСТАННЯ ЦИФРОВИХ ІНСТРУМЕНТІВ У НАВЧАННІ МАТЕМАТИКИ: МЕТОДОЛОГІЧНИЙ ПОТЕНЦІАЛ SAMR МОДЕЛІ

Стрімкий розвиток цифрових технологій і їх активне проникнення в освітній простір зумовлюють необхідність переосмислення підходів до організації навчання математики. Сучасний учень постійно взаємодіє з цифровими середовищами, тому завдання вчителя полягає не лише у використанні цифрових засобів, а й у педагогічно доцільній інтеграції технологій у навчальний процес з урахуванням цілей навчання, змісту математичної діяльності та типів мислення, які формуються в учнів.

Аналіз освітньої практики свідчить, що цифрові інструменти у навчанні математики часто застосовуються фрагментарно та здебільшого виконують функцію заміни традиційних засобів навчання. За таких умов використання технологій не призводить до суттєвих змін у структурі навчальних завдань і не забезпечує повною мірою розвиток дослідницьких, аналітичних та критичних умінь учнів. Це актуалізує потребу в методологічній моделі, яка дозволяє системно оцінювати рівень інтеграції цифрових інструментів і спрямовувати освітній процес від відтворювальної до дослідницької навчальної діяльності.

Однією з таких моделей є SAMR модель, запропонована Р. Пуентедурою [1], яка описує чотири рівні використання технологій у навчанні: заміна (substitution), доповнення (augmentation), модифікація (modification) та перевизначення (redefinition). Дана модель дозволяє розглядати цифрові технології не як самоціль, а як інструмент зміни характеру навчальної діяльності. Перші два рівні SAMR орієнтовані на покращення існуючих практик навчання, тоді як рівні модифікації та перевизначення забезпечують глибоку трансформацію освітнього процесу.

У наукових дослідженнях модель SAMR розглядається як аналітична рамка для оцінювання освітніх активностей, зокрема в контексті мобільного та цифрового навчання [2, 3, 4]. Дослідники наголошують, що рівень інтеграції технологій визначається не самим фактом використання цифрових засобів, а тим, які навчальні продукти створюють учні та які пізнавальні процеси при цьому активізуються. У контексті математичної освіти особливого значення набуває зв’язок між рівнями SAMR і типами математичного мислення, які підтримуються відповідними навчальними завданнями.

Ключовим аспектом інтеграції цифрових інструментів у навчанні математики є використання спеціалізованого математичного програмного забезпечення. Одним із найбільш універсальних і доступних інструментів є GeoGebra – середовище динамічної математики, яке поєднує геометрію, алгебру, графіки, таблиці та елементи статистики. Функціональні можливості GeoGebra дозволяють реалізувати всі рівні SAMR моделі залежно від способу проєктування навчального завдання [5].

На рівні заміни GeoGebra використовується як цифровий аналог традиційних інструментів креслення та вимірювання. У цьому випадку учні виконують знайомі математичні дії, але в електронному середовищі, що підвищує зручність і наочність роботи, не змінюючи при цьому сутності завдання. Такий підхід доцільний для організації пояснення нового матеріалу або закріплення базових понять.

Рівень доповнення передбачає розширення функціональних можливостей завдання за рахунок динамічності об’єктів, варіативності побудов і можливості дослідження кількох випадків у межах одного креслення. Використання динамічних моделей дозволяє учням спостерігати за змінами математичних об’єктів у реальному часі, встановлювати залежності та формулювати узагальнення, не змінюючи при цьому логіки розв’язування задачі.

На рівні модифікації відбувається істотна перебудова навчального завдання. Застосування параметризації, слайдерів і змінних величин у GeoGebra перетворює окрему задачу на сукупність дослідницьких ситуацій. Учні отримують можливість експериментувати з умовами задачі, аналізувати межі існування геометричних об’єктів, перевіряти гіпотези та робити висновки на основі власних спостережень. Такий підхід сприяє розвитку аналітичного мислення та глибшому розумінню математичних закономірностей.

Рівень перевизначення характеризується створенням принципово нових навчальних завдань, які неможливо реалізувати без використання цифрових технологій. У цьому випадку GeoGebra виступає не лише засобом візуалізації, а інструментом для відкриття нових математичних знань, дослідження функціональних залежностей і формулювання узагальнених тверджень. Навчальні завдання такого типу орієнтовані на самостійну пізнавальну діяльність учнів і формування цілісного бачення математичних об’єктів та їх властивостей.

Проведений аналіз підтверджує, що ефективність інтеграції цифрових інструментів у навчання математики визначається не рівнем технологічної складності, а дидактичним проєктуванням завдань. SAMR модель може бути використана як методологічна основа для планування навчального процесу, оцінювання педагогічної доцільності застосування цифрових засобів і поступового переходу від репродуктивних форм діяльності до дослідницького навчання.

Отже, цілеспрямоване використання SAMR моделі у поєднанні з можливостями програмного забезпечення GeoGebra створює умови для якісного оновлення методики навчання математики, підвищення пізнавальної активності учнів і формування сучасного математичного мислення, що відповідає викликам цифрової освіти.

Література

1. Puentedura R. R. SAMR: Moving from enhancement to transformation. 2013.

2. Romrell D., Kidder L., Wood E. The SAMR Model as a Framework for Evaluating mLearning. *Online Learning*. 2014.

3. Crompton H., Burke D. Mobile learning and pedagogical opportunities using the SAMR framework. *Computers & Education*. 2020.

4. Trgalová J. Digital technology and its uses from the instrumental perspective. Springer, 2022.

5. Ботузова Ю. В. Інтеграція цифрових інструментів у процес навчання математики з обґрунтуванням SAMR моделі. «Актуальні питання у сучасній науці (Серія «Педагогіка», Серія «Право», Серія Економіка», Серія «Державне управління», Серія «Техніка», Серія «Історія та археологія») »: журнал. 2026. № 1(43) 2026. С. 1297-1306.

Юлія Ботузова. Використання цифрових інструментів у навчанні математики: методологічний потенціал SAMR моделі.

Анотація. Проведено аналіз особливостей інтеграції цифрових інструментів у процес навчання математики з опорою на SAMR модель як методологічну основу для проєктування, реалізації та аналізу навчальних завдань. Основну увагу зосереджено на можливостях використання математичного програмного забезпечення GeoGebra як універсального цифрового інструменту навчання математики.

Ключові слова: SAMR модель, методика навчання математики, ІКТ, математичні програмні засоби, цифрові інструменти для навчання.

Botuzova Yuliia. Use of digital tools in teaching mathematics: methodological potential of the SAMR model.

Abstract. An analysis of the peculiarities of the integration of digital tools into the process of learning mathematics based on the SAMR model as a methodological basis for the design, implementation and analysis of educational tasks was carried out. The main focus is on the possibilities of using GeoGebra mathematical software as a universal digital tool for teaching mathematics.

Key words: SAMR model, methods of teaching mathematics, ICT, mathematical software tools, digital teaching tools.

Яна Гаєвець
ДЗ «Південноукраїнський національний педагогічний
університет імені К. Д. Ушинського»
Одеса, Україна
gaevets86@gmail.com

ВИКОРИСТАННЯ NOTEBOOKLM ДЛЯ МОДЕРНІЗАЦІЇ НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНОГО СУПРОВОДУ КУРСУ «МЕТОДИКА НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ»

У контексті цифрової трансформації вищої освіти постає нагальна потреба модернізації методичного супроводу підготовки майбутніх учителів початкової школи. Суттєве скорочення аудиторних годин на опанування здобувачами першого (бакалаврського) рівня вищої освіти спеціальності А3 Початкова освіта навчальної дисципліни «Методика навчання математики» потребує ефективної організації самостійної роботи, впровадження інноваційних технологій, здатних забезпечити індивідуальну підтримку студентів у процесі опанування складного методичного матеріалу.

Платформа NotebookLM від Google, що з'явилася у 2023 році, представляє принципово новий підхід до організації освітнього процесу. На відміну від універсальних великих мовних моделей, NotebookLM ґрунтується виключно на джерелах, завантажених користувачем, що мінімізує ризики галюцинацій та забезпечує релевантність згенерованого контенту [3]. Дослідники відзначають перспективність інструменту для підтримки навчання та розробки навчальних матеріалів.

Аналізуючи потенціал NotebookLM у вищій освіті для оптимізації досліджень, викладання та персоналізованого навчання, дослідник Reyna [7] дійшов висновку, що цей інструмент дійсно мінімізує ШІ-галюцинації, підтримує адаптивне навчання та академічну доброчесність. Автор пропонує критичний огляд можливостей сервісу для створення гнучкого освітнього середовища та відповідальної інтеграції ШІ.

Практичне дослідження, проведене Mohamed [5] протягом осіннього семестру 2025 року за участю понад 102 студентів, доводить, що структуроване впровадження NotebookLM у курси з комунікацій та медіа підвищило залученість студентів, покращило розуміння контенту та цифрову грамотність. Описана модель демонструє перехід від пасивного споживання інформації до активного конструювання знань у професійному ШІ-середовищі. Проте практично відсутні публікації щодо застосування платформи у підготовці майбутніх учителів початкової школи.

Метою статті є висвітлення можливостей платформи NotebookLM для модернізації навчально-методичного супроводу навчальної дисципліни «Методика навчання математики» та представлення практичного досвіду її впровадження під час підготовки майбутніх учителів початкової школи.

NotebookLM функціонує як інтелектуальний асистент-дослідник, що працює виключно з завантаженими джерелами. Платформа підтримує PDF-документи, Google Docs, текстові файли, веб-посилання, відео YouTube та аудіофайли [6]. Можливість завантаження до 50 джерел дозволяє створювати комплексні тематичні бази знань. Ключові функції включають: автоматичне створення навчальних матеріалів (резюме, посібники, глосарії), генерацію інтерактивних засобів (флеш-картки, тести), створення аудіо- та відеоогляду, інтелектуальний пошук з цитуванням джерел [4]. Також підтверджено ефективність використання NotebookLM для екстракції структурованих даних з методичних документів [1].

У межах нашого дослідження впровадження NotebookLM здійснюється через створення серії тематичних ноутбуків для кожного змістового модуля навчальної дисципліни «Методика навчання математики». До тематичного ноутбуку завантажуються: робоча програма, силабус, навчально-методичні матеріали, критерії оцінювання, методичні посібники, типова освітня

програма, підручники, корисні покликання на відео YouTube (записи семінарів, вебінарів, майстер-класів тощо). На основі цих джерел платформа генерує FAQ, навчальні посібники, інфографіку, ментальні карти, аудіоогляди, тестові питання, картки для опитування тощо.

Перші спроби апробації NotebookLM проводилися під час підготовки до занять за темою «Методика ознайомлення з поняттям «складена задача». Методика формування вмінь розв'язування складених задач у 2-му класі» зі здобувачами третього року навчання. На етапі підготовки було створено тематичний ноутбук, до якого завантажено навчально-методичні матеріали саме для 2-го класу НУШ (типові програми, підручники), методичні посібники, зразки конспектів уроків, науково-методичні публікації, конспекти лекцій тощо. NotebookLM проаналізував матеріали за 2-3 хвилини та згенерував навчальний посібник, проблемні питання та глосарій ключових термінів, що значно скоротило час проведення методичного аналізу даної теми. Далі студенти отримали доступ до тематичного ноутбука через спільне посилання, що дає можливість самостійно формулювати запити до платформи.

Найбільш вагома підтримка від цієї платформи вбачається у забезпеченні виконання завдань для самостійного опрацювання теми. Так, для дослідження різних методичних підходів до ознайомлення з поняттям «складена задача» студенти створювали індивідуальні ноутбуки з додатковими джерелами, якщо була така необхідність, знаходили ще публікації на освітніх порталах. Для самоперевірки знань було рекомендовано скористатись функцією автоматичної генерації тестів, навчальних карток, регулюючи самостійно рівень складності та кількість питань.

Також створення таких індивідуальних ноутбуків дозволяє краще підготуватись до виробничої практики у школі. Варто лише завантажити до них: нормативні документи, календарно-тематичне планування та підручник, за яким працюють у школі, розробки уроків, методичні рекомендації та посібники. Таким чином, платформа допоможе розібратись із структурою конспекту уроку відповідно до програмних вимог, запропонує варіанти наповнення уроків різними формами роботи, проблемні ситуації, питання для усного опитування, різні вправи відповідно до вікових та індивідуальних особливостей учнів початкової школи.

Демонструючи суттєві переваги NotebookLM, такі як: економія часу для підготовки матеріалів до занять, активну залученість студентів до роботи, поглиблений порівняльний аналіз джерел через швидкий доступ до джерел, формування дослідницької компетентності через уміння формулювати проблемні запитання, ми спостерігаємо і недоліки цієї платформи: необхідність обов’язкової верифікації цитат у первинних джерелах (іноді фіксуються неточності), англійська мова інтерфейсу іноді призводить до неточностей перекладу українських термінів (тому слід завантажувати документи, де терміни чітко визначені), наявність певних технічних обмежень. Звичайно, ефективність результатів залежить від уміння формулювати коректні запити. Варто наголосити, NotebookLM – це лише інструмент, а не заміна викладача. Студенти потребують чіткої постановки завдань, обговорення критеріїв оцінювання, методичних орієнтирів, зворотного зв’язку, спілкування та підтримки.

Безсумнівно, важливо дотримуватися етичних принципів використання ШІ, перевіряти згенерований контент, не завантажувати конфіденційну інформацію, навчати студентів критичного оцінювання згенерованого матеріалу [2].

Успішне використання NotebookLM також залежить від правильно спланованої системної роботи, дотримання методичних рекомендацій: викладач має поступово розпочинати з однієї теми або модуля, ретельно підбирати джерела, адже ефективність роботи безпосередньо пов’язана із якістю завантажених матеріалів, а також використовувати шаблони запитів для створення завдань, тестових питань, карток тощо.

Таким чином, NotebookLM представляє ефективний інструмент модернізації навчально-методичного супроводу курсу «Методика навчання математики», забезпечуючи: скорочення

часу для підготовки навчальних матеріалів, створення різноманітних дидактичних засобів для різних форм навчання, ефективну організацію самостійної роботи, індивідуальний підхід, систематичний зворотний зв'язок. Здобувачі вищої освіти отримують можливість опановувати матеріал у власному темпі, здійснювати самоперевірку, ефективно готуватися до занять, розвиваючи методичну та цифрову компетентності.

Напрями подальших досліджень пов'язані із: створенням банку тематичних ноутбуків до усіх навчальних дисциплін, дослідженням ефективності NotebookLM через аналіз навчальних досягнень, вивченням можливостей інтеграції з іншими цифровими інструментами.

Література

1. Barton, C. (2024). NotebookLM. Tips for Teachers. URL: https://tipsforteachers.co.uk/notebooklm/

2. Digital Learning at FGCU (2025). Maximizing your study sessions with NotebookLM. Florida Gulf Coast University. URL: https://www.fgcu.edu/digitallearning/digital-learning-blog/02-24-2025-notebooklm

3. Google for Education. NotebookLM: AI-powered research and thinking partner. URL: https://edu.google.com/ai-notebooklm/

4. Miller, M. (2023). NotebookLM for schools: AI with your documents. Ditch That Textbook. URL: https://ditchthattextbook.com/notebooklm/

5. Mohamed, A. (2025). Transforming Communication and Media Education: A Case Study on the Pedagogical Implementation of Google's NotebookLM.

6. Monsha (2024). NotebookLM for teachers: A comprehensive guide. URL: https://monsha.ai/blog/notebooklm-for-teachers

7. Reyna, J. (2025). The Potential of Google NotebookLM for Teaching and Learning. URL: https://www.researchgate.net/publication/393965130_The_Potential_of_Google_NotebookLM_for_Teaching_and_Learning

Яна Гаєвець. Використання NotebookLM для модернізації навчально-методичного супроводу курсу «Методика навчання математики».

Анотація. Стаття присвячена дослідженню можливостей платформи NotebookLM для модернізації навчально-методичного супроводу навчальної дисципліни «Методика навчання математики» та представлення практичного досвіду її впровадження під час підготовки майбутніх учителів початкової школи.

Ключові слова: методика навчання математики, підготовка майбутніх учителів початкової школи, NotebookLM.

Yana Haievets. Use of NotebookLM for the Modernization of the Educational and Methodological Support of the Course "Methods of Teaching Mathematics".

Abstract. The article is devoted to the study of the capabilities of the NotebookLM platform for the modernization of the educational and methodological support of the academic discipline "Methods of Teaching Mathematics" and to the presentation of practical experience of its implementation in the training of future primary school teachers.

Key words: methods of teaching mathematics, training of future primary school teachers, NotebookLM.

Тетяна Года
Український державний університет
імені Михайла Драгоманова,
Київ, Україна,
t.yu.hoda@npu.edu.ua

ЕКОСИСТЕМА ЦИФРОВИХ ІНСТРУМЕНТІВ ДЛЯ ВИВЧЕННЯ ФУНКЦІЙ

Ефективність опанування теми «Функції» безпосередньо залежить від здатності учня здійснювати когнітивні переходи між різними рівнями абстракції. Згідно з когнітивною теорією мультимедійного навчання (CTML) Річарда Майєра (Mayer, 2009), глибоке розуміння математичного об'єкта виникає лише тоді, коли учень вільно оперує візуальним та вербальним сприйняттям інформації; вчитель під час навчання учнів математиці враховує особливості роботи людського мозку. Головна ідея теорії Р. Майєра – використання слів та зображень разом веде до глибшого засвоєння, ніж використання лише слів.

З огляду на дидактичні особливості теми «Функції» (необхідність оперування різними видами репрезентацій: графічною, аналітичною, табличною; потреба в динамічній візуалізації; важливість інтерпретації реальних залежностей), доцільним може бути комплексне використання таких сучасних засобів навчання:

- GeoGebra / Desmos.
- Електронні підручники та цифрові навчальні платформи.
- Штучний інтелект (ChatGPT, Gemini, Copilot та ін.).
- Онлайн-дошки (MIRO, Microsoft Whiteboard).
- Інтерактивні сервіси (LearningApps, H5P, Classtime, Kahoot, AhaSlides).
- Canva.

Всі ці сервіси можна об'єднати в єдину екоситему. В межах цієї екосистеми кожен етап вивчення змістової лінії «Функції» отримує свою цифрову підтримку:

1. *Дослідження впливу параметрів (Динамічна візуалізація)*

Використання "повзунків" (sliders) у GeoGebra для дослідження квадратичної функції $y = a(x - m)^2 + n$. Учень фізично рухає повзунок a і бачить, як "гілки" параболи стискаються або розширюються.

2. *Моделювання реальних процесів (Інтерпретація)*

Використання Desmos для накладання графіка функції на реальне фото (наприклад, арка мосту або траєкторія стрибка м'яча). Учні мають підібрати формулу функції так, щоб її графік максимально точно повторив лінію на фотографії.

3. *Аналіз складних властивостей через NotebookLM*

Учень завантажує скріншот графіка функції в NotebookLM і просить: *"Опиши словами, як змінюється значення y, коли x прямує до нескінченності"*. ШІ, спираючись на завантажений підручник, допомагає сформулювати відповідь математично грамотно.

4. *Робота з "особливими точками" (Feedback Loop)*

У Classtime або LearningApps створюється вправа на відповідність: дано 5 графіків і 5 описів властивостей (наприклад, "функція має мінімум у точці (2; -3)").

5. *"Функціональний квест" (Колаборація)*

На онлайн-дошці Miro вчитель створює "поле" з різними репрезентаціями однієї функції (таблиця, графік, опис словами, формула), які переплутані. Учні в групах мають з'єднати їх лініями та обґрунтувати свій вибір у текстових стікерах.

Така комплексна система для навчання функцій має низку переваг та недоліків у використанні.

Переваги єдиної екосистеми навчання базуючись на концепції Р. Майєра (Superb Learning, 2020):

1. Реалізація принципу сигналізації: важлива інформація виділяється одноманітно, структура подачі матеріалу – зрозуміла для учня.

2. Централізована підтримка та допомога: один канал спілкування спрощує розв’язання технічних проблем, які можуть відволікати від навчання.

3. Зменшення когнітивного навантаження: учень звикає до одного середовища, він витрачає менше ресурсів робочої пам'яті на вивчення того, як працює інструмент, і більше – на активну обробку самого навчального матеріалу.

4. Скейлінг та доступність: єдині платформи дозволяють масштабувати навчання, що стимулює розвиток якісного контенту.

Недоліки та ризики єдиної екосистеми:

1. Загроза когнітивного перевантаження: якщо екосистема перевантажена зайвими функціями, спливаючими вікнами або нерелевантним контентом, вона порушує принцип узгодженості. Учень змушений витрачати обмежену потужність робочої пам'яті на сторонні елементи, що заважає засвоєнню знань.

2. Ефект «техноцентризму»: Багато технологій минулого (радіо, ТБ, перші комп'ютерні системи навчання) не привели до революції в освіті саме тому, що вони були техноцентричними – орієнтованими на можливості заліза, а не на те, як працює людський розум. Велика екосистема може стати занадто складною у використанні, якщо вона не є людиноцентричною.

3. Ефект інверсії експертизи: Методи, які допомагають новачкам (наприклад, покрокове сегментування або детальне попереднє навчання), можуть заважати досвідченим учням. Уніфікована екосистема, яка не враховує індивідуальні відмінності, може бути неефективною для учнів з високим рівнем знань.

4. Ризик візуального конфлікту: Якщо система вимагає одночасного читання тексту на екрані та перегляду анімації, це створює конфлікт у візуальному каналі, оскільки очі мають стежити за двома потоками інформації одночасно.

Для засвоєння всі освітніх компетентностей та реалізації принципів Нової української школи (МОН України, 2016) вчитель має можливість обрати методи, засоби навчання. Реалізувати єдину концепцію означає обрати такі сервіси, які будуть допомагати досягти основної мети навчання. Через різноманітність та різні можливості зробити такий вибір не просто. Оскільки в Україні, в частини вчителів та учнів є корпоративні акаунти Google, можна використовувати тільки додатки від цього сервісу. Основне навчання можна здійснювати за допомогою Classroom (його використання як єдиного хабу дозволяє мінімізувати час на переключення між контекстами, що прямо корелює зі зменшенням стороннього когнітивного навантаження) доповнюючи його Cemini, Blogger, NotebookLM. Зокрема, сервіс NotebookLM можуть використовувати як учні, так і вчителі для персоналізованого навчання. На відміну від звичайних ШІ-чатботів, цей інструмент працює на основі конкретних джерел (метод *grounding*), що забезпечує високу точність та має низку переваг:

- Дидактична роль: створення семантичного ядра теми. Завантаження методичних матеріалів дозволяє учневі автоматично генерувати структуру взаємозв’язків між поняттями (наприклад, зв’язок між похідною та зростанням функції), що відповідає принципам коннективізму (Siemens, 2005).
- Створення інтерактивного «Довідника теми»: на основі завантажених матеріалів (напр. «Квадратична функція», «Тригонометрія») сервіс створює автоматичний FAQ, що допомагає учневі швидко орієнтуватися в теорії.
- Підготовка до підсумкового оцінювання: учень завантажує навчальні посібники, а ШІ допомагає виділити ключові стратегії розв’язання завдань змістової лінії «Функції» та генерує флешкартки для самоперевірки.
- Аналіз помилок: учень може завантажити свій текст із описом властивостей функції, а NotebookLM порівняє його з джерелом-еталоном і вкаже на логічні неточності.
- Генерація навчального контенту: на основі джерел учитель може створювати плани уроків, тести, тези для презентацій та унікальні аудіоогляди (Deep Dive Audio), де ШІ обговорює тему у формі подкасту. Важливо, що сервіс не вигадує факти, а надає відповіді з чіткими посиланнями на конкретні фрагменти завантажених джерел.

Цифрова екосистема дозволяє подолати статичність паперового підручника при вивченні динамічних властивостей. Наприклад, поняття "границі", "неперервності" або "похідної" стають доступними для розуміння через анімацію дотичної, що рухається вздовж кривої, а NotebookLM допомагає вербалізувати цей процес, перетворюючи візуальне спостереження у логічно побудоване висловлювання про характер зростання чи спадання функції.

Побудова цілісної цифрової екосистеми для вивчення теми «Функції» не є лише технічним питанням вибору сервісів, а стратегічним дидактичним завданням. Впровадження інструментів, що базуються на когнітивній теорії мультимедійного навчання Р. Майєра, дозволяє перетворити процес навчання з механічного розв'язування задач на змістовне дослідження математичних засобів моделювання світу.

Література

1. Mayer, R. E. (2009). *Multimedia learning* (2nd ed.). Cambridge University Press. https://www.jsu.edu/online/faculty/MULTIMEDIA%20LEARNING%20by%20Richard%20E.%20Mayer.pdf

2. Siemens, G. (2005). Connectivism: A learning theory for the digital age. *International Journal of Instructional Technology and Distance Learning, 2*(1), 3–10. http://www.itdl.org/Journal/Jan_05/article01.htm

3. Superb Learning. (2020, April 20). *How to use Mayer's 12 principles of multimedia when creating your course content*. https://superblearning.com.au/how-to-use-mayers-12-principles-of-multimedia-when-creating-your-course-content/

4. Міністерство освіти і науки України. (2016). *Нова українська школа: Концептуальні засади реформування середньої школи*. https://mon.gov.ua/static-objects/mon/sites/1/zagalna%20serednya/nova-ukrainska-shkola-compressed.pdf

Тетяна Года. Екосистема цифрових інструментів для вивчення функцій.

Анотація. У тезах обґрунтовано доцільність побудови цілісної цифрової екосистеми для вивчення теми «Функції» на основі когнітивної теорії мультимедійного навчання Р. Майєра. Проаналізовано переваги та ризики інтеграції сучасних цифрових інструментів з позицій когнітивного навантаження, людиноцентризму та індивідуалізації навчання. Показано, що стратегічно вибудувана екосистема сприяє глибшому розумінню функціональних залежностей.

Ключові слова: функції, цифрова екосистема, когнітивна теорія, мультимедійне навчання, когнітивне навантаження, штучний інтелект, візуалізація, математична компетентність, персоналізація навчання.

Tetiana Hoda. Ecosystem of Digital Tools for Studying Functions.

Abstract. These theses substantiate the expediency of constructing a holistic digital ecosystem for studying the topic of "Functions" based on Richard Mayer's Cognitive Theory of Multimedia Learning (CTML). The author analyzes the advantages and risks of integrating modern digital tools from the perspectives of cognitive load, human-centered design, and the individualization of learning. It is demonstrated that a strategically built ecosystem facilitates a deeper understanding of functional dependencies and enhances the transition between different levels of abstraction.

Key words: functions, digital ecosystem, cognitive theory, multimedia learning, cognitive load, artificial intelligence, visualization, mathematical competence, personalization of learning.

Олена Кривовяз
Київ, Україна
shevlena2@gmail.com
Ірина Черненко
Черкаський ліцей
Дніпропетровська обл., Україна
28chernenko@gmail.com

АВТОРСЬКИЙ ОСВІТНІЙ ПРОЄКТ GEOGEBRA ЯК ЗАСІБ СТВОРЕННЯ ІНТЕРАКТИВНОГО СЕРЕДОВИЩА НА УРОКАХ ГЕОМЕТРІЇ У 7 КЛАСІ

Сучасна система шкільної математичної освіти в умовах реалізації Концепції Нової української школи зорієнтована на формування ключових і предметних компетентностей, розвиток критичного, логічного та дослідницького мислення, а також на підготовку учнів до застосування математичних знань у реальних життєвих ситуаціях. Одним із провідних принципів НУШ є діяльнісний підхід, що передбачає активну участь учнів у процесі пізнання, самостійне відкриття знань та осмислення навчального матеріалу. У цьому контексті особливої актуальності набуває використання цифрових освітніх інструментів, які забезпечують наочність, інтерактивність та можливість дослідження.

Особливе місце серед таких інструментів посідає динамічне математичне середовище GeoGebra, яке дозволяє поєднати геометрію, алгебру та елементи аналізу в єдиному інтерактивному просторі. Саме на основі цього середовища було створено авторський освітній проєкт GeoGebra, спрямований на формування в учнів 7 класу математичної, інформаційно-цифрової та дослідницької компетентностей, а також на підтримку професійного розвитку вчителів математики.

Авторський проєкт GeoGebra реалізується через систему інтерактивних навчальних розробок з геометрії для 7 класу, побудованих відповідно до чинної навчальної програми. Основною ідеєю проєкту є створення такого навчального середовища, у якому учень не є пасивним спостерігачем, а стає активним учасником дослідження математичних об'єктів і закономірностей. Розробки проєкту поєднують динамічні геометричні побудови, анімаційні елементи та інтерактивні кнопки керування, що дають змогу поетапно демонструвати формування понять і властивостей, змінювати параметри моделей у реальному часі та організовувати дослідницьку діяльність учнів. Завдяки цьому забезпечується наочне, логічно структуроване подання навчального матеріалу відповідно до принципів доступності й усвідомленості НУШ: учні можуть самостійно запускати побудови, поступово відкривати окремі елементи або спостерігати анімований процес розв'язання задач, що допомагає уникати інформаційного перевантаження, зосереджувати увагу на ключових моментах і сприяє глибшому розумінню геометричних закономірностей, розвитку просторового мислення та підвищенню навчальної мотивації.

Конкретним прикладом реалізації зазначеного підходу є інтерактивні розробки до теми «Медіана, бісектриса і висота трикутника» (https://www.geogebra.org/m/djsswhep, https://www.geogebra.org/m/ch6djkdp, https://www.geogebra.org/m/ngzmwbcn, https://www.geogebra.org/m/qfc9jdbu). За допомогою кнопок учні спостерігають, як будуються відповідні елементи трикутника, змінюють положення його вершин і спостерігають за тим, як змінюється взаємне розташування медіан, бісектрис і висот. У процесі такої діяльності учні формулюють висновки про властивості цих елементів, зокрема, про те, що медіани будь-якого трикутника перетинаються в одній точці. Така форма роботи сприяє розвитку логічного мислення, уміння аналізувати та робити узагальнення, що є складовими математичної компетентності. Використання таких інтерактивних моделей відповідає вимогам НУШ щодо розвитку дослідницької компетентності, оскільки учні не отримують готові твердження, а відкривають їх у процесі навчального дослідження. Це сприяє формуванню навичок висування гіпотез, їх перевірки та аргументованого обґрунтування отриманих результатів.

Проєкт структуровано як систему розроблених уроків, у межах яких інтерактивні матеріали організовано відповідно до основних етапів навчальної діяльності: актуалізація опорних знань, подання нового матеріалу, розв'язування задач, перевірка та узагальнення

результатів навчання. Інтерактивні моделі активно використовуються на кожному з цих етапів: під час актуалізації – вони можуть виступати засобом «інтелектуального флешбеку», допомагаючи учням пригадати раніше вивчений матеріал через короткі динамічні завдання; у процесі пояснення нового матеріалу – забезпечують наочність і логічну послідовність його подання; на етапі закріплення – сприяють самостійній дослідницькій діяльності учнів, виконанню практичних завдань і формулюванню узагальнених висновків.

Проєкт реалізується творчою групою вчителів математики, які об'єднані спільною ідеєю розвитку інтерактивного навчального середовища та впровадження сучасних цифрових інструментів у шкільну математичну освіту. Учасники проєкту беруть участь у розробленні інтерактивних моделей, їх апробації в освітньому процесі, обговоренні методичних підходів та вдосконаленні навчальних матеріалів. Така командна співпраця сприяє підвищенню якості розробок, поширенню ефективного педагогічного досвіду та розвитку професійної спільноти вчителів математики. Окремим важливим напрямом реалізації авторського проєкту GeoGebra є методична робота з учителями математики. На основі матеріалів проєкту проводяться навчальні майстер-класи, під час яких педагоги опановують інструменти GeoGebra, вчаться створювати інтерактивні розробки з використанням кнопок, анімацій та елементів автоматизації. Участь у таких заходах сприяє розвитку цифрової компетентності вчителів, формуванню готовності до впровадження інноваційних освітніх технологій та створення власних освітніх продуктів.

Таким чином, авторський освітній проєкт GeoGebra є ефективним інструментом реалізації ідей Нової української школи на уроках математики у 7 класі. Його використання забезпечує формування ключових і предметних компетентностей, розвиток візуального, логічного та дослідницького мислення учнів, підвищує мотивацію до навчання та сприяє професійному зростанню вчителів. Проєкт має значний потенціал для подальшого розвитку, удосконалення та масштабування в сучасному освітньому просторі.

Література

1. Концепція Нової української школи / Міністерство освіти і науки України. Київ, 2016. 40 с.

2. Державний стандарт базової середньої освіти: затверджено постановою Кабінету Міністрів України від 30 вересня 2020 р. № 898. Київ, 2020.

3. Істер О. С. Геометрія: підручник для 7 класу закладів загальної середньої освіти. Київ: Генеза, 2024. 224 с.

4. GeoGebra: офіційний сайт динамічного математичного середовища. URL: https://www.geogebra.org.

Олена Кривовяз. Авторський освітній проєкт GeoGebra як засіб створення інтерактивного середовища на уроках геометрії у 7 класі

Анотація. Висвітлено можливості використання авторського освітнього проєкту GeoGebra як засобу створення інтерактивного навчального середовища на уроках геометрії у 7 класі. Розкрито особливості структурування інтерактивних матеріалів відповідно до етапів навчальної діяльності та їх роль у формуванні математичної й дослідницької компетентностей учнів. Показано, що застосування динамічних моделей і інтерактивних елементів сприяє підвищенню наочності навчання, розвитку просторового мислення та навчальної мотивації.

Ключові слова: GeoGebra, інтерактивне навчання, геометрія, Нова українська школа, цифрові освітні ресурси, математична компетентність, дослідницьке навчання, візуалізація, динамічна геометрія, освітній проєкт.

Olena Kryvoviaz. Author's GeoGebra Educational Project as a Tool for Creating an Interactive Learning Environment in 7th Grade Geometry Lessons

Abstract. The article highlights the possibilities of using the author's GeoGebra educational project as a means of creating an interactive learning environment in 7th grade geometry lessons. The features of structuring interactive materials according to the stages of learning activities and their role in developing students' mathematical and research competencies are described. It is shown that the use of dynamic models and interactive elements enhances visualization, promotes the development of spatial thinking, and increases students' learning motivation.

Key words: GeoGebra, interactive learning, geometry, New Ukrainian School, digital educational resources, mathematical competence, inquiry-based learning, visualization, dynamic geometry, educational project.

Марія Медведєва
Уманський державний педагогічний університет імені Павла тичини
Умань, Україна
medvedeva-masha25@ukr.net

ШТУЧНИЙ ІНТЕЛЕКТ ЯК ЗАСІБ ПІДТРИМКИ STEAM-НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ У ПРОФЕСІЙНІЙ ПІДГОТОВЦІ МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ

У сучасних умовах цифровізації освіти та впровадження концепції STEAM-освіти особливої актуальності набуває проблема використання штучного інтелекту (ШІ) у професійній підготовці майбутніх учителів математики. ШІ розглядається не лише як технологічна інновація, а як інструмент педагогічної підтримки, що сприяє інтеграції науки, технологій, інженерії, мистецтва та математики у цілісному освітньому процесі.

STEAM-навчання математики передбачає міждисциплінарність, практичну спрямованість, орієнтацію на дослідницьку та проєктну діяльність, що вимагає від майбутнього вчителя здатності працювати у цифровому освітньому середовищі та використовувати сучасні інтелектуальні інструменти. У цьому контексті штучний інтелект створює нові можливості для персоналізації навчання, автоматизації рутинних процесів і підвищення якості методичної підготовки [1, 2, 3, 8, 9].

У професійній підготовці майбутніх учителів математики засоби штучного інтелекту можуть виконувати низку функцій (рис. 1), зокрема:

– дидактичну, забезпечуючи адаптивне подання математичного матеріалу з урахуванням рівня підготовки здобувачів освіти;

– методичну, підтримуючи розроблення STEAM-орієнтованих навчальних завдань, проєктів і кейсів;

– аналітичну, сприяючи аналізу навчальних досягнень, виявленню типових помилок і прогалин у знаннях;

– рефлексивну, стимулюючи самооцінювання та професійне зростання майбутніх педагогів.



Рис. 1. Роль ШІ у підготовці вчителів математики
(Створено за допомогою генеративних інструментів Napkin)

Особливого значення набуває використання ШІ для моделювання математичних процесів, візуалізації абстрактних понять, створення інтерактивних симуляцій та підтримки проєктної діяльності у STEAM-навчанні. Такі можливості сприяють формуванню в майбутніх учителів здатності поєднувати математичний апарат із технологічними та інженерними компонентами, що є ключовою вимогою STEAM-освіти.

Практична реалізація використання штучного інтелекту у STEAM-навчанні математики в професійній підготовці майбутніх учителів здійснюється за допомогою сучасних цифрових сервісів і платформ. Зокрема, інтелектуальні мовні моделі (ChatGPT, Gemini, Copilot) можуть використовуватися для підтримки проєктної та дослідницької діяльності здобувачів освіти: формулювання гіпотез, пояснення складних математичних понять у міждисциплінарному контексті, розроблення STEAM-орієнтованих завдань і сценаріїв уроків математики [5].

Для візуалізації та моделювання математичних процесів у STEAM-навчанні ефективними є сервіси GeoGebra з елементами інтелектуальної підтримки, Desmos, а також платформи комп'ютерного моделювання, що дають змогу поєднувати математичні розрахунки з інженерними та технологічними аспектами проєктів. Такі інструменти сприяють розвитку просторового мислення, формуванню навичок аналізу даних і встановленню міжпредметних зв'язків [7].

Засоби адаптивного навчання на основі штучного інтелекту, зокрема Khan Academy (Khanmigo), Classtime, Century Tech, забезпечують персоналізований підхід до вивчення математичних тем, автоматичний аналіз типових помилок та індивідуальні рекомендації для подальшого навчання. У процесі професійної підготовки майбутніх учителів це сприяє усвідомленню можливостей диференціації та індивідуалізації навчання в умовах STEAM-освіти [4, 6].

Важливе місце посідають також інструменти аналізу та візуалізації даних із елементами ШІ, зокрема Microsoft Power BI, Google Looker Studio, які можуть застосовуватися під час виконання STEAM-проєктів, пов'язаних з обробкою статистичних даних, математичним прогнозуванням та інтерпретацією результатів досліджень.

Використання зазначених сервісів у цифровому освітньому середовищі закладу вищої освіти сприяє формуванню у майбутніх учителів математики практичного досвіду застосування штучного інтелекту як засобу підтримки STEAM-навчання, розвитку їх цифрової, методичної та міждисциплінарної компетентності.

Водночас ефективне використання штучного інтелекту у підготовці майбутніх учителів математики потребує сформованості цифрової та педагогічної готовності, усвідомлення етичних аспектів застосування ШІ та дотримання принципів академічної доброчесності. Це зумовлює необхідність цілеспрямованого методичного забезпечення процесу підготовки педагогів до використання інтелектуальних технологій у STEAM-навчанні.

Таким чином, штучний інтелект постає не лише інноваційною технологією, а й потужним педагогічним інструментом підтримки STEAM-навчання математики у системі професійної підготовки майбутніх учителів. Інтеграція інструментів штучного інтелекту в STEAM-орієнтоване навчання сприяє формуванню системного та міждисциплінарного мислення, критичного аналізу та креативності, що є ключовими складниками професійної компетентності сучасного вчителя математики. Водночас застосування ШІ розширює можливості цифрового освітнього середовища закладів вищої педагогічної освіти, підвищує якість математичної підготовки та забезпечує готовність майбутніх педагогів до ефективної професійної діяльності в умовах цифровізації та технологічних трансформацій сучасної освіти.

Література

1. Medvedieva M.O. The essence and features of STEAM education: analysis of research and practice. *From Ideas to Solutions: Innovations in Science and Technology :* International Scientific and Practical Conference, London, 17–19 February 2025. London, 2025. P. 77–79.

2. Годунова А.В. Використання сервісів зі штучним інтелектом для оптимізації дослідницької та наукової діяльності. *Управління якістю освіти в умовах воєнного стану та повоєнного відновлення України :* матеріали круглого столу, м. Київ, 23 трав. 2023 р. Київ, 2023. С. 66–74.

3. Коломієць А. М., Кушнір О. І. Використання штучного інтелекту в освітній та науковій діяльності: можливості та виклики. *Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання в підготовці фахівців: Методологія, теорія, досвід, проблеми*, 2023. (70), 45–57. https://doi.org/10.31652/2412-1142-2023-70-45-57.

4. Медведєва М. О. Steam-освіта як фундамент формування інноваційного мислення сучасного покоління. *Актуальні питання, проблеми та перспективи розвитку науки та освіти :* зб. тез доп. III міжнар. міждисциплінар. науково-практ. конф., м. Полтава, 24–26 квіт. 2025 р. Полтава, 2025. С. 287–288.

5. Медведєва М. О. Інтеграція цифрових технологій у STEAM-освіту. *Актуальні аспекти розвитку STEAM-освіти в умовах євроінтеграції :* III Міжнар. наук.-практ. інтернет-конф., м. Кропивницький, 24 квітня 2025 року. Кропивницький, 2025. С. 224–226.

6. Медведєва М.О. Особистісно орієнтоване навчання засобами штучного інтелекту у педагогічних ЗВО. *Перспективи та інновації науки*. 2025. №4 (50). С. 675–687. URL: https://doi.org/10.52058/2786-4952-2025-4(50)-675-687

7. Медведєва М.О. Цифрові інструменти для створення інтерактивних STEAM-уроків. *Наука і техніка сьогодні*. 2025. №1 (42). С. 757–769. URL: https://doi.org/10.52058/2786-6025-2025-1(42)-757-769

8. Нікон Н. О., Медведєва М. О. Мотивація до навчання здобувачів ЗВО в умовах цифровізації та використання штучного інтелекту. *Габітус*. 2025. № 74. С. 63–68. https://doi.org/10.32782/2663-5208.2025.74.10

9. Ясінський А., Яницька О., Іванюта О. Технології штучного інтелекту в системі підготовки фахівців у закладах вищої освіти. *Вісник науки та освіти*, 2024. (12(18)). https://doi.org/10.52058/2786-6165-2023-12(18)-890-905.

Марія Медведєва. Штучний інтелект як засіб підтримки STEAM-навчання математики у професійній підготовці майбутніх учителів.

Анотація. У тезах розглянуто можливості використання штучного інтелекту як засобу підтримки STEAM-навчання математики у професійній підготовці майбутніх учителів. Проаналізовано дидактичні, методичні та аналітичні функції ШІ в умовах цифрового освітнього середовища. Окреслено потенціал інтелектуальних сервісів для персоналізації навчання, моделювання математичних процесів і реалізації міждисциплінарних STEAM-проєктів.

Ключові слова: штучний інтелект; STEAM-освіта; навчання математики; майбутні вчителі; цифрове освітнє середовище; комп'ютерно-орієнтовані технології; міждисциплінарна інтеграція; персоналізоване навчання; проєктна діяльність; професійна підготовка.

Mariia Medvedieva. Artificial intelligence as a means of supporting STEAM mathematics education in the professional training of future teachers.

Abstract. The paper examines the potential of artificial intelligence as a means of supporting STEAM-oriented mathematics education in the professional training of future teachers. The didactic, methodological, and analytical functions of AI in a digital educational environment are analyzed. The potential of intelligent services for personalized learning, modeling mathematical processes, and implementing interdisciplinary STEAM projects is outlined.

Key words: artificial intelligence; STEAM education; mathematics education; future teachers; digital educational environment; computer-oriented technologies; interdisciplinary integration; personalized learning; project-based learning; professional training.

Світлана Музиченко
Національний університет
«Чернігівський колегіум» імені Т. Г. Шевченка
Чернігів, Україна
muzsvs@gmail.com

АКТИВІЗАЦІЯ СТУДЕНТІВ НА ДИСТАНЦІЙНИХ ЗАНЯТТЯХ З МАТЕМАТИЧНИХ ДИСЦИПЛІН

Проблема активізації здобувачів освіти завжди була актуальною. Проте в умовах дистанційного навчання вона постає особливо гостро. Студентам об'єктивно складніше на відстані зберігати належний рівень позитивної мотивації до навчання, підтримувати продуктивну комунікацію з викладачами та одногрупниками. Окрім того дистанційний формат навчання, обтяжений реаліями воєнного часу, може слугувати для деяких студентів провокуючим фактором різних проявів академічної недоброчесності.

У пошуках вирішення даної проблеми природно звернути увагу на інтерактивні технології навчання. Як відомо, інтерактивна модель навчання передбачає взаємодію між здобувачами освіти та співпрацю задля досягнення спільної мети. Зокрема, розрізняють фронтальну (колективно-групову) та кооперативну (парну або групову) форми організації навчальної діяльності. Умови дистанційного навчання, безперечно, ускладнюють організацію інтерактивної взаємодії учасників навчального процесу, особливо у кооперативній формі. Якщо проблему об'єднання студентів у малі групи під час онлайн заняття почасти можна вирішити (наприклад, через налаштування сесійних залів у сервісі Zoom), то значно важче буває знайти рішення для забезпечення якісної презентації здобувачами освіти результатів своєї діяльності. Іншою перешкодою для повноцінного застосування різних форм групової роботи у деяких закладах вищої освіти є малокомплектність академічних груп, яка на сьогодні властива непопулярним освітнім галузям, до яких, на жаль, належить і педагогічна. Тому вибір інтерактивних технологій в умовах дистанційного навчання здобувачів вищої освіти досить обмежений.

Зупинимось докладніше на окремих методах, формах та засобах навчання, які ми використовуємо для активізації здобувачів освіти на дистанційних заняттях з математичних дисциплін.

Реалізація інтерактивних технологій вимагає від викладача ретельної підготовки, пов'язаної з відбором навчального матеріалу та прийняттям організаційних рішень. Варто зазначити, що далеко не кожна тема шкільної математики і тим більше математики вищої добре підходить для впровадження інтерактивних технологій. Водночас і не кожна інтерактивна технологія однаково ефективна у процесі навчання математики. Менше з тим, під час опрацювання деяких тем з вищої математики непогано зарекомендувала себе інтерактивна технологія «Ажурна пилка». Її можна застосувати, наприклад, для вивчення теми «Методи розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь». Відповідно до задуму даної технології, кожного студента потрібно розподілити у дві групи: «домашню» та «експертну». «Домашніх» груп три – за кількістю окремих інформаційних блоків теми. Групи отримують завдання розв'язати одні й ті ж системи рівнянь, але різними методами: методом Крамера (1-ша група), матричним методом (2-га група), методом Гауса (3-тя група). На занятті студенти об'єднуються в «експертні» групи. Кількість груп залежить від кількості студентів: необхідно, щоб у кожній «експертній» групі був представник «домашньої», він є «експертом» у своєму питанні і його задача – навчити інших.

Застосування технології «Ажурна пилка» є доцільним, якщо тема передбачає опрацювання великого обсягу інформації, яку можна розподілити на відносно самостійні змістові блоки. Крім розглянутої, це можуть бути й інші теми, наприклад: «Скалярний,

векторний та мішаний добутки векторів» (аналітична геометрія), «Ознаки збіжності числових рядів з додатними членами» (математичний аналіз), «Внутрішня геометрія поверхні» (диференціальна геометрія) та інші. Оскільки дана технологія передбачає етап домашньої підготовки, то це допомагає вирішити зазначену вище проблему демонстрації матеріалів, адже студенти готують відповідні презентації.

Включення до онлайн-занять завдань, які студенти виконують заздалегідь, є одним із доступних шляхів їх активізації. Це можуть бути окремі важливі або цікаві завдання з домашньої роботи, розв'язання яких студенти демонструють на наступному занятті. Або, навпаки, завдання до заняття студенти отримують наперед, а на занятті звітують про його виконання. У такий спосіб можна опрацювати, наприклад, досить велику за обсягом тему з курсу елементарної математики «Тотожні перетворення тригонометричних виразів». Студенти попередньо отримують п'ять різних карток, кожна з яких містить 6-8 завдань різного рівня складності, які стосуються одного блоку тригонометричних формул. Для виконання завдань студенти, залежно від кількості, можуть об'єднатися в пари або групи. На практичному занятті кожна група презентує результати своєї роботи.

Об'єктами демонстрації на практичному занятті також можуть бути опорні конспекти окремих тем, виконані за допомогою цифрових інструментів для організації навчального матеріалу. Зазвичай, підготовка до практичних занять з математичних дисциплін вимагає від студентів опрацювання великих обсягів теоретичного матеріалу. Щоб полегшити підготовку до занять, доцільно запропонувати студентам перелік конкретних питань. Наприклад, для теми з математичного аналізу «Границя функції» це можуть бути такі питання: Що називають δ-околом точки? Як формулюється означення границі функції в точці за Коші? У чому полягає геометричний зміст границі функції в точці? Які функції називають нескінченно малими? Які існують еквівалентності нескінченно малих? Які основні типи невизначеностей? тощо. Ці питання є основою для складання опорного конспекту, який студентам рекомендовано будувати у вигляді ментальної мапи за допомогою відповідного вебсервісу (наприклад, Spiderscribe). Свої ментальні мапи студенти демонструють на початку заняття, завдяки чому досить швидко і продуктивно відбувається актуалізація опорних теоретичних фактів, необхідних для розв'язування задач з цієї теми.

На етапі актуалізації опорних знань, крім відтворення теоретичних положень, варто пропонувати студентам і прості усні вправи. Для створення таких вправ існує немало вебсервісів, які широко використовуються у шкільній практиці. Але не менш ефективними і доцільними вони можуть бути і у закладах вищої освіти. Наприклад, багато вправ з математичної логіки можна розробити у середовищі LearningApps. Це можуть бути класифікаційні вправи («Вкажіть прості та складені висловлення», «Вкажіть, які формули є кон'юнктивними нормальними формами, які – диз'юнктивними, а які – не є нормальними формами», «З'ясуйте, яке речення є предикатом» тощо), вправи на встановлення відповідності («Увідповідніть висловлення та його логічну структуру», «Увідповідніть релейно-контактну схему та формулу алгебри висловлень» тощо), вправи на заповнення пропусків у формулюваннях означень або теорем, на впорядкування рівносильних перетворень формул, кроків доведення теорем числення висловлень тощо.

Демонстрацію результатів індивідуальної або групової самостійної роботи студентів на дистанційному занятті найпростіше забезпечити, якщо інструментом виконання завдань слугують ті чи інші ППЗ: вебсервіси для створення вправ або візуалізації навчальної інформації, середовища динамічної математики тощо, а також і прикладні програми загального призначення. У такому разі студенту достатньо поділитися власним екраном. Так, на практичних заняттях з курсу «Методи обчислень» більшість типових задач розв'язуються за допомогою табличного процесора Excel (або іншого програмного засобу зі схожим функціоналом). Студенти можуть виконувати завдання одноосібно, у парах або малих групах

і синхронно здійснювати демонстрацію своєї роботи. Також багато задач курсу пов'язано із аналізом функцій (розв'язування рівнянь з одним невідомим, інтерполяція або екстраполяція функцій, інтегрування функцій та інші). При розв'язуванні таких задач часто виникає потреба у побудові графіка функції, для чого також можна використати котрийсь із графічних калькуляторів, наприклад Desmos.

Під час вивчення диференціальної геометрії доцільно поєднувати аналітичне розв'язування задач із графічною візуалізацією об'єктів. Для цього зручно використовувати середовище динамічної геометрії CalcPlot3D, яке має простий та інтуїтивно зрозумілий інтерфейс, а також надає широкі можливості для динамічного відтворення та дослідження тривимірних моделей. Студенти під час занять залюбки користуються цією програмою.

Розв'язування деяких вправ з математичної логіки не потребує структурно складних записів та використання редактора формул, що дозволяє виконувати їх безпосередньо у документі Microsoft Word, набираючи розв'язання з клавіатури. Наприклад, якщо включити заготовки таблиць істинності до плану-конспекту практичного заняття, то студенти легко можуть заповнювати такі таблиці, паралельно демонструючи свій екран.

Проте коли розв'язання задачі має складну структуру і містить перетворення математичних виразів, геометричні побудови тощо (а саме такими є розв'язання більшості математичних задач), то оптимальним засобом демонстрації на загал такого розв'язання є графічний планшет. Використання цього гаджета дозволяє максимально наблизити онлайн заняття до традиційного аудиторного, коли студенти залучені до пошуку розв'язання задачі, а знайдене розв'язання фіксується на дошці. Такий спосіб організації навчальної роботи на сьогодні залишається найбільш простим і доступним, а тому переважає на дистанційних заняттях з математичних дисциплін. Водночас, як і в умовах очного навчання, він має той недолік, що лише один студент активно взаємодіє з викладачем, а решта перебуває у ролі пасивних спостерігачів. Тому так важливо використовувати будь-яку нагоду для підвищення активності здобувачів освіти: через застосування інтерактивних технологій навчання, через використання можливостей цифрових освітніх ресурсів, шляхом урізноманітнення видів навчально-пізнавальної діяльності та підтримання інтересу до предмета.

Світлана Музиченко. Активізація студентів на дистанційних заняттях з математичних дисциплін.

Анотація. У статті розглянуто шляхи активізації здобувачів вищої освіти при вивченні математичних дисциплін в умовах дистанційного навчання.

Ключові слова: дистанційне навчання, вища освіта, активізація здобувачів освіти, інтерактивні технології навчання, цифрові освітні ресурси, математичні дисципліни.

Svitlana Muzychenko. Activation of students in distance learning classes in mathematical disciplines.

Abstract. The article considers ways to activate higher education students in studying mathematical disciplines in distance learning.

Key words: distance learning, higher education, activation of education seekers, interactive learning technologies, digital educational resources, mathematical disciplines.

Тетяна Олешко, Валерія Пахненко
Державний університет
«Київський авіаційний інститут»,
Київ, Україна,
111ota@ukr.net
dooremi@ukr.net

ПРО ДЕЯКІ ОСОБЛИВОСТІ ВИКОРИСТАННЯ ЦИФРОВИХ ІНСТРУМЕНТІВ У ПРОЦЕСІ ВИКЛАДАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ ДИСЦИПЛІН В СУЧАСНИХ УМОВАХ

15 лютого 1946 року в США було офіційно введено в експлуатацію перший у світі універсальний електронний програмований комп'ютер ENIAC (Electronic Numerical Integratorand Computer). Ця подія поряд з іншими значною мірою зумовила подальший розвиток людства. Після появи перших комп'ютерів розпочався процес інформатизації науки, виробництва, військової справи, освіти, який у другій половині XX століття зумовив багато змін, однією з яких стало зростання впливу інформаційних технологій.

З початку XXI століття цей процес різко прискорився, торкнувшись усіх сфер суспільства, зокрема сфери навчання. Бурхливий розвиток інформаційно-комунікативних технологій став потужним поштовхом до модернізації освіти. Можливість встановлювати телемости між університетами, поява Інтернету та смартфонів значно вплинули на можливість здобуття освіти без прив'язки до певного місця і часу, а також незалежно від матеріального чи фізичного стану здобувачів освіти. (Diemientiev & Semenikhina, 2025),(Pashko & Holubov, 2024) і (Zasiekinaetal., 2025).

Дистанційна організація навчання у синхронному та асинхронному режимах дала змогу успішно поєднувати досягнення традиційних методів з інформативно-технологічними досягненнями, впроваджувати інтерактивні і симулятивні технології навчання і враховувати сучасні інтереси та можливості молоді (Karupuetal., 2021), (Trofymenko & Kudzinovska, 2022), (Karupuetal., 2023). Необхідною складовою процесу вивчення усіх навчальних дисциплін стало використання цифрових технологій. Це стосується і математичних дисциплін, зокрема, таких як «Вища математика», «Математичний аналіз», «Лінійна алгебра та аналітична геометрія», «Теорія ймовірностей та математична статистика» та інших (Oleshko, 2019), (Pakhnenko, 2019), (Vlasenkoetal., 2019), (Shvets et al., 2020) і (Karupuetal., 2023).

Останніми роками викладачі і студенти України зіткнулися з труднощами, пов'язаними з подіями, що суттєво вплинули на усі сфери суспільного життя, зокрема і сфери освіти.

Спочатку карантинні обмеження, пов'язані з пандемією коронавірусної хвороби зумовили впровадження дистанційного та змішаного навчання, що виявилося важким і для студентів, і для викладачів. Особливо складно було організувати ефективні практичні заняття. Онлайн-навчання в багатьох університетах організовано за допомогою хмарних програмних платформ Zoom, Moodle і Meet. В нашому університеті дистанційне навчання проводилось в Google Workspace (раніше G Suite) з використанням Google Classroom та Google Meet. Робота, реалізована за допомогою Google Jamboard, була в цілому досить ефективною.

Використання цифрових інструментів потребує від викладача спеціальної організації навчальної діяльності, зокрема врахування індивідуального освітнього досвіду кожного студента. Організація освітнього процесу в такий спосіб дозволяє більш повно проявити вміння та навички кожного студента, розвинути творчий потенціал студента та його професійні здібності, набути досвіду командної роботи, що важливо для фахівців з інформаційних технологій. Зокрема, дуже корисним для викладачів є

використання хмарного сховища Google Drive, яке дозволяє користувачам зберігати, спільно редагувати свої дані на серверах у хмарі та ділитися ними з іншими користувачами в Інтернеті.

Застосування Google Drive сприяє ефективній взаємодії учасників навчального процесу та навчає цифровому стилю роботи. За допомогою Google Drive вчитель може ефективно планувати час та оптимізувати процеси управління, таким чином формуючи інформаційно-цифрову компетентність як складову проектування нового освітнього середовища.

Застосування хмарних технологій сприяє оптимізації спільної роботи викладача та студентів, підвищенню ефективності навчальної взаємодії та, як наслідок, зростанню рівня навчальних досягнень здобувачів освіти. Впровадження хмарних технологій допомагає ефективно та швидко організувати методичну роботу викладача, підвищує якість та ефективність навчального процесу, а також готує студентів до життя в сучасному інформаційному суспільстві.

З самого початку 2021/2022 навчального року в університеті викладачі створили Google класи для всіх груп і потоків, в яких ми розміщуємо навчальні матеріали: теоретичні положення та приклади розв'язування задач. Крім наших розробок, ми пропонуємо студентам різні онлайн-ресурси для додаткового використання, такі як Math24.net, Math is Fun та інші. Розв'язування задач на онлайн практичних заняттях з математичних дисциплін, реалізоване за допомогою програми Google Jamboard, загалом виявилося досить ефективним. Проте слід зауважити, що вона висуває досить високі вимоги як до комп'ютерів, на яких працюють студенти та викладачі, так і до якості Інтернету. На нашу думку, особливо цікавим було використання Google Jamboard для організації роботи студентських команд на практичних заняттях та консультаціях.

Зазначимо, що з 24 лютого 2022 року всі викладачі зіткнулися з новими труднощами. Багато студентів мали проблеми з відсутністю доступу до безперебійного інтернет-з'єднання і навіть телефонного зв'язку, що підвищило вимоги до матеріалів у Google Classroom та призвело до необхідності додаткових консультацій у Google Meet. Крім того, з'явилась необхідність впровадження асинхронних форм викладання.

У деяких ЗВО безпекові умови дозволяють проводити навчання в аудиторіях. Інші університети працюють у дистанційному режимі. Загалом, дистанційна освіта посідає важливе місце в освітньому процесі. Дистанційна освіта неможлива без активного використання цифрових інструментів — від інтерактивних платформ і систем управління навчанням до спеціалізованих програм для викладання математики та технічних дисциплін. Саме вони стають ключем до якісного засвоєння знань у нових умовах.

Отже, ефективне поєднання традиційних педагогічних підходів із сучасними цифровими інструментами є необхідною умовою забезпечення гнучкості, доступності та стійкості освітнього процесу в умовах сучасних викликів.

Література

1. Diemientiev, Y., &Semenihina (2025). Development of mobile applications based on artificialist elligence: Current experience and prospects. Current science Research Bulletin, 2(06), P. 201-207.

2. Karupu, O., Oleshko, T., Pakhnenko, V. (2021). Modeling Future Aviation and IT Specialists' Professional Skills Development on Mathematical Practical Training with Application of Information Technologies. *2021 IEEE 3rd International Conference on Advanced Trends in Information Theory (ATIT)*, 2021,P. 215–220.https://doi.org/10.1109/ATIT54053.2021.9678904

3. Karupu, O., Oleshko, T., Pakhnenko, V., Pashko, A. (2023).Application of Google Workspace in Mathematical Training of Future Specialists in the Field of Information Technology. In: Hu, Z., Dychka, I., He, M. (eds) Advances in Computer Science for Engineering and Education VI. ICCSEEA 2023. *Lecture*

Notes on Data Engineering and Communications Technologies, vol 181. Cham: Springer Nature Switzerland. https://doi.org/10.1007/978-3-031-36118-0_80

4. Oleshko T. (2019).A. On some aspects of mastering of probability theory by future aviation specialistsю.*AVIA-2019*: *Proceedings of the* 14 *International Conference of Science and Technology"AVIA-2019"* (Kyiv, April, 23 – 25, 2019). Kyiv, 2019. P. 10.9–10.11.

5. Pakhnenko V. V.(2019).Differential equations as an important component of the training of future aviation engineers. *AVIA-2019*: *Proceedings of the* 14 *International Conference of Science and Technology"AVIA-2019"* (Kyiv, April, 23 –25, 201). Kyiv, 2019. P. 10.12–10.14.

6. Pashko, A. O., &Holubov, H. Y. (2024). Development and use of gamified learning software. *Journal of Numerical and Applied Mathematics*, (1), 66–75. https://doi.org/10.17721/2706-9699.2024.1.06

7. Shvets, V.O., Bevz, V.G., Shkolnyi, O.V. & Matiash, O.I. (2020). Ukraine: School Mathematics Education in the Last 30 Years. In: Karp, A. (eds) Eastern *European Mathematics Education in the Decades of Change. International Studies in the History of Mathematics and its Teaching*. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-38744-0_6

8. Trofymenko V. I., Kudzinovska I. P.(2022).Activation of independent work of students in conditions of distance education during study higher mathematics. International scientific innovation sinhuman life. *Proceeding sof the 13th Internationalscientificandpracticalconference.*CognumPublishingHouse. Manchester, UnitedKingdom. 2022. P. 227–231.

9. Vlasenko, K., Chumak, O., Sitak, I., Chashechnikova, O., Lovianova, I.: (2019). Developinginformaticscompetenciesofcomputersciencesstudentswhileteachingdifferentialequations, *Revista Espacios*. 40 (31).11 (2019). https://www.revistaespacios.com/a19v40n31/a19v40n31p11.pdf.

10. Zasiekina,Tetiana,Vasylieva, Daryna, Korshunova, Olha, Sipii, Volodymyr, Vashulenko. Olha.(2025). Electronic text book sand the irimpacton learning in Ukrainian schools. *Periodicals of Engineering and Natura lSciences.*Vol. 13, No. 3, August 2025, pp.681-694 file:///C:/Users/Admin/Downloads/681-694_459_ZM50.pdf

Тетяна Олешко, Валерія Пахненко. Про деякі особливості використання цифрових інструментів у процесі викладання математичних дисциплін в сучасних умовах.

Анотація. Розглянуто основні проблеми використання цифрових інструментів і комп'ютерно-орієнтовані технології навчання у процесі викладання математичних дисциплін в сучасних умовах. Надано рекомендації для покращення засвоєння навчального матеріалу студентами.

Ключові слова: викладання математичних дисциплін, використання цифрових інструментів.

Tetiana Oleshko, Valeria Pakhnenko. About some features of the use of digital tools in the process of teaching mathematical disciplines in modern conditions.

Abstract. The main problems of using digital tools and computer-based learning technologies in the process of teaching mathematical disciplines in modern conditions are considered. Recommendations are given for improving the assimilation of educational material by students.

Key words: teaching mathematical disciplines, use of digital tools.

Ніна Падалко
Волинський національний університет
імені Лесі Українки,
Луцьк, Україна
padalkonina109@gmail.com

ПРОФЕСІЙНА ПІДГОТОВКА МАЙБУТНІХ ВЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ З ВИКОРИСТАННЯ ІНФОРМАЦІЙНО-КОМУНІКАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

В умовах активного прогресивного реформування вітчизняної освіти набуває актуальності питання якісної освітньо-професійної підготовки майбутніх педагогів-математиків із застосуванням інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ). Загалом аспекти підготовки майбутніх учителів математики в Україні розглядали В.Г. Бевз, М.І Бурда, Р.С. Гуревич, І.В. Лов'янова, В.Г Моторіна, З.І Слепкань та інших [1, 4].

На практичних заняттях з методики навчання математики варто розглянути конструювання уроку з використанням на кожному його етапі. Прикладом може слугувати розгляд вивчення учнями 9 класу теми «Геометричні перетворення», апробація методичних розробок була проведена автором у КЗЗСО «Боголюбський ліцей № 30 Луцької міської ради» [3].

Підготовчий етап уроку починається з актуалізації опорних знань, де використання інтерактивної дошки або презентаційного програмного забезпечення допомагає швидко відновити в пам'яті учнів основні поняття про фігури, їхні властивості та координатну площину. Використання анімованих слайдів з поступовим з'явленням елементів дозволяє контролювати темп роботи класу та уникати перевантаження інформацією.

Етап пояснення нового матеріалу передбачає використання спеціалізованих геометричних програм, які дозволяють будувати фігури та виконувати з ними перетворення в режимі реального часу за допомогою GeoGebra. Учні бачать, що відстані від відповідних точок до осі симетрії однакові, а відрізок, що з'єднує точку з її образом, перпендикулярний до осі. Динамічна зміна положення вихідної фігури демонструє інваріантність властивостей симетричного перетворення. Паралельне перенесення візуалізується через побудову вектора переміщення, і учні спостерігають, як кожна точка фігури зміщується на цей самий вектор, зберігаючи форму та розміри об'єкта.

Інтерактивні вправи на визначення виду перетворення за заданими вихідною фігурою та її образом розвивають аналітичне мислення. Учні досліджують розміщення фігур, вимірюють відстані та кути, висувають гіпотези про тип виконаного перетворення та перевіряють їх за допомогою інструментів програми. Завдання на знаходження осі симетрії, центру обертання чи коефіцієнта гомотетії формують навички дослідницької роботи. Використання координатної площини дозволяє перейти до аналітичного опису перетворень через формули, коли учні записують координати образу точки залежно від координат вихідної точки та параметрів перетворення.

Закріплення матеріалу здійснюється через розв'язування комплексних задач, де потрібно виконати послідовність перетворень або знайти відповідне перетворення як композицію кількох простих. Інтерактивні завдання з перетягування об'єктів допомагають учням експериментувати з порядком виконання перетворень та спостерігати, як це впливає на кінцевий результат. Програми з елементами конструювання дозволяють створювати орнаменти та візерунки на основі геометричних перетворень, що поєднує математичну діяльність з творчістю. Учні будують базовий елемент та застосовують до нього систему перетворень для отримання складного симетричного малюнка, що наочно демонструє практичне застосування вивченого матеріалу.

Контроль і оцінювання знань проводиться з використанням електронних тестових систем, що містять завдання різних типів: завдання з вибором однієї правильної відповіді перевіряють знання основних понять та властивостей перетворень. Завдання на встановлення

відповідності між фігурами та видами перетворень розвивають уміння аналізувати геометричні об'єкти; завдання відкритого типу, де потрібно записати координати точки після перетворення або знайти параметри перетворення, перевіряють обчислювальні навички та розуміння аналітичного опису перетворень; а графічні завдання в електронному середовищі, де учень має виконати побудову образу фігури, дозволяють оцінити практичні вміння роботи з геометричними інструментами.

Отже, важливим елементом формування фахових компетентностей майбутніх вчителів математики є усвідомлення того, що сучасний урок математики, до прикладу, з вивчення геометричних перетворень інтегрує цифрові технології на всіх етапах, що значно підвищує наочність та динамічність матеріалу. Використання динамічних геометричних середовищ є ключовим, оскільки дозволяє візуалізувати процеси перетворень у режимі реального часу, демонструючи інваріантність властивостей. Така системна інтеграція сприяє формуванню не лише предметних, а й дослідницьких та інформаційно-цифрових компетентностей учнів.

Використання інформаційних технологій у закладі загальної середньої освіти є складною проблемою, що вимагає детального обґрунтування. А в процесі професійної підготовки майбутніх педагогів необхідним дотримання належних педагогічних та методичних умов використання інформаційно-комунікаційних технологій.

Література

1 Гуревич Р.С., Шестопалюк О.В., Коношевский Л.Л., Коношевський О.Л. Комп'ютерно орієнтовані засоби та мультимедійні технології навчання: навчальний посібник; за ред. проф. О.В. Шестопалюка. Вінниця: ТОВ Фірма «Планер», 2012.619 с..

2.Padalko A., Padalko H., Padalko N. (2021) On Using Information and Communication Technologies in Process of Mathematical Specialties Education. In: Lecture Notes in Networks and Systems, vol 188. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-66717-7_61

3. Падалко Н. Й., Падалко А. М. Особливості застосування інформаційно-комунікаційних технологій при вивченні дисциплін математичного циклу Математика, інформаційні технології. Збірник статей. – Луцьк. – 2020. – с. 52-60.

4. Слєпкань З. І. Методика навчання математики: підруч. Для студ. Мет. Спеціальностей вищ. Навч. Закладів. – 2-ге вид. доп. І перероб. – К.: Вища школа, 2006. – 582 с.

Ніна Падалко. Професійна підготовка майбутніх вчителів математики з використання інформаційно-комунікаційних технологій.

Анотація. Автором вивчена методика формування знань здобувачів вищої освіти з використання інформаційно комунікаційних технологій. Показано, що ефективність педагогічного процесу зростає при дотриманні педагогічних та методичних умов використання інформаційно-комунікаційних технологій.

Ключові слова: інформаційно-комунікаційні технології, вчителі математики, педагогічні та методичні умови.

Nina Padalko. Professional training of future mathematics teachers in the use of information and communication technologies.

Abstract. The author studied the methodology of forming knowledge of higher education students on the use of information and communication technologies. It was shown that the effectiveness of the pedagogical process increases when pedagogical and methodological conditions for the use of information and communication technologies are observed..

Key words: information and communication technologies, mathematics teachers, pedagogical and methodological conditions.

Ганна Скасків
Тернопільський національний педагогічний університет
імені Володимира Гнатюка
Тернопіль, Україна
skaskivg@tnpu.edu.ua

ВИКОРИСТАННЯ ЦИФРОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ У ФОРМУВАННІ ПРОФЕСІЙНИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ

Сучасна парадигма математичної освіти в Україні, що реалізується в межах реформи Нової української школи (НУШ), потребує докорінного перегляду підходів до професійної підготовки майбутніх педагогів. Новий етап розвитку математичної освіти характеризується інтенсивною цифровізацією, що вимагає від майбутнього вчителя не лише глибоких знань з предмета, а й високого рівня цифрової компетентності. Формування професійних компетентностей студента-математика сьогодні неможливе без глибокої інтеграції цифрових інструментів, які дозволяють не лише автоматизувати рутинні обчислення, а й забезпечують якісно новий рівень візуалізації та дослідження математичних об'єктів. Спадщина видатного вченого Григорія Бевза [2], чиє 100-річчя відзначає наукова спільнота, підкреслює необхідність поєднання класичної фундаментальності з інноваційними методами навчання.

Аналіз публікацій попередніх років свідчить, що цифрова трансформація освіти пройшла шлях від використання калькуляторів й електронних таблиць до впровадження хмарних технологій, систем динамічної математики та штучного інтелекту [1; 9]. Досвід ТНПУ імені Володимира Гнатюка вагомо доповнює сучасні дослідження у сфері цифровізації освіти, зокрема завдяки активній діяльності викладачів фізико-математичного факультету. Практичні здобутки університету зосереджені навколо функціонування науково-дослідницьких лабораторій та STEM-центру, робота яких спрямована на підготовку майбутніх фахівців до використання інноваційних технологій. Важливим елементом є розробка та впровадження авторських тренінгів, які допомагають педагогам-практикам та студентам реалізовувати завдання Нової української школи [8]. У межах нашого дослідження ми виокремлюємо кілька ключових напрямів використання цифрових технологій у фаховій підготовці вчителя:

1. Когнітивна візуалізація та динамічні моделі. Використання систем динамічної математики [3] та віртуальних симуляцій дозволяє студентам створювати інтерактивні моделі, які сприяють розвитку дослідницьких навичок. Майбутній учитель має оволодіти методикою переходу від статичних рисунків у підручнику до «живих» креслень, що дозволяє учням самостійно відкривати математичні факти. Це особливо важливо для реалізації практико-орієнтованого підходу, де математика виступає інструментом моделювання реальних процесів.

2. Технологія інтелект-карт у структуруванні знань. В умовах значного обсягу навчального матеріалу актуальним є використання ментальних карт для систематизації та візуалізації логічних зв'язків між математичними поняттями. Це допомагає майбутнім учителям проектувати змістові лінії курсу, забезпечуючи наступність між початковою, основною та старшою школою.

3. Цифрові інструменти оцінювання та зворотнього зв'язку [4; 5]. Підготовка вчителя включає опанування сервісів для гейміфікованого та адаптивного тестування, таких як Kahoot!, Plickers та Quizizz. Використання спеціалізованих адаптивних систем тестування в оцінюванні дозволяє реалізувати стратегію формувального оцінювання, що є критичним для діагностики та подолання освітніх втрат в умовах дистанційного та змішаного навчання [6].

4. Забезпечення індивідуальної траєкторії розвитку та організація науково-дослідницької діяльності студента. Застосування платформ дистанційного навчання дає змогу впроваджувати елементи дуальної освіти та забезпечувати супровід самостійної роботи студентів через створення електронних методичних рекомендацій та онлайн-курсів. Студенти вчаться готувати відеозвіти про виконання розрахункових робіт, що розвиває їхні комунікативні та презентаційні навички [8].

5. Використання штучного інтелекту (ШІ). Сучасні LLM-моделі стають помічниками у проектуванні уроків, створенні дидактичних матеріалів та персоналізації навчання, що відкриває нові перспективи для методики навчання математики [7; 10].

Науковий доробок викладачів ТНПУ охоплює глибокий аналіз цифрового інструментарію та методик впровадження технологій гейміфікації в освітній процес. Дослідження інноваційних методів навчання, що проводяться в університеті, дозволяють формувати у майбутніх учителів не лише базові ІКТ-компетентності, а й здатність до створення власних мультимедійних навчальних ресурсів та реалізації проєктної діяльності. Такий практико-орієнтований підхід забезпечує високу готовність випускників до викликів сучасного цифрового освітнього середовища.

Таким чином, поєднання традиційних методичних засад із новітніми цифровими технологіями забезпечує формування конкурентоспроможного вчителя математики, здатного до гнучкої адаптації в екстремальних умовах навчання та ефективної реалізації вимог НУШ.

Література

1. Бартнєєва І. О. Використання інтерактивних методів навчання у процесі підготовки майбутніх учителів у закладах вищої освіти. *Психолого-педагогічні аспекти реалізації сучасних методів навчання у закладах освіти*: *збірник матеріалів всеукраїнської науково-методичної конференції*. Одеса : Університет Ушинського, 2024. с. 10–15.

2. Бевз Г. П. Моя методика математики / упоряд. і відп. редактор В.О. Тадеєв. Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2021. 584 с.

3. Hodovaniuk T., Makhometa T.,Tiahai D., Voznosymenko D., Dubovyk V. Use of the Dynamic Mathematical Program of GeoGebra in Classes in Mathematical Disciplines in the Conditions of Blended Learning. *Information and Communication Technologies in Education, Research, and Industrial Applications*. 17th International Conference, ICTERI 2021, Kherson, Ukraine, Sept. 28 Oct. 02, 2021, pp. 77–86.

4. Михайленко Л. Сучасні підходи до впровадження формувального оцінювання на уроках математики. Науковий журнал «Фізико-математична освіта». Т. 37. № 5. 2022. URL: https://fmo-journal.org/index.php/fmo/article/view/206 (дата звернення 04.02.2026).

5. Морзе Н.В., Барна О.В., Вембер В.П. Формувальне оцінювання: від теорії до практики. Інформатика та інформаційні технології в навчальних закладах. 2013. (№ 6). С. 45–57.

6. Найцікавіші прийоми формувального оцінювання. URL: https://teach-hub.com/ najtsikavishi-pryjomy-formuvalnoho-otsinyuvannya/ (дата звернення: 11.02.2026).

7. Нєдялкова К. В., Іванова С. В., Тумбрукакі А. В. Методика навчання здобувачів середньої освіти доводити математичні твердження: навчальний посібник з дисципліни «Методика навчання математики» для здобувачів вищої освіти за першим (бакалаврським) рівнем спеціальностей: А4 Середня освіта (Математика. Інформатика), А4 Середня освіта (Математика. Англійська мова), А4 Середня освіта (Фізика. Математика). Одеса: Університет Ушинського, 2025. 152 с.

8. Скасків Г. М. Цифровий інструментарій учителя інформатики. Інноваційна педагогіка: науковий журнал. Вид. дім: Гельветика, 2021. Вип.41. С.147–150.

9. Слєпкань З. І. Методика навчання математики: підручник. 2-ге вид. Київ : Вища школа, 2006. 582 с.

10. Vasconcelos M. A. R., & dos Santos R. P. Enhancing STEM learning with ChatGPT and Bing Chat as objects to think with: A case study. Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 19(7), 2023. URL: https://doi.org/10.29333/ejmste/13313 (дата звернення: 15.02.2026).

Ганна Скасків. Використання цифрових технологій у формуванні професійних компетентностей майбутніх учителів математики

Анотація. Проаналізовано роль цифрових технологій у підготовці майбутніх учителів математики. Висвітлено методичні аспекти візуалізації знань та автоматизації оцінювання. Окреслено основні напрями використання систем динамічної математики, хмарних сервісів та штучного інтелекту. Акцентовано увагу на важливості поєднання традиційних методик з інноваційними технологіями в контексті НУШ.

Ключові слова: професійна компетентність, майбутні вчителі математики, цифрові технології, когнітивна візуалізація, штучний інтелект.

Hanna Skaskiv. The use of digital technologies in the formation of professional competencies of future teachers of mathematics.

Abstract. The paper analyzes the role of digital technologies in the training of future mathematics teachers. It highlights methodological aspects of knowledge visualization and assessment automation. The main areas of application of dynamic mathematics systems, cloud services, and artificial intelligence are outlined. It emphasizes the importance of combining traditional methods with innovative technologies in the context of the NUSch.

Key words: professional competence, future mathematics teachers, digital technologies, cognitive visualization, artificial intelligence.

Наталія Сніжко
Національний університет «Запорізька політехніка»
Запоріжжя, Україна
snizhko.nataliia@gmail.com

БІЛІНГВАЛЬНЕ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ В ТЕХНІЧНОМУ УНІВЕРСИТЕТІ: КОГНІТИВНИЙ ПОТЕНЦІАЛ ІНТЕГРОВАНОГО ПІДХОДУ

Умови сучасної глобалізації, що охоплює економічну, наукову та освітню сфери, зумовлюють глибокі трансформації у системі вищої освіти. Активізація міжнародної співпраці, академічної мобільності та інтеграція до європейського освітнього простору спричинили перегляд ролі іноземної мови в університетській підготовці. Якщо раніше вона розглядалася переважно як окрема навчальна дисципліна, то нині іноземна мова дедалі більше набуває статусу інструмента фахової підготовки, наукової комунікації та професійної самореалізації. Відповідно змінюється й державна освітня політика: розширюється практика викладання дисциплін іноземними мовами, підтримуються програми англомовної підготовки та інтегративні освітні моделі, орієнтовані на поєднання предметного змісту й мовного навчання у системі вищої освіти [1].

Однією з відповідей на ці виклики стало впровадження білінгвального навчання як різновиду технології EMI (English-medium instruction), у межах якої іноземна мова використовується не як самостійна мета навчання, а як ефективний засіб опанування змісту фахової дисципліни. У цьому контексті білінгвальне навчання математики набуває особливої актуальності для технічних університетів, оскільки поєднує формування професійної компетентності (математика є базовою дисципліною для інженерно-технічних спеціальностей) з розвитком іншомовної комунікативної спроможності майбутніх фахівців-інженерів.

Теоретично білінгвальне навчання математики ґрунтується на взаємодії трьох мовних систем [4]: української мови як рідної (L1), англійської мови як іноземної (L2) та мови математики (ML). Математична мова виступає особливою знаково-символічною системою, що забезпечує мислення, пізнання й комунікацію в межах математичної діяльності [5]. Її специфіка полягає в поєднанні вербальних, графічних і символічних засобів вираження. Саме ця символічна природа створює своєрідний місток між L1 і L2, полегшуючи перехід до навчання іноземною мовою та зменшуючи когнітивне перевантаження студентів.

Практика викладання вищої математики англійською мовою в технічному університеті [3] засвідчує, що використання L2 сприяє глибшому осмисленню математичного змісту та якісній трансформації навчальної діяльності студентів. Перехід до іншої мови навчання змінює не лише форму подання матеріалу, а й сам характер його когнітивної обробки. Зміна мови змушує студентів відмовлятися від механічного, формального відтворення формул, означень і доведень та зосереджуватися на сутнісному розумінні понять, їх логічних зв'язків і внутрішньої структури. Якщо під час навчання рідною мовою студент часто спирається на завчені мовні шаблони або символічні позначення, то в умовах білінгвального навчання така стратегія виявляється недостатньою. Необхідність оперувати іншомовною термінологією активізує процес осмисленого співвіднесення символів, термінів і математичних об'єктів із їх реальним змістом, що істотно зменшує формалізм у знаннях.

Відмінності в термінології та нотації українською й англійською мовами створюють додатковий когнітивний ефект. Зміна буквено-символьних позначень, способів читання формул, варіативність інтерпретацій окремих понять спонукають студентів бачити за умовними знаками конкретний зміст, а не лише знайому графічну конструкцію. Наприклад, одна й та сама формула або поняття, представлені різними мовами, сприймаються не як автоматично відтворювана структура, а як об'єкт аналізу, що потребує уточнення та

усвідомлення. Така ситуація вимагає глибшої когнітивної обробки інформації: студент порівнює, співставляє, узагальнює, встановлює відповідності між L1, L2 і ML. У результаті відбувається інтеграція нової інформації в уже сформовану когнітивну структуру, причому цей процес часто є глибшим, ніж за умов одномовного навчання.

Крім того, окремі англомовні терміни дозволяють виявити внутрішні смислові зв'язки між поняттями, які в рідній мові можуть сприйматися як роз'єднані або формально пов'язані. Узагальнювальний характер певних англійських термінів робить очевидною спільну природу математичних явищ і сприяє формуванню цілісніщого бачення предметної галузі. Таким чином, мовне «перекодування» математичної інформації не є лише перекладом; воно виступає механізмом концептуальної перебудови знань.

Білінгвальне навчання стимулює глибшу концептуалізацію математичних ідей, активізує аналітичне та критичне мислення, розширює горизонти інтерпретації навчального матеріалу й створює умови для переходу від репродуктивного до продуктивного рівня засвоєння змісту. У цьому контексті іноземна мова постає не як додаткове навантаження, а як інструмент інтелектуального розвитку, що посилює усвідомленість математичної діяльності студентів.

Особливої уваги заслуговує когнітивний аспект інтеграції. Обмеженість мовних ресурсів у L2 спонукає студентів до активнішого аналізу, порівняння, узагальнення та аргументації. У процесі роботи англійською мовою частіше активізуються мисленнєві операції вищого порядку: інтерпретація, синтез, оцінювання. Необхідність перемикання між мовами й культурними контекстами розвиває гнучкість мислення та посилює аналітичні здібності. Водночас долання мовних труднощів сприяє формуванню стійкості до стресу, наполегливості та готовності до подолання інтелектуальних бар'єрів.

Інтеграція математики й англійської мови позитивно впливає і на розвиток іншомовної компетентності. Білінгвальні заняття створюють природне середовище, у якому мова використовується як засіб діяльності. Студенти працюють із лекційним матеріалом, читають і обговорюють фахові тексти, розв'язують задачі, формулюють доведення та аргументують власну позицію англійською мовою. У результаті розширюється термінологічний словник, формується академічний стиль мовлення, удосконалюються навички контекстуального слововживання. На відміну від ізольованого вивчення мови, у білінгвальному навчанні мовна діяльність набуває реального змісту, що підвищує мотивацію студентів.

Ефективність білінгвального викладання забезпечується використанням комплексу дидактичних стратегій. Важливу роль відіграє підтримка студентів через поступове ускладнення матеріалу, використання мовних кліше, термінологічних словників, візуалізації та прикладів. Значущим є добір автентичних навчальних матеріалів, які сприяють розвитку як базових, так і вищих когнітивних навичок. Активна взаємодія в парах і групах створює умови для формування мовленнєвої самостійності та впевненості у використанні предметної лексики. Залучення міжкультурного компонента розширює освітній горизонт студентів і дозволяє розглядати математичний зміст у ширшому науковому контексті.

Узагальнюючи результати досвіду білінгвального викладання математики в технічному університеті [2], можна стверджувати, що інтегрований предметно-мовний підхід має значний освітній потенціал. Він забезпечує повноцінне мовне занурення, сприяє формуванню академічної іншомовної компетентності, поглиблює розуміння математичних понять, стимулює розвиток мислення вищого порядку та підвищує навчальну мотивацію. Білінгвальне навчання не лише розширює лінгвістичні можливості студентів, а й виступає інструментом подолання когнітивних втрат, що виникають у процесі засвоєння складного математичного матеріалу.

Перспективи подальших досліджень пов'язані з розробленням методичних моделей і технологій системного впровадження білінгвального навчання математики у вищій технічній освіті України.

Література

1. Про концептуальні засади державної політики щодо англійської мови у вищій освіті : рішення Колегії Міністерства освіти і науки України від 25.06.2019 р. № 5/1-4. Режим доступу: https://mon.gov.ua/ministerstvo-2/pro-ministerstvo-2/doradchi-organi-2/kolegiya-ministerstva/arkhiv-rishennya-kolegii-2017-2019/rishennya-kolegii-2019

2. Сніжко, Н. В. (2025). Білінгвальне навчання математики крізь призму мовної взаємодії: когнітивні наслідки інтеграції рідної, іноземної та математичної мов. *Вісник Черкаського національного університету імені Богдана Хмельницького. Серія «Педагогічні науки»*. № 3. С. 101-107. https://doi.org/10.31651/2524-2660-2025-3-101-107

3. Сніжко, Н. В. (2022). Про деякі аспекти білінгвального навчання в технічному виші в контексті євроінтеграції. *Науковий часопис Національного педагогічного університету ім. М.П. Драгоманова. Серія 5. Педагогічні науки: реалії та перспективи*. Спецвипуск. Т. 2. С. 125-129. https://doi.org/10.31392/NPU-nc.series5.2022.spec.2.24

4. Ellerton, N. F., & Clarkson, P. C. (1996). Language factors in mathematics teaching and learning. In A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & C. Laborde (Eds.), *International handbook of mathematics education* (Vol. 4, pp. 987–1033). Dordrecht: Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-009-1465-0_30

5. Pimm, D., & Keynes, M. (1994). Mathematics classroom language: Form, function and force. In R. Biehler, R. Sholz, R. Sträber, & B. Winkelmann (Eds.), *Didactics of mathematics as a scientific discipline* (pp. 159–169). Dordrecht: Kluwer

Наталія Сніжко. Білінгвальне навчання математики в технічному університеті: когнітивний потенціал інтегрованого підходу.

Анотація. В роботі розглянуто особливості білінгвального навчання математики в умовах технічного університету на засадах інтегрованого предметно-мовного підходу. Проаналізовано взаємовплив української мови, англійської мови та мови математики у формуванні математичної та мовної компетентностей студентів; висвітлено когнітивні переваги такої інтеграції основі практичного досвіду викладання.

Ключові слова: вища математика, білінгвальне навчання, когнітивні навички,, інтегративний предметно-мовний підхід, предметно-орієнтовані білінгвальні дидактичні моделі, математична діяльність.

Nataliia Snizhko. Bilingual Mathematics Instruction in a Technical University: The Cognitive Potential of an Integrated Approach.

Summary. The paper examines the specific features of bilingual mathematics instruction in a technical university based on the principles of the integrated content and language approach. It analyzes the interaction of the Ukrainian language, the English language, and the language of mathematics in the development of students' mathematical and linguistic competences, and highlights the cognitive advantages of such integration drawing on practical teaching experience..

Key words: higher mathematics, bilingual instruction, cognitive skills, integrative subject-language approach, subject-oriented bilingual didactic models, mathematical activity.

Людмила Сухойваненко, Наталія Кугай
Глухівський НПУ ім. О. Довженка,
Глухів, Україна,
sukhoivanenko@gnpu.edu.ua
nkuhai@gmail.com

ПОТЕНЦІАЛ ГЕНЕРАТИВНИХ МОДЕЛЕЙ ШТУЧНОГО ІНТЕЛЕКТУ ДЛЯ СТВОРЕННЯ НАВЧАЛЬНИХ СИМУЛЯЦІЙ У КУРСІ «МЕТОДИКА НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ»

На сьогодні актуальним питанням в освітянській спільноті є осучаснення підходів до навчання, зокрема шляхом використання штучного інтелекту як одного з інструментів у роботі педагога. Активно впроваджуються в освітній процес вибіркові освітні компоненти щодо використання штучного інтелекту для підготовки фахівців, проводяться семінари та круглі столи, організовуються курси підвищення кваліфікації, активно висвітлюється питання в наукових публікаціях різного рівня тощо.

Інноваційні інструменти полегшують створення навчальних матеріалів, перевірку виконаних завдань здобувачами та взаємодію з учасниками освітнього процесу, що в свою чергу заощаджує час викладача та сприяє створенню можливостей підвищення якості освіти, зокрема математичної.

Питання використання генеративних моделей штучного інтелекту в освіті висвітлювали О. Квас, Т. Вакалюк, В. Коваленко, М. Мар'єнко, А. Тумбрукакі, М. Стойка, Ю. Петечук, Т. Лукашова, М. Друшляк, В. Ковальчук, Д. Корчевський, Д. Буряк, Л. Роміцина та інші.

У статті Л. Роміциної [3] розглянуто ключові аспекти інтерактивної математики з використанням штучного інтелекту та виокремлено дієві практики її застосування (ШІ-помічники для розв'язування математичних задач, ШІ для персоналізованого та адаптивного навчання, ШІ для генерації навчальних матеріалів та надання зворотного зв'язку). У статті М. Стойка, Ю. Петечук [4] методами теоретичного аналізу наукової літератури (I.E.Bosede, A.D.Cheokta, X.Zhai, E.Kasneci, E.D.Hatmanto, M.I. Sari, P.Bitzenbauer, Y.Wardat, P.T. von Hippel) та емпіричного експерименту досліджено потенціал ChatGPT для генерування якісних математичних завдань з різних тем шкільного курсу математики (комбінаторика, алгебра, рівняння, геометрія). У методичних рекомендаціях В. Коваленко, М. Мар'єнко [1] здійснено аналіз вітчизняного і закордонного досвіду використання вчителями сервісів штучного інтелекту у навчанні природничо-математичних предметів у закладах загальної середньої освіти; визначено роль штучного інтелекту у процесі професійного розвитку вчителя; описано функції Gemini як альтернативи ChatGPT в освітньому процесі ЗЗСО.

Одним із компонентів професійної підготовки майбутніх учителів математики є симуляційне навчання. Саме за допомогою симуляцій студенти найкраще засвоюють матеріал, але викладачам складно створювати такі матеріали через відсутність технічних навичок для створення інтерактивного контенту, складність розробки реалістичних ситуаційних завдань, потреби адаптувати завдання під різні рівні студентів, відсутність часу на апробацію та налагодження інтерактивних матеріалів.

З поміж інструментів створення навчальних симуляцій варто виокремити *Gemini,* за допомогою якого можна адаптувати текстові матеріали для більшої залученості студентів, зокрема створювати інтерактивні лекції, вебсайти, кейси, діалоги, готові HTML- симуляції та розгалужені завдання за допомогою функції *Gemini Canvas.*

У процесі вивчення освітньої компоненти «Методика навчання математики» з використанням штучного інтелекту як приклад можна виокремити навчальні симуляції: імітація відповідей студентів, створення індивідуальних завдань, перевірка відповідей здобувачів, створення тестових питань тощо.

Для прикладу розглянемо створення симуляцій з курсу «Методика навчання: математика в профільній школі» за допомогою *Gemini Canvas*.

Приклад 1.

Запит у Gemini: «Запропонуй ідею навчальної симуляції для викладання курсу «Методика навчання математики» для студентів педагогічних університетів з теми «Логарифмічна функція», запропонуй завдання із розв'язанням, в якому допущені помилки, і коментарі трьох учнів щодо правильності його виконання».

Згенерована відповідь:

Завдання: Розв'яжіть рівняння $log_2(x-2)+log_2(x-4)=3$.

Запропоноване розв'язання (із помилками):

Скористаємось властивістю суми логарифмів: $log_2\big((x-2)(x-4)\big)=3$.

За означенням логарифма: $(x-2)(x-4)=2^3$. Розкриваємо дужки: $x^2-6x+8=8$. Спрощуємо: $x^2-6x=0$. Виносимо спільний множник: $x(x-6)=0$.

Отримуємо корені:$x_1=0, x_2=6$. Відповіді: 0; 6.

Учень А (Олексій): «Я перевірив розкриття дужок і дискримінант – обчислення виконані без помилок. Рівняння розв'язано правильно, обидва числа є коренями».

Учень Б (Марія): «Мені здається, тут помилка в другому кроці. Чому ми підносимо до степеня 3? Хіба не треба було помножити 2 на 3 і отримати 6? Тоді б корені були іншими».

Учень В (Дмитро): «Якщо ми підставимо $x=0$ у початкове рівняння, то під знаком логарифма отримаємо – 2. Але ж ми вчили, що логарифм від'ємного числа не існує. Чи не означає це, що ми забули про обмеження на *x* на самому початку?»

Симуляції такого типу дозволяють здобувачам відчути себе в ролі вчителя – знайти помилку в розв'язанні, проаналізувати логіку учнів, визначити прогалини в знаннях кожного учня та оцінити відповідь. Для викладачів переваги використання таких можливостей – це економія часу та реалізація індивідуального підходу до здобувачів.

Ще одним прикладом доцільності застосування штучного інтелекту є створення діалогів між вчителем та учнями.

Приклад 2. Запит у Gemini Canvas: Запиши діалог «Вчитель математики – Учень» для пояснення задачі «Розкрийте особливості розв'язування кожного з рівнянь 1-3, виділіть спільні і відмінні етапи розв'язання. 1) $x(x+1)(x+2)(x+3)=2x$; 2) $(4x+1)^2(x+1)(2x-1)=14$; 3) $(x-2)(x-4)(x-5)(x-10)=4x^2$» [2].

Згенерована відповідь:

Вчитель. Подивись на ці три рівняння. Якщо ми просто почнемо перемножувати всі дужки «в лоб», то отримаємо рівняння четвертого степеню, яке дуже важко розв'язати. Як ти думаєш, чи є тут хитрість?

Учень. Мабуть, треба якось по-особливому групувати дужки, щоб з'явилися однакові частини для заміни змінної?

Вчитель. Саме так, давай розберемо кожне.

Рівняння №1: $x(x+1)(x+2)(x+3)=2x$.

Вчитель. Що ти помічаєш у сумах чисел в дужках?

Учень. Якщо додати крайнє з крайнім (0+3) і середні (1+2),вийде однакова сума 3.

Вчитель. Правильно. Це сигнал, що треба множити $x(x+3)$ та $(x+1)(x+2)$. Особливість: після множення отримаємо $(x^2+3x)(x^2+3x+2)=2x$. Нюанс: оскільки справа стоїть $2x$, а не число, нам зручно спочатку перевірити, чи є $x=0$ коренем (так, є), а потім поділити обидві частини на x (для $x\neq 0$), щоб спростити вираз.

Рівняння №2: $(4x+1)^2(x+1)(2x-1)=14$.

Учень. Тут складніше. Дужки різні, і одна взагалі в квадраті.

Вчитель. Хитрість у тому, щоб зробити коефіцієнти біля x однаковими або пропорційними. Давай розпишемо $(4x+1)^2$ як дві дужки та внесемо множники в інші: $(4x+1)(4x+1)(x+1)(2x-1)=14$. Тепер помножимо другу дужку на третю, а першу на

четверту (попередньо підкоригувавши їх). Але простіше побачити: якщо перемножити $(4x+1)(x+1) = 4x^2 + 5x + 1$ та $(4x+1)(2x-1) = 8x^2 - 2x - 1$. Не збігається…

Вчитель. Спробуймо інакше: розкриємо $(x+1)(2x-1) = 2x^2 + x - 1$. А тепер занесемо «двійку» з цієї дужки (якщо б вона була) в іншу. Особливість: тут треба згрупувати так, щоб після розкриття отримати вираз типу $ax^2 + bx$. Насправді, це рівняння зводиться до заміни після перемноження $(4x+1)$ з іншими частинами так, щоб отримати спільну частину $8x^2 + 2x$.

Рівняння №3: $(x-2)(x-4)(x-5)(x-10) = 4x^2$. ….

Доцільно здобувачам запропонувати скласти діалог для 3-го рівняння та зробити висновок, що спільного і відмінного у розв'язуванні запропонованих рівнянь.

Згенеровані діалоги доцільно пропонувати здобувачам з метою відпрацювання навичок взаємодії у типових професійних ситуаціях.

Ефективне використання *Gemini Canvas* в педагогічній освіті сприяє формуванню професійного мислення та професійних компетентностей майбутніх фахівців. Подальших досліджень потребує використання інших функцій *Gemini* у підготовці майбутніх учителів математики.

Література

1. Коваленко В., Мар'єнко М. Використання вчителями сервісів штучного інтелекту у навчанні природничо-математичних предметів у закладах загальної середньої освіти: метод. рекомендації. Київ: ІЦО НАПН України, 2024. 71 с.
2. Прус А. В., Швець В. О. Збірник задач з методики навчання математики. Житомир: Рута, 2011. 388 с.
3. Роміцина Л. Інтерактивна математика: штучний інтелект і дієві практики. Електронний ресурс. *Педагогічна Житомирщина.* 2025. №2 (38). URL: https://imso.zippo.net.ua/wp-content/uploads/2025/06/1._%D0%A0%D0%BE%D0%BC%D1%96%D1%86%D0%B8%D0%BD%D0%B0-93.pdf (дата звернення: 28. 01.2026).
4. Стойка М. В., Петечук Ю. В. Використання штучного інтелекту при викладанні математики. URL: https://dspace.uzhnu.edu.ua/server/api/core/bitstreams/1c19326a-ee8a-4f71-b837-a18d728a5655/content (дата звернення: 28. 01.2026).

Кугай Н. В., Сухойваненко Л. Ф. Потенціал генеративних моделей штучного інтелекту для створення навчальних симуляцій у курсі «Методика навчання математики».

Анотація. У статті обґрунтовано актуальність впровадження інструментів штучного інтелекту в підготовку майбутніх учителів математики, наведено конкретні приклади створення симуляцій за допомогою *Gemini Canvas*.

Ключові слова: методика навчання математики, навчальна симуляція, *Gemini Canvas.*

Kuhai N. V., Sukhoivanenko L. F. The potential of generative artificial intelligence models for creating educational simulations in the course «Methodology of teaching mathematics».

Summary. The article substantiates the relevance of introducing artificial intelligence in the training of future mathematics teachers, gives specific examples of creating simulations using Gemini Canvas.

Key words: mathematics teaching methodology, educational simulation, Gemini Canvas.

Дар'я Терменжи, Оксана Ярова, Лілія Скасків
Державний податковий університет
Ірпінь, Україна
d.y.termenzhy@dpu.edu.ua
o.a.yarova@dpu.edu.ua
l.v.skaskiv@dpu.edu.ua

ОРГАНІЗАЦІЯ РОБОТИ МАТЕМАТИЧНОГО ГУРТКА ЗАСОБАМИ СОЦІАЛЬНИХ МЕДІА: ДОСВІД ТА ПЕРСПЕКТИВИ

Науковці підкреслюють, що характерною рисою сучасного покоління є інтенсивна взаємодія із соціальними медіа. Для сучасних студентів, як представників покоління «digital natives», межа між фізичним і цифровим простором є умовною: ці виміри співіснують і взаємодоповнюють один одного, причому участь в онлайн-спільнотах нерідко набуває для них більшої ваги, ніж перебування у конкретному офлайн-середовищі. [1]. Окреслена характеристика сучасного студента суттєво впливає на специфіку освітнього процесу та когнітивні стратегії пізнання. У цьому контексті соціальні медіа та месенджери постають як перспективне освітнє середовище, здатне органічно інтегруватися в навчальну діяльність [7].

Ми згодні з ученими, які під поняттям «соціальні медіа» розуміють «сукупність інтернет-сервісів та платформ, які надають можливість користувачам здійснювати комунікацію, споживати, створювати й розповсюджувати контент» [2].

Питання ефективної інтеграції соціальних медіа в освітній процес є вельми актуальним для української педагогіки. Значна кількість сучасних науково-педагогічних праць спрямована на осмислення соціальних медіа як освітнього явища та аналіз їх потенціалу в контексті навчальної діяльності, зокрема таких учених: К. Годлевської, І. Іванюк, М. Кадемії, І. Карпи, Л. Кісіль, Ю. Дюлічевої, Ю. Єчкала, М. Зацерківна, Р. Гуревича, Н. Моргунової, О. Носенка, Ю. Носенко, Р. Шевчука, В. Халіманенко, В. Юфименко та інші.

Визнаючи вагомий внесок науковців у розроблення теоретичних і практичних засад застосування соціальних медіа в освіті, слід зазначити, що питання організації навчання математичних дисциплін для студентів нового покоління із залученням соціальних медіа залишається недостатньо опрацьованим. У межах нашого дослідження особливу увагу зосереджено на організації позааудиторної математичної діяльності студентів, що реалізується в рамках роботи наукового гуртка з математики.

З 2024 року у Державному податковому університеті функціонує науковий гурток «Актуальні проблеми сучасної математики», який розглядається як цілісне освітнє середовище для розвитку наукового потенціалу здобувачів вищої освіти. Діяльність гуртка спрямована на формування здатності студентів до проєктування індивідуальної освітньої траєкторії, розвитку дослідницьких умінь і реалізації особистісного інтелектуального потенціалу [6]. Тематика засідань гуртка охоплює естетичні, топологічні та прикладні аспекти геометрії – від дослідження трояндових кривих і спіралей до феномену стрічки Мебіуса та ідеї золотого перетину, а також аналіз застосування кривих і поверхонь другого порядку в науці, техніці та сучасній архітектурі. У роботі гуртка використовуються авторські навчальні матеріали [3].

Підкреслимо, що для організації діяльності математичного гуртка нами активно використовувався математичний навчальний акаунт в Instagram (@mathclub_dpu). Цю платформу соціальних медіа було обрано на підставі результатів попереднього опитування студентів Державного податкового університету щодо особливостей використання соціальних медіа як у навчальному процесі, так і в повсякденному житті. Узагальнені результати анкетування представлено в науковій статті «Розвиток сучасних педагогічних досліджень засобами проєктування індивідуалізованого навчання з використанням соціальних медіа» [7].

Навчальний акаунт слугував середовищем для розміщення коротких освітніх дописів, анімаційних відеоматеріалів, графічних інтерпретацій математичних понять і проведення

інтерактивних опитувань у форматі stories. Такий формат комунікації сприяє засвоєнню матеріалу в умовах неформального освітнього простору та забезпечує можливість повторення ключових тем у зручній і доступній формі [6]. Крім того, інструменти коментування та використання хештегів стимулюють обговорення, обмін власними розв'язаннями задач і рефлексію щодо труднощів, що загалом сприяє формуванню активної академічної спільноти.

Підкреслимо, що нами широко використовувались можливості stories в Instagram для проведення опитувань, реалізації зворотнього зв'язку, швидких тестів та математичних вікторин (рис. 1).

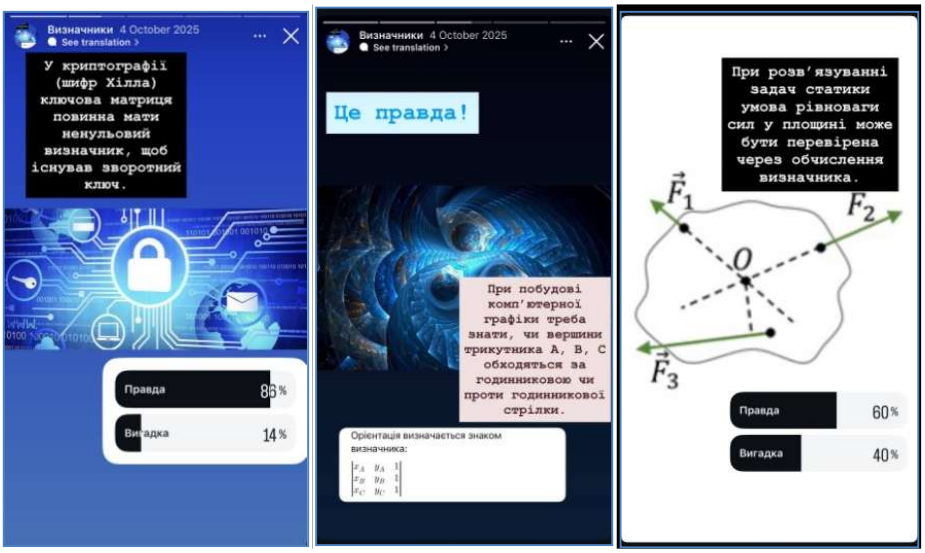


Рис. 1. Фрагмент інтерактивної вікторини з теми «Визначники» у mathclub_dpu

Окрім цього, нами було створено математичну спільноту наукового гуртка у Telegram. Ми обрали саме цей месенджер, оскільки він є найпопулярнішими серед наших студентів згідно до опитування. Серед ключових функціональних можливостей месенджера Telegram педагоги [5] виокремлюють опцію створення чат-ботів, що розглядається як перспективний інструмент підтримки освітнього процесу на засадах використання штучного інтелекту.

У дослідженні українських науковців Моргунової Н.С. та Кісіль Л.М. здійснено ґрунтовний аналіз дидактичного потенціалу різних месенджерів. Зокрема, дослідники наголошують, що Viber характеризується широким набором емодзі, стікерів і варіантів оформлення чату, підтримує створення контрольних опитувань із вибором правильної відповіді, відкритих чатів, а також одночасне підключення до кількох мобільних пристроїв. Водночас у Viber передбачено обмеження щодо обміну файлами – дозволені лише окремі формати [4].

Доцільно наголосити, що високі показники академічної активності та дослідницької зацікавленості учасників наукового гуртка «Актуальні проблеми сучасної математики» значною мірою зумовлені цілеспрямованим використанням соціальних медіа в організації його діяльності. Як показує наш досвід, інтеграція цифрових платформ у роботу гуртка сприяє розширенню комунікаційних можливостей, оперативному інформуванню, поширенню наукових матеріалів і формуванню стійкої професійної спільноти однодумців.

Завдяки активному залученню соціальних медіа студенти мають змогу систематично обмінюватися результатами досліджень, готуватися до участі в конференціях різних рівнів, ознайомлюватися з актуальними науковими тенденціями та вдосконалювати навички наукової презентації. Крім того, цифрова взаємодія в межах гуртка стимулює підготовку до математичних олімпіад, сприяє розвитку аналітичного мислення, здатності до розв'язування нестандартних задач і формуванню інтелектуальної стійкості в умовах складних пізнавальних викликів.

Література

1. Алєксєєва С.В. Індивідуалізація навчання у закладах загальної освіти як педагогічна проблема // *Scientific Collection «InterConf»* : with the Proceedings of the 1st International Scientific and Practical Conference «Theory and Practice of Science: Key Aspects» (Rome, Italy, 2021). Rome : Dana, 2021. С. 290–296.
2. Каплуненко В.О., Бондаренко С.В. Основні підходи до визначення поняття соціальні медіа (огляд зарубіжних та вітчизняних досліджень) // *Вісник студентського наукового товариства ДонНУ імені Василя Стуса*. 2020. № 2 (12). С. 236–240.
3. Лосєва Н.М., Губар Д.Є. Аналітична геометрія в інтерактивній формі: практичний курс: навч. посіб. для студентів. К.: Кафедра, 2014. 236 с.
4. Моргунова Н.С., Кісіль Л.М. Освітній потенціал месенджерів як навчального середовища у мовній підготовці іноземних студентів // *Інформаційно-комунікаційні технології в освіті*. 2022. Вип. 48, т. 1. С. 213–217.
5. Носенко О.В., Носенко Ю.Г., Шевчук Р.М. Використання месенджера Telegram як засобу підтримки освітнього процесу в умовах карантинних обмежень // *Інформаційні технології і засоби навчання*. 2023. Т. 94, № 2. С. 114–127.
6. Терменжи Д., Колеснік К. Науковий гурток з математики як середовище для формування дослідницьких умінь студентів *Наукова діяльність як шлях формування професійних компетентностей майбутнього фахівця (НПК-2025)*: матеріали Міжнародної науково-практичної конференції, 4-5 грудня 2025 р., м. Суми, Україна. Суми : СумДПУ ім. А.С. Макаренка, 2025.С.80-82.
7. Терменжи Д.Є., Лосєва Н.М., Ярова О.А. Розвиток сучасних педагогічних досліджень засобами проєктування індивідуалізованого навчання з використанням соціальних медіа (на прикладі навчання вищої математики) // *Актуальні питання природничо-математичної освіти*. 2025. Вип. 1 (25). С. 164–173. DOI: https://doi.org/10.24139/2519-2361/2025.01/164-173

Дар'я Терменжи, Оксана Ярова, Лілія Скасків. Організація роботи математичного гуртка засобами соціальних медіа: досвід та перспективи

Анотація. Авторами обґрунтовано доцільність інтеграції соціальних медіа в організацію позааудиторної математичної діяльності студентів як представників покоління «digital natives». Представлено досвід функціонування наукового гуртка «Актуальні проблеми сучасної математики» у Державному податковому університеті з активним використанням Instagram та Telegram як освітніх середовищ.

Ключові слова: математичний гурток, соціальні медіа, позааудиторне навчання з математики, математична спільнота, месенджери у навчанні, навчання математики

Daria Termenzhy, Oksana Yarova, Lilia Skaskiv. Organization of a Mathematics Club through Social Media: Experience and Prospects

Abstract. The authors substantiate the feasibility of integrating social media into the organization of extracurricular mathematics activities for digital native students. The paper presents the experience of the research club "Current Issues of Modern Mathematics" at the State Tax University, emphasizing the active use of Instagram and Telegram as educational environments.

Key words: mathematics club, social media, extracurricular mathematics learning, mathematical community, messengers in education, mathematics education.

Олена Трунова, **Світлана Казнадій**
Національний університет «Чернігівська політехніка»,
Чернігів, Україна,
e.trunova@gmail.com
kaznadeysp@gmail.com

ФОРМУВАННЯ СТОХАСТИЧНОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ МАЙБУТНІХ ІТ-ФАХІВЦІВ ЗАСОБАМИ ГЕНЕРАТИВНОГО ШТУЧНОГО ІНТЕЛЕКТУ

За останні роки цифрова трансформація математичної освіти зазнала якісного стрибка. Від використання систем комп'ютерної математики (Maple, MathCad, GeoGebra) до впровадження інструментів на базі генеративних нейронних мереж [1], [2]. Для здобувачів вищої освіти галузі F «Інформаційні технології» цей перехід є критично важливим і фундаментальним. Сучасні мовні моделі здатні не лише виконувати обчислення, а й перекладати складні «сюжетні» умови задач та вербальні описи ризиків мовою математичних моделей, символів, понять та програмного коду [3].

Штучний інтелект (ШІ) стає невід'ємною частиною сучасних досліджень, для здійснення яких потрібні: обробка складних даних, розв'язання нестандартних задач та інтерпретація абстрактних концепцій. Особливої уваги заслуговують моделі ChatGPT, DeepSeek та Gemini, які демонструють значний потенціал при різних підходах до логічного обґрунтування рішень.

Рівень математичної підготовки програміста чи аналітика даних сьогодні визначає його здатність розробляти складні інтелектуальні системи. Стохастична компетентність є базою для розуміння методів Machine Learning, Big Data та систем кібербезпеки. Проте традиційне навчання теорії ймовірностей, математичної статистики та випадкових процесів не враховує інструментальні можливості ШІ, що вимагає розробки та впровадження нових дидактичних підходів для формування обчислювального мислення майбутніх ІТ-фахівців.

Значущість статистично-імовірнісних методів у розвитку сучасних ІТ та цифрових ресурсів є надзвичайно високою, оскільки рівень математики визначає технологічне майбутнє суспільства. Використання ШІ як сучасного засобу навчання відкриває нові можливості для подолання існуючих викликів [2], [4].

Фундаментом підготовки фахівців комп'ютерних профілів та формування їх стохастичної компетентності є розвиток обчислювального мислення [5]. Це здатність цілеспрямовано організовувати взаємодію з інформаційним середовищем для розв'язання професійних задач, тобто правильно формулювати запити до ШІ та критично оцінювати видані результати.

Відповідно до концепції Жаннетт Вінг (Jeannette Wing), обчислювальне мислення включає розумові процеси, спрямовані на таке формулювання проблеми та її розв'язку, щоб останній був представлений у формі, придатній для ефективної обробки інформаційними агентами [5].

Для ІТ-спеціаліста робота з імовірнісними моделями через системи ШІ включає такі компоненти:

- декомпозиція – розбиття складної задачі на імовірнісні підзадачі;
- абстрагування – виділення математичної суті процесу, ігноруючи деталі сюжету та фокусуючись на головних параметрах моделі;
- розпізнавання паттернів – пошук шаблонів у даних;

- алгоритмізація та моделювання – створення серії кроків та моделей для програмної реалізації стохастичної моделі;
- оцінка – визначення ефективності та можливості застосування рішення.

Порівняльний аналіз систем ШІ демонструє різні рівні ефективності, зокрема:

- *ChatGPT* ефективно пояснює концепції та надає тьюторські коментарі (наприклад, при ідентифікації ознак схеми Бернуллі), що важливо для «донавчання» студентів, проте часто помиляється у строгій логіці;
- *DeepSeek* демонструє вищу точність у розв'язанні рівнянь та виконанні складних математичних обґрунтувань;
- *Gemini* виділяється здатністю до інтеграції з кодовими середовищами та аналізу великих контекстів [3].

Згідно з опитуванням 554 здобувачів вищої освіти та 35 викладачів, 82% студентів та 77% викладачів вже використовують ШІ для освітніх цілей. Позитивну оцінку застосуванню ШІ в навчанні стохастики дали 91% студентів та 63% викладачів. Проте практичне дослідження виявило суттєві ризики та логічні й обчислювальні помилки. Виокремимо ключові з них:

1. Помилкова ідентифікація моделі (логічний збій). У задачі про надійність розподіленої системи, що складається з трьох незалежних серверів із різною ймовірністю безвідмовної роботи ($p_1 = 0{,}6$; $p_2 = 0{,}8$; $p_3 = 0{,}9$), ChatGPT некоректно застосував формулу Бернуллі для випробувань із різними ймовірностями успіху.

Це призвело до значного спотворення результату: модель видала 0,396 замість коректного 0,116 (при розрахунку ймовірності роботи рівно одного сервера). Тільки після навідних запитань систем ШІ перейшов до використання теорем додавання та множення ймовірностей незалежних подій.

2. Помилки у потужності простору подій. При підрахунку унікальних токенів доступу (слово «СТАТИСТИКА») ШІ помилився у кількості однакових літер «Т», видавши абсурдну відповідність $P = 1$.

Для здобувачів ІТ-спеціальностей цей кейс доводить важливість алгоритмічної верифікації. Студент має вміти написати скрипт (на кшталт мовою Python через `itertools` або `math`), щоб перевірити розрахунок ШІ прямим обчисленням унікальних послідовностей. У безпеці це прямо впливає на оцінку ентропії паролів та захист від атак повного перебору.

3. Обчислювальні недоліки. При аналізі великих масивів мережевого трафіку (наприклад, ймовірність втрати пакетів за схемою 80 випробувань) зафіксовано похибку (0,078 замість 0,0726). Системи ШІ також часто некоректно використовують таблиці статистичних функцій (функцію Лапласа) та пасують перед неалгоритмізованими задачами.

Системи ШІ виступають потужними інтелектуальними помічниками для ІТ-студента, що дозволяють автоматизувати рутину. Проте формування стохастичної компетентності неможливе без критичної верифікації контенту та раціонального поєднання природного інтелекту з можливостями DeepSeek (для точності) та ChatGPT/Gemini (для пояснень). Це зміщує акцент навчання з обчислень на створення ексклюзивних задач, які вимагають глибокого логічного аналізу.

Література

1. Андрощук А. Г., Малюга О. С. Використання штучного інтелекту у вищій освіті: стан і тенденції. International Science Journal of Education and Linguistics. No3(2). 2024. С. 27–35. https://doi.org/10.46299/j.isjel.20240302.042.

2. Гуревич Р. С., Коношевський Л. Л., Коношевський О. Л., Воєвода А. Л., Люльчак С. Ю. Інтеграція штучного інтелекту в сферу освіти: проблеми, виклики, загрози, перспективи. Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання в підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми.72, 2024. С. 171–186. https://doi.org/10.31652/2412-1142-2024-72-170-186.

3. Овчарук, О. В., Гриценчук, О. О., & Кравчина, О. Є. (2025). Використання генеративного штучного інтелекту вчителями для вдосконалення педагогічних практик: світовий та український досвід . Імідж сучасного педагога, (6(225), 5–10. https://doi.org/10.33272/2522-9729-2025-6(225)-5-10.

4. Візнюк І. М., Буглай Н. М., Куцак Л. В., Поліщук А. С., Киливник В. В. Використання штучного інтелекту в освіті. Modern Information Technologies and Innovation Methodologies of Education in Professional Training Methodology Theory Experience Problems.2021. С. 14–22. https://doi.org/10.31652/2412-1142-2021-59-14-22.

5. Wing J. M. Computational thinking. Communications of the ACM. 2006. Vol. 49, No. 3. P. 33–35. DOI: https://doi.org/10.1145/1118178.1118215.

Олена Трунова, Світлана Казнадій. Формування стохастичної компетентності майбутніх ІТ-фахівців засобами генеративного штучного інтелекту.

Анотація. У тезах досліджено трансформацію математичної освіти під впливом систем ШІ. Проведено порівняльний аналіз моделей ChatGPT, DeepSeek та Gemini у навчанні теорії ймовірностей для ІТ-спеціальностей. Виявлено типові логічні та обчислювальні помилки систем ШІ. Обґрунтовано роль обчислювального мислення у верифікації результатів у підготовці фахівців галузі F.

Ключові слова: штучний інтелект, стохастична компетентність, ІТ-освіта, обчислювальне мислення, помилки ШІ, ChatGPT, DeepSeek, Gemini.

Olena Trunova, Svitlana Kaznadii. Development of stochastic competence in future IT specialists through generative artificial intelligence.

Abstract. The theses examine the transformation of mathematical education under the influence of AI. A comparative analysis of ChatGPT, DeepSeek, and Gemini models in teaching probability theory for IT specialties is conducted. Typical logical and computational AI errors are identified. The role of computational thinking as a verification tool in Field F training is justified.

Key words: artificial intelligence, stochastic competence, IT education, computational thinking, AI errors, ChatGPT, DeepSeek, Gemini.

Наталія Франчук
Український державний університет імені Михайла Драгоманова,
Київ, Україна,
n.p.franchuk@udu.edu.ua

ІНТЕГРАЦІЯ ІНСТРУМЕНТІВ ШТУЧНОГО ІНТЕЛЕКТУ В НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ: ДИДАКТИЧНИЙ ПОТЕНЦІАЛ ТА РИЗИКИ ЗАСТОСУВАННЯ

Сучасний розвиток цифрових технологій поставив перед педагогікою задачу організації ефективного навчання у математичній освіті за умов широкої доступності інструментів штучного інтелекту (ШІ). З одного боку, ШІ має значний потенціал щодо персоналізації навчання, розпізнавання математичного запису, генерації адаптивних вправ та формування зворотного зв'язку. З іншого – існують ризики зниження ролі мислення учня, академічної недоброчесності та залежності від алгоритмічних рішень.

Метою дослідження є: систематизувати класи інструментів ШІ та їх педагогічні функції; оцінити дидактичні можливості та обмеження застосування; окреслити ризики та шляхи мінімізації негативних ефектів.

Дослідження ґрунтується на: аналізі наукових та методичних джерел щодо використання ШІ в математичній освіті; класифікації інструментів ШІ за їх функціями (адаптивний тьютор, оптичне розпізнавання символів, генерація вправ, персоналізація); педагогічній оцінці використання ШІ в освітньому процесі на основі досліджень та практик.

Методологічна основа: компетентнісний підхід та критичний педагогічний аналіз.

Досліджуючи дану тему, було звернено увагу на статтю [0], що присвячена дослідженню сучасного стану інтеграції ШІ у навчання математичних дисциплін у закладах загальної середньої та вищої освіти. Основна увага приділена аналізу можливостей використання ШІ щодо персоналізації навчання, підвищення мотивації здобувачів освіти, а також визначенню педагогічних ризиків і викликів. У статті [0] автори стверджують про ефективність використання ChatGPT, що дає можливість автоматизувати частину рутини, надати пояснення, адаптувати навчальний контент до рівня учня та сприяти персоналізації навчання. Проте зазначається, що ефективність використання ШІ залежить від професійної позиції педагога, розуміння меж та формування у здобувачів освіти відповідальності за власне навчання.

На платформі Вектор для професійного розвитку педагогів запропонований курс «Математика + ШІ: як навчати в епоху штучного інтелекту» [0]. Програма підвищення кваліфікації, спрямовану на формування у вчителів математики компетентностей щодо педагогічно обґрунтованого використання інструментів ШІ в освітньому процесі. Основною метою програми є навчити педагогів інтегрувати ШІ таким чином, щоб підсилювати розуміння математичних понять, персоналізувати навчання, оптимізувати підготовку уроків і формувати критичне мислення учнівства, зберігаючи провідну роль учителя в освітньому процесі.

На основі даного аналізу вважаю за доцільним взяти до уваги такі інструменти ШІ як: Mathspace [0], Mathway [0], Photomath [0], QANDA [0] (табл. 1). Програми: Mathspace, Mathway, Photomath і QANDA є сучасними інструментами ШІ, використання яких забезпечує адаптивне навчання, автоматичне розв'язування задач, розпізнавання математичних записів і персоналізовану підтримку учнівства у процесі вивчення математики.

Однією з ключових переваг використання технологій ШІ у навчанні математики є формування персоналізованого освітнього досвіду. Використання інтелектуальних систем дозволить адаптувати складність завдань відповідно до індивідуального рівня підготовки учня (учениці), забезпечити оптимальний рівень когнітивного виклику, що сприяє підвищенню мотивації та ефективності навчання. Важливою дидактичною функцією ШІ є забезпечення оперативного зворотного зв'язку. Аналізуючи відповіді учнів, за допомогою таких систем можна своєчасно виявляти помилки, надавати пояснення та рекомендації щодо подальших дій, що сприяє формуванню математичного мислення та розвитку рефлексивних умінь.

Таблиця 1

Приклади інструментів штучного інтелекту для навчання математики

Назва	Логотип	Коротка характеристика
Mathspace [0]	mathspace	Адаптивна онлайн-платформа для навчання математики, у якій використовуються технології ШІ для аналізу відповідей учнівства і формування індивідуальної траєкторії навчання. Надається покроковий зворотний зв'язок, автоматично визначаються типові помилки та пропонуються відповідні пояснення і додаткові завдання. Використання цієї платформи сприяє персоналізації навчання та формуванню стійких математичних компетентностей.
Mathway [0]	Mathway	Інтелектуальна система розв'язування математичних задач, в якій підтримується широкий спектр розділів математики, зокрема алгебра, геометрія, тригонометрія та математичний аналіз. У програму можна вводити задачі вручну або за допомогою камери. У результаті – готові рішення, а також (у розширеній версії) покрокові пояснення. Інструмент може використовуватися як засіб самоперевірки та підтримки самостійного навчання.
Photomath [0]	photomath smart camera calculator	Програма для мобільних телефонів з підтримкою технології оптичного розпізнавання символів і ШІ для автоматичного розпізнавання математичних виразів за допомогою камери смартфона. У результаті роботи отримуємо не лише правильний результат, але й демонстрацію детальних покрокових процесів розв'язування. Це робить її ефективним інструментом для підтримки розуміння математичних методів і самостійного навчання.
QANDA [0]	QANDA	Освітня платформа на основі ШІ, за допомогою якої забезпечується розпізнавання математичних задач і надання відповідей із поясненнями. У системі використовуються технології машинного навчання для аналізу запитів і пропонується індивідуалізована допомога. Крім автоматичного розв'язування задач, можна отримати рекомендації щодо навчальних матеріалів та забезпечення адаптивної підтримки навчання.

Водночас попри значний потенціал, використання ШІ супроводжується низкою педагогічних ризиків. Надмірне використання автоматично згенерованих рішень може призвести до зниження рівня самостійного мислення та формування пасивної навчальної позиції. Крім того, доступність готових відповідей створює передумови для порушення принципів академічної доброчесності та ускладнює об'єктивне оцінювання навчальних досягнень. Додатковою проблемою є непрозорість алгоритмів, коли логіка отримання результату залишається прихованою. Це обмежує можливості використання таких систем для пояснення математичних доведень і формування глибокого розуміння навчального матеріалу.

Висновки. Ефективна інтеграція ШІ в освітній процес передбачає його використання як допоміжного інструменту, що підтримує, але не замінює когнітивну діяльність учня (учениці). Доцільним є включення ШІ-інструментів у контекст проблемно-орієнтованого навчання, розвиток навичок критичного аналізу отриманих результатів та поєднання автоматизованої підтримки з педагогічним супроводом. Такий підхід сприяє реалізації диференційованого та персоналізованого навчання. Використання технологій ШІ істотно розширює можливості навчання математики, забезпечуючи персоналізацію, адаптацію складності завдань і оперативний зворотний зв'язок. Застосування сучасних інструментів (адаптивні тьютори,

системи розпізнавання символів, генератори вправ) уже демонструє педагогічну ефективність, проте їх використання супроводжується ризиками зниження самостійності мислення та порушення академічної доброчесності. Ефективна інтеграція ШІ потребує педагогічно виваженої стратегії, спрямованої на підтримку критичного мислення та відповідального використання цифрових інструментів.

Література

1. Mathway | Algebra Problem Solver. URL: https://www.mathway.com/Algebra
2. Online Math Program | Mathspace. URL: https://mathspace.co/us
3. Photomath - The Ultimate Math Help App | Math Explained. URL: https://photomath.com/
4. QANDA | Розв'язання проблем широкого спектру, простіше та точніше. URL: https://qanda.ai/en.
5. Кайдан Н., Щенсневич О. Штучний інтелект у викладанні математичних дисциплін: методика навчання математики в закладах загальної середньої та вищої освіти. *Збірник наукових праць фізико-математичного факультету ДДПУ*, вип. 15, Вересень 2025, с. 084-9, doi:10.31865/2413-26672415-3079152025338348.
6. Математика + ШІ: як навчати в епоху штучного інтелекту | Освітня платформа Вектор. URL: https://vector.uied.gov.ua/uk/mpk/1582/detail/ (дата звернення 21.02.2026).
7. Уваров В., Турка Т. Використання ChatGPT у навчанні математики в умовах дистанційної освіти: методика навчання математики в закладах загальної середньої та вищої освіти. *Збірник наукових праць фізико-математичного факультету ДДПУ*, вип. 15, Вересень 2025, с. 102-6, doi:10.31865/2413-26672415-3079152025338354.

Наталія Франчук. Інтеграція інструментів штучного інтелекту в навчання математики: дидактичний потенціал та ризики застосування.

Анотація. Розглянуто можливості застосування технологій штучного інтелекту у навчанні математики та їх дидактичний потенціал. Проаналізовано основні класи інструментів штучного інтелекту та вплив їх використання на персоналізацію навчання, мотивацію й розвиток математичного мислення. Окреслено педагогічні ризики, зокрема зниження критичного мислення та проблеми академічної доброчесності.

Ключові слова: штучний інтелект, навчання математики, адаптивні системи, інтеграція технологій, дидактичний потенціал, академічна доброчесність, цифрові інструменти.

Franchuk Nataliia. Integration of artificial intelligence tools into mathematics teaching: didactic potential and application risks.

Abstract. The possibilities of utilizing artificial intelligence technologies in mathematics teaching and their pedagogical potential are explored. The main classes of artificial intelligence tools and their impact on the personalization of learning, motivation, and the development of mathematical thinking are analyzed. Pedagogical risks are outlined by the decline in critical thinking and problems of academic integrity.

Key words: artificial intelligence, mathematics teaching, adaptive systems, technology integration, didactic potential, academic integrity, digital tools.

Інна Шишенко
Сумський державний педагогічний університет імені А.С. Макаренка,
Суми, Україна,
shiinna@ukr.net

АРХІТЕКТУРА МАТЕМАТИЧНОЇ ОСВІТИ ДЛЯ СТУДЕНТІВ-НЕМАТЕМАТИКІВ: МІЖНАРОДНИЙ ДОСВІД

Дослідження закордонного досвіду навчання математики є важливим з огляду на потребу підвищення якості математичної освіти та відповідності сучасним міжнародним освітнім стандартам. У різних країнах сформувалися ефективні підходи до викладання математики, які ґрунтуються на результатах багаторічних педагогічних досліджень, інноваціях у дидактиці та активному використанні цифрових технологій. Аналіз таких практик дозволяє виявити успішні моделі організації навчального процесу, стратегії розвитку математичної грамотності та методи подолання навчальних труднощів, характерних для студентів різних рівнів підготовки.

Важливість дослідження математичної підготовки учнів-нематематиків та студентів нематематичних спеціальностей зумовлена стрімкою цифровізацією освіти та зростанням вимог до гнучкості освітнього контенту. Сучасні студенти очікують персоналізованих, коротких і доступних форматів подання матеріалу, які дозволяють швидко засвоювати ключові концепти та застосовувати їх на практиці. Математика, як одна з найбільш складних і абстрактних дисциплін, потребує нових підходів, здатних подолати типові бар'єри сприйняття, підвищити мотивацію і підтримати безперервність навчання. Це особливо актуально для студентів спеціальностей, де математика не є профільною, але необхідна для розвитку аналітичного мислення, цифрової грамотності та професійних компетентностей. Вивчення ефективності таких інструментів дозволяє отримати обґрунтовані рекомендації щодо оптимізації навчальних програм, покращення якості викладання та підвищення успішності студентів, а також сприяє розвитку сучасних педагогічних технологій у вищій освіті [1].

Вивчення математики студентами нематематичних спеціальностей за кордоном характеризується загальною тенденцією до переосмислення змісту та ролі математичної підготовки в сучасній освіті. У більшості країн фокус поступово зміщується від традиційного вивчення формул і алгоритмів до формування прикладних аналітичних компетентностей, розвиток яких необхідний для прийняття рішень, роботи з даними, критичного мислення та професійної комунікації. У США та Канаді математична підготовка нематематичних спеціальностей реалізується переважно через курси загальної математичної грамотності та кількісного мислення, де основна увага приділяється статистиці, аналізу даних, моделюванню реальних ситуацій і проєктній роботі. Значна частина навчання має практичну спрямованість, студенти працюють із відкритими наборами даних і застосовують цифрові аналітичні інструменти, що формує в них уміння використовувати математику як інструмент прийняття рішень.

У Великій Британії поширена модель «service mathematics», відповідно до якої математичні дисципліни слугують підтримкою основної професійної підготовки. Тут математика тісно інтегрується зі спеціальностями студентів: педагогікою, економікою, психологією, соціальними науками. У курсах домінують практикоорієнтовані завдання, використання програм для статистичного аналізу, цифрових платформ для візуалізації та математичного моделювання. В університетах країн Європейського Союзу простежується подібна тенденція до компетентнісного та міждисциплінарного підходу. Математичні курси для нематематичних спеціальностей зорієнтовані на вирішення реальних фахових задач і створення проєктів, що адаптовані до професійних контекстів. Значна увага приділяється статистичній грамотності, моделюванню, візуалізації даних, а також використанню цифрових

математичних середовищ, таких як GeoGebra, Matlab чи Maple, які допомагають підтримувати інтерес студентів і підвищують ефективність засвоєння матеріалу.

В Австралії математична підготовка нематематичних спеціальностей спрямована на розвиток аналітичного мислення та навичок роботи з даними. Навчальні програми включають моделювання, аналіз ризиків, інтерпретацію статистичних результатів і використання цифрових інструментів для підтримки професійних рішень. Освітні курси мають виражену практичну орієнтацію: університети часто співпрацюють з бізнесом і державним сектором, пропонуючи студентам реальні кейси. У країнах Східної Азії (Сінгапурі, Південній Кореї, Японії) математична підготовка навіть для нематематичних спеціальностей відзначається фундаментальністю та високим рівнем вимог. Тут особливо розвинена цифрова складова: активно використовуються Smart-classrooms, інтерактивні симулятори, системи штучного інтелекту. Пріоритет віддається розвитку логічного та алгоритмічного мислення, а також цифрової грамотності, що дозволяє студентам впевнено працювати в умовах даних і технологічного середовища.

Узагальнюючи міжнародний досвід, можна стверджувати, що вивчення математики студентами нематематичних спеціальностей за кордоном зосереджене на розвитку навичок, релевантних у цифрову епоху: статистичної грамотності, інтерпретації даних, математичного моделювання, критичного аналізу інформації та міждисциплінарного застосування математичних методів. Університети різних країн відходять від класичного викладу матеріалу та дедалі частіше впроваджують проєктно-орієнтоване навчання, цифрові інструменти, адаптивні платформи й Learning Analytics. Такий підхід дозволяє майбутнім фахівцям незалежно від спеціальності засвоїти математику як універсальний інструмент аналізу й прийняття рішень у професійному та повсякденному житті.

Література

1. Шишенко І. В., Швець В. О. Активне навчання математики учнів класів з гуманітарним профілем навчання. Суми : ФОП Цьома С. П., 2019. 130 с.

Інна Шишенко. Архітектура математичної освіти для студентів-нематематиків: міжнародний досвід.

Анотація. У тезах узагальнено міжнародний досвід організації навчання математики студентів нематематичних спеціальностей у провідних країнах світу. Виявлено, що навчання математики орієнтоване на практичне застосування знань, використання цифрових інструментів, міждисциплінарні проєкти, статистичну грамотність та моделювання реальних ситуацій.

Ключові слова: студенти нематематичних спеціальностей, закордонний досвід, цифрові інструменти, іждисциплінарне навчання.

Inna Shyshenko. Architecture of mathematics education for non-mathematical students: international experience.

Abstract. The abstracts summarize the international experience of organizing mathematics education for students of non-mathematical specialties in leading countries of the world. It was found that mathematics education is focused on the practical application of knowledge, the use of digital tools, interdisciplinary projects, statistical literacy and modeling of real situations.

Key words: students of non-mathematical specialties, foreign experience, digital tools, interdisciplinary education.

Анастасія Юрійчук
Український державний університет
імені Михайла Драгоманова
Київ, Україна
a.o.yuriichuk@udu.edu.ua

СЕМАНТИЧНЕ ПРЕДСТАВЛЕННЯ МАТЕМАТИЧНИХ ЗАПИСІВ У ЦИФРОВИХ НАВЧАЛЬНИХ РЕСУРСАХ ЯК ПЕРЕДУМОВА ЇХ ДОСТУПНОСТІ

Цифровізація математичної освіти істотно розширила можливості представлення навчального контенту, проте водночас загострила проблему його доступності. Математичні записи – формули, рівняння, системи, вирази зі складною ієрархічною структурою – у більшості цифрових ресурсів залишаються візуально орієнтованими. У такому форматі вони можуть бути відображені, але не інтерпретовані засобами асистивних технологій. Виникає суперечність між формальною цифровізацією математичного контенту та реальним забезпеченням його доступності. Насамперед це стосується неможливості відтворення внутрішньої логіки математичного виразу засобами екранних озвучувачів.

Як наголошує J. White, доступ до математичних записів передбачає не лише можливість їх сприйняття, а й навігацію структурою виразу та розуміння внутрішніх операційних зв'язків [3]. Саме структура, а не зовнішній вигляд математичного запису, визначає можливість його повноцінного відтворення у мовленні або брайлівському форматі.

Стандарт Mathematical Markup Language (MathML), рекомендований W3C, пропонує механізм машинно-читабельного подання математичного контенту. При цьому принциповим є розрізнення між Presentation MathML та Content MathML. Якщо перший орієнтований на візуальне відтворення, то другий забезпечує представлення виразу як семантичної структури – із фіксацією операцій, операндів та їх ієрархії [2]. Саме таке подання створює технічні передумови для коректного озвучування та структурної навігації, що особливо важливо у випадку складних багаторівневих виразів із вкладеними операціями.

Емпіричні результати, наведені у дослідженні Ali, Khusro та Alahmadi, засвідчують, що відсутність семантичного кодування математичних виразів ускладнює їх розуміння студентами з порушеннями зору та обмежує можливості інтерактивного навчання [1]. Запропонований авторами підхід до перетворення виразів у Content MathML демонструє, що структуроване представлення дозволяє формувати послідовну інтерпретацію математичного запису, знижуючи когнітивне навантаження та підвищуючи доступність. Це дозволяє розглядати семантичне кодування не лише як технічну процедуру, а як чинник організації математичного пізнання в цифровому середовищі.

Разом з тим проблема не зводиться до технічної імплементації стандартів. Дослідження, присвячені забезпеченню доступності цифрового контенту в LMS, зокрема Moodle, підкреслюють необхідність інтеграції принципів універсального дизайну навчання та стандартів вебдоступності у процес створення навчальних матеріалів [6], [7]. Однак навіть за умови дотримання формальних критеріїв доступності математичний запис може залишатися структурно непрозорим для асистивних технологій, якщо він поданий без семантичної розмітки.

Дослідження у сфері інклюзивної освіти акцентують на створенні доступного освітнього середовища як системної умови рівного доступу до навчання [4], [5]. У цьому контексті семантичне представлення математичних записів постає як конкретний інструмент реалізації інклюзивних принципів у цифровому середовищі. Воно дозволяє забезпечити не лише технічну сумісність із екранними озвучувачами, а й зберегти логіку математичного мислення, відображену у структурі виразу.

Отже, доступність математичних записів у цифрових навчальних ресурсах визначається не самим фактом їх електронного подання, а способом їх семантичного кодування.

Семантичне представлення виступає передумовою повноцінної взаємодії з математичним контентом засобами асистивних технологій і водночас – дидактично значущою умовою забезпечення рівного доступу до математичної освіти в цифровому освітньому середовищі.

Література

1. Ali A., Khusro S., Alahmadi T. J. Accessible interactive learning of mathematical expressions for school students with visual disabilities. *PeerJ Computer Science*. 2024. Vol. 10. P. e2599. DOI: https://doi.org/10.7717/peerj-cs.2599.
2. Mathematical markup language (MathML) Version 4.0. *W3C*. URL: https://www.w3.org/TR/mathml4.
3. White J. The accessibility of mathematical notation on the web and beyond. *Journal of Science Education for Students with Disabilitie*s. 2020. Vol. 23, № 1. P. Article 9. DOI: https://doi.org/10.14448/jsesd.12.0013.
4. Кравчук І. Методичні рекомендації щодо використання цифрових технологій на уроках математики в спеціальній школі. *Педагогічна Академія: наукові записки*. 2025. № 25. С. 1–20. URL: https://pedagogical-academy.com/index.php/journal/article/view/1555.
5. Тарнопольська О. Створення доступного освітнього середовища та використання адаптивних технологій для студентів з особливими освітніми потребами в закладах вищої освіти. *Науковий вісник Ужгородського університету. Серія: «Педагогіка. Соціальна робота».* 2025. Т. 1, № 56. С. 240–244. DOI: https://doi.org/10.24144/2524-0609.2025.56.240-244.
6. Тулашвілі, Ю., Кошелюк, В. Технологічне забезпечення інклюзивності цифрового навчального контенту в LMS: адаптація курсів Moodle та Google Classroom до потреб студентів з особливими освітніми потребами. *International Science Journal of Education & Linguistics*. 2026. Т. 5, № 1. С. 29–42. DOI: https://doi.org/10.46299/j.isjel.20260501.04.
7. Юрійчук А. Вебдоступність навчальних матеріалів підходи та інструменти для платформи Moodle. *Науковий часопис Українського державного університету імені Михайла Драгоманова. Серія 2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання.* 2024. № 23 (30). С. 145–155. DOI: https://doi.org/10.31392/UDU-nc.series2.2024.23(30).13.

Анастасія Юрійчук. Семантичне представлення математичних записів у цифрових навчальних ресурсах як передумова їх доступності

Анотація. У роботі розглянуто проблему доступності математичних записів у цифровому освітньому середовищі. Обґрунтовано значення семантичного представлення математичних виразів для забезпечення їх коректного машинного зчитування та озвучування. Проаналізовано роль стандарту MathML і можливості LMS у підтримці структурованого подання математичного контенту.

Ключові слова: математичні записи, семантичне представлення, доступність, MathML, інклюзивна освіта.

Anastasiia Yuriichuk. Semantic representation of mathematical notation in digital learning resources as a prerequisite for accessibility.

Abstract. The paper addresses the problem of accessibility of mathematical notation in digital learning environments. The importance of semantic representation for accurate machine reading and speech rendering of mathematical expressions is substantiated. The role of the MathML standard and LMS capabilities in supporting structured mathematical content is analyzed.

Key words: mathematical notation, semantic representation, accessibility, MathML, inclusive education.

СЕКЦІЯ IV ОЦІНЮВАННЯ НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ З МАТЕМАТИКИ УЧНІВ ТА СТУДЕНТІВ: СТАН, ПРОБЛЕМИ, ПЕРСПЕКТИВИ ЗАСТОСУВАННЯ

SECTION IV ASSESSMENT OF STUDENTS ACADEMIC ACHIEVEMENTS IN MATHEMATICS: STATUS, PROBLEMS, PROSPECTS FOR APPLICATION



Дмитро Бобилєв
Криворізький державний педагогічний університет,
Кривий Ріг, Україна
bobyliev@pm.me

АНАЛІТИКО-ОРІЄНТОВАНЕ ОЦІНЮВАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ ДОСЯГНЕНЬ ЗДОБУВАЧІВ ВИЩОЇ ОСВІТИ

Сучасна вища математична освіта перебуває у фазі глибинної трансформації, що зумовлена одночасним впливом цифровізації, компетентнісного підходу та зростання ролі даних у прийнятті педагогічних рішень. У цих умовах традиційна система оцінювання, орієнтована на фіксацію кінцевого результату розв'язування задачі у вигляді балу, виявляється методично недосконалою, оскільки не відображає складної багаторівневої структури математичної діяльності здобувача освіти. Зокрема, вона не дозволяє виявити особливості формування математичного мислення, характер переходів між різними репрезентаціями математичних об'єктів, типи помилок та індивідуальні стратегії розв'язування задач. Це особливо критично для фундаментальних математичних дисциплін, дисциплін де розв'язування задачі є процесом, що включає побудову математичної моделі, вибір методу, виконання перетворень та інтерпретацію результату.

У цьому контексті аналітико-орієнтоване оцінювання постає як нова дидактична парадигма, що ґрунтується на використанні learning analytics – системного аналізу даних про навчальну діяльність здобувачів освіти з метою оптимізації навчання. На відміну від традиційного підходу, де оцінювання має ретроспективний характер, аналітико-орієнтоване оцінювання є процесуально орієнтованим і передбачає постійне відстеження, аналіз та інтерпретацію освітніх даних. При цьому об'єктом аналізу стає не лише результат, а повна траєкторія навчальної діяльності студента.

Аналіз сучасних досліджень у галузі learning analytics у математичній освіті [1-8] засвідчує, що цифрові навчальні середовища генерують значний обсяг даних, які дозволяють реконструювати процес розв'язування математичних задач. Йдеться про такі параметри, як кількість спроб розв'язання, послідовність кроків, час виконання, типи використаних методів, звернення до підказок, частота помилок певного типу тощо. Саме ці дані дають змогу перейти від оцінювання продукту до оцінювання процесу математичної діяльності. Встановлено, що існує стійкий зв'язок між інтенсивністю навчальної активності у цифровому середовищі та рівнем математичних досягнень: студенти, які активно взаємодіють із навчальним контентом, демонструють значно вищі результати, ніж ті, хто обмежується епізодичною діяльністю. Це дозволяє розглядати показники активності як ранні індикатори успішності або ризику академічної неуспішності.

Важливою аналітичною можливістю є ідентифікація змістових «вузлів труднощів» у математичних курсах. Зокрема, аналіз даних дозволяє об'єктивно визначити теми, які викликають найбільші когнітивні ускладнення у студентів, такі як границі та неперервність функцій, застосування похідної для дослідження функцій, інтегрування, а також робота з абстрактними алгебраїчними структурами. На відміну від традиційного педагогічного спостереження, яке часто є інтуїтивним, аналітика навчання забезпечує емпірично обґрунтовану картину труднощів, що відкриває можливості для точкового вдосконалення змісту навчання, зміни дидактичних підходів і розроблення адаптивних навчальних матеріалів.

Особливої ваги набуває можливість аналізу типових математичних помилок. У традиційній системі оцінювання помилка фіксується як факт, однак її природа зазвичай не аналізується. Натомість аналітико-орієнтований підхід дозволяє класифікувати помилки за їх когнітивною природою: концептуальні (пов'язані з нерозумінням означень і теоретичних положень), процедурні (помилки у виконанні алгоритмів), трансформаційні (некоректні переходи між різними формами представлення), логічні (порушення структури доведення).

Така класифікація дає змогу перейти від оцінювання правильності до оцінювання якості математичного мислення, що є принципово важливим для формування професійних компетентностей у галузі математики.

Показовим є приклад аналітико-орієнтованого оцінювання у межах теми «Границя функції» у курсі математичного аналізу. У традиційній моделі оцінювання студент отримує підсумковий бал за правильність обчислення границі, наприклад $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin x}{x}$.

При цьому не враховується, яким саме способом було отримано результат: через використання першої визначної границі, застосування розкладу в ряд Тейлора чи інтуїтивне міркування.

В умовах аналітико-орієнтованого підходу фіксується повна траєкторія розв'язування задачі. Аналіз даних дозволяє встановити, що студенти демонструють різні стратегії: частина одразу застосовує відому границю, інші намагаються підставляти значення, що призводить до невизначеності, а частина використовує некоректні алгебраїчні перетворення. У результаті формується не лише оцінка правильності, а **профіль математичної діяльності**, який включає: тип обраної стратегії, кількість спроб, час до знаходження коректного методу та характер помилок.

Інший приклад пов'язаний із дослідженням функції за допомогою похідної. Під час виконання завдання на знаходження екстремумів функції learning analytics дозволяє виявити, що значна частина студентів припускається не обчислювальних, а концептуальних помилок, зокрема неправильно інтерпретує знак похідної або не пов'язує критичні точки з геометричним змістом функції. Такий тип помилок не може бути виявлений лише через підсумковий бал, але стає очевидним при аналізі послідовності дій студента.

Аналіз агрегованих даних групи студентів дозволяє також ідентифікувати «критичні точки змісту» курсу: наприклад, різке зростання кількості помилок при переході від обчислення похідної до її застосування для дослідження функцій. Це свідчить про розрив між процедурним і концептуальним рівнями засвоєння математичного матеріалу та потребує методичного втручання.

Таким чином, навіть у межах окремої теми математичного аналізу аналітико-орієнтоване оцінювання забезпечує перехід від фіксації результату до глибокого аналізу математичної діяльності, що створює підґрунтя для індивідуалізації навчання та підвищення його ефективності.

Аналітика навчання також відкриває нові можливості для дослідження стратегій навчальної діяльності студентів. Виявлено, що навчальна поведінка має динамічний характер і змінюється протягом семестру: на початкових етапах домінує активна взаємодія (постановка запитань, спроби розв'язування), тоді як перед контрольними заходами переважає репродуктивна діяльність (перегляд матеріалів, повторення). Такі патерни дозволяють не лише описувати, але й прогнозувати навчальну поведінку, а також коригувати освітній процес з урахуванням цих закономірностей.

Водночас результати сучасних досліджень підкреслюють, що ефективність аналітико-орієнтованого оцінювання залежить від його інтеграції з педагогічною практикою. Зокрема, використання learning analytics у контексті data-based decision-making дозволяє викладачам приймати обґрунтовані рішення щодо змісту навчання, методів викладання та форм організації освітнього процесу. Однак при цьому виникає низка методичних викликів, пов'язаних із інтерпретацією даних, ризиком редукції складних когнітивних процесів до кількісних показників, а також необхідністю підготовки викладачів до роботи з аналітичними інструментами.

Додатково важливо враховувати, що використання learning analytics змінює саму природу зворотного зв'язку у математичній освіті. Замість епізодичних коментарів щодо правильності розв'язання формується система безперервного аналітичного супроводу навчання, яка дозволяє студенту усвідомлювати власні помилки, відстежувати прогрес і

коригувати власну навчальну стратегію. Це сприяє розвитку саморегульованого навчання та формуванню рефлексивних умінь.

Таким чином, аналітико-орієнтоване оцінювання математичних досягнень здобувачів вищої освіти слід розглядати як комплексну дидактичну систему, що поєднує аналіз процесу розв'язування задач, класифікацію помилок, виявлення змістових труднощів та дослідження навчальної поведінки. Його впровадження забезпечує перехід від статичної моделі оцінювання до динамічної, орієнтованої на розвиток математичного мислення та індивідуалізацію навчання. Водночас ефективність цього підходу залежить від розроблення методично обґрунтованих моделей використання learning analytics у математичній освіті, що поєднують технологічні можливості з глибинним розумінням специфіки математичної діяльності.

Література

1. Paolucci, C., Vancini, S., Bex II, R. T., Cavanaugh, C., Salama, C., & de Araujo, Z. (2024). A review of learning analytics opportunities and challenges for K–12 education. *Heliyon, 10*(2), e25767. https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2024.e25767

2. Ramli, N., Maat, S. M., & Khalid, F. (2019). Learning analytics in mathematics: A systematic review. *International Journal of Emerging Technologies in Learning*, 14(13), 4–20.

3. Rundquist, R., Holmberg, K., Rack, J., Mohseni, Z., & Masiello, I. (2024). Use of learning analytics in K–12 mathematics education: Systematic scoping review of the impact on teaching and learning. *Journal of Learning Analytics, 11*(3), 174–191. https://doi.org/10.18608/jla.2024.8299

4. Schildkamp, K., & Kuiper, W. (2010). Data-informed curriculum reform: Which data, what purposes, and promoting and hindering factors. *Teaching and Teacher Education, 26*(3), 482–496. https://doi.org/10.1016/j.tate.2009.06.007

5. Siemens, G., & Baker, R. S. J. d. (2012). Learning analytics and educational data mining: Towards communication and collaboration. *Proceedings of the 2nd International Conference on Learning Analytics and Knowledge*, 252–254. https://doi.org/10.1145/2330601.2330661

6. Du, X., Yang, J., Shelton, B. E., Hung, J.-L., & Zhang, M. (2021). A systematic meta-review of learning analytics research. *Educational Technology & Society, 24*(1), 1–17.

7. Viberg, O., Hatakka, M., Bälter, O., & Mavroudi, A. (2020). The current landscape of learning analytics in higher education. *Computers in Human Behavior, 89*, 98–110. https://doi.org/10.1016/j.chb.2018.07.027

8. Wise, A. F., & Shaffer, D. W. (2015). Why theory matters more than ever in the age of big data. *Journal of Learning Analytics, 2*(2), 5–13.

Дмитро Бобилєв. Аналітико-орієнтоване оцінювання математичних досягнень здобувачів вищої освіти.

Анотація. У роботі обґрунтовано доцільність впровадження аналітико-орієнтованого оцінювання у вищій математичній освіті. Розкрито можливості learning analytics для аналізу процесу розв'язування задач, типових помилок і навчальної поведінки студентів. Показано, що використання освітніх даних дозволяє ідентифікувати змістові труднощі та формувати індивідуальні освітні траєкторії. Запропоновано підходи до переходу від оцінювання результату до оцінювання математичної діяльності.

Ключові слова: оцінювання, математична освіта, learning analytics, аналітика навчання, помилки, математичне мислення, вища освіта, освітні дані.

Dmytro Bobyliev. Analytics-oriented assessment of mathematical achievements of higher education students.

Abstarct. The paper substantiates the implementation of analytics-oriented assessment in higher mathematics education. The potential of learning analytics for analyzing problem-solving processes, typical errors, and students' learning behavior is revealed. Research demonstrates that educational data facilitate the identification of content-specific challenges and promote the development of tailored learning pathways. Methods for transitioning from outcome-focused assessment to process-oriented evaluation of mathematical activity are presented.

Key words: assessment, mathematics education, learning analytics, educational data, errors, mathematical thinking, higher education.

Léon Brings
University of Bielefeld / Faculty of Mathematics /
Institute for Didactics of Mathematics
Bielefeld, Germany
leon.brings@uni-bielefeld.de

CUT-OFF DETERMINATION OF SCREENING INSTRUMENTS FOR MATHEMATICS EDUCATION

This paper addresses the early identification of mathematical learning risks using standardised screening. The Erasmus+ project DiToM is developing screenings for key school transitions. The theoretical basis is "mathematical key skills" as the minimum prior knowledge necessary for further learning. Central to this is the cut-off determination for resource management. This paper presents the methodological approach to determining sensitivity-oriented cut-off values.

1 Introduction

National and international large-scale studies measuring mathematical skills consistently show that a growing proportion of students fail to meet the minimum standards in mathematics at the end of Year 4 and in lower secondary education (e.g. IQB, PISA). This development has particularly serious consequences for mathematics teaching, as deficits in basic skills have an impact on subsequent learning processes due to the hierarchical structure of mathematical learning (Wittmann, 2015). New knowledge builds on established prior knowledge. If fundamental mathematical ideas and concepts are lacking, it is only possible to acquire content based on them to a limited extent in a way that promotes understanding (Gaidoschik et al., 2021, p. 13). Against this background, it is necessary to stabilise basic skills in a targeted manner and to identify learning deficits at an early stage. A key component of this are standardised screening instruments that enable subject teachers to make an initial assessment of potentially at-risk students in a cost-effective manner and serve as a screening procedure for the allocation of support resources.

This is where the Erasmus+-funded DiToM (Diagnostic Tool in Mathematics) project comes in. The aim of DiToM is to develop screening instruments for key transitions in the school career in seven European countries to develop screening instruments for key transitions in the school career, specifically for the transitions between grades 0 and 1, 2 and 3, 4 and 5, 6 and 7, and 8 and 9. As these instruments are also available in English, they can also be used in other countries. The aim of the screenings is to identify, on a group basis and in a time-efficient manner, those students who lack *the* necessary *key* mathematical *skills* to be able to acquire subsequent content in a comprehension-oriented manner (Brings et al., 2025).

The determination of cut-off thresholds is central to the practical usability of a screening: they control the allocation of resources by specifying the score at which a learner is considered potentially at risk and in-depth process-oriented diagnostics or support planning is recommended. The literature offers various approaches to determining cut-off points, such as expert-based standard-setting procedures, prevalence-oriented procedures, or model-optimising procedures. The determination of such thresholds is consequently critically questioned in terms of the extent to which the resulting threshold values can be generalised beyond the respective application context (Gaidoschik et al., 2021). This paper summarises the theoretical framework of test development on which the development of a Europe-wide project is based. In addition, the triangulated methodological approaches to cut-off determination are explained in order to transparently address the aspect of arbitrariness in threshold setting.

2 Mathematical key skills

The content basis of the DiToM screenings is the concept of *mathematical key skills* (Brings et al., 2025). Based on the learning theory of Gagné & Briggs (1974), a *mathematical skill* is understood as *a key skill* if its absence substantially hinders or prevents further learning. This understanding makes it possible to identify a minimum level of prior knowledge for each learning objective. Fritz & Ricken (2005, p. 6) formulate this as a question of those "skill-related partial achievements" that represent decisive "bottlenecks" for competence development and whose absence is likely to lead to difficulties. The current state of research on the development of mathematical competences supports this assumption. Stern (2005) describes mathematical competences in later school age as the result of a cumulative learning process in which knowledge acquired at an early stage forms the basis for the acquisition of more demanding competences.

The following content can be reported as examples for Screening 6+ in the German context: basic arithmetic skills for secondary level 1 (part-part-whole concept with regard to the addition and subtraction of natural numbers, understanding of multiplication and division in natural numbers, understanding of the place value system, competence in modelling word problems) (Ehlert et al., 2013), the extension of natural numbers to the set of fractions and proportional understanding (Wehrmann, 2011). These areas represent the domain-specific prior knowledge that, according to the literature, is relevant for the acquisition of further content in lower secondary education. The screenings are designed to identify students who show difficulties with this content and are therefore classified as potentially at risk of developing problems with the following content as well. Based on these content priorities, items were developed, piloted and validated in a final study. The following section discusses the determination of critical cut-offs for identifying students who are classified as "at risk" in order to be able to initiate support at an early stage.

3 Cut-off determination

The critical thresholds, known as cut-off scores, were determined using two different methods in the German sample. On the one hand, a combined reference standard was carried out with part of the total sample, consisting of a norm-oriented and curriculum-valid reference test (DEMAT 6+, Götz et al., 2013) and an assessment by the subject teacher. The criterion defined was that a pupil is considered at risk if they deviate by more than two standard deviations from the mean or deviate by between one and two standard deviations from the mean and the subject teacher classifies them as at risk. The use of a reference standard enables a receiver operating characteristic analysis (ROC analysis) to be performed, in which the DiToM screening score is plotted against the dichotomous criterion of the reference standard (at risk/not at risk). The cut-off is optimised in terms of sensitivity or specificity (e.g. using the Youden index). This allows a cut-off score to be selected that correctly identifies as many students as possible as at risk and at the same time incorrectly classifies as few students as possible as at risk.

Since a reference standard is not available in all partner countries within the framework of the project, another model-based method was used. This method uses latent class analysis (LCA) to identify latent classes within the sample and sets the cut-off scores at the point thresholds where class assignment is most uncertain. Alternatively, the cut-off scores can also be adjusted to this logic in a sensitivity-oriented manner. Further information on this method can be found in Yin et al. (2025). Since the ROC analysis and the LCA analysis show almost identical cut-off scores, a balanced threshold value was selected that is sensitivity-oriented according to both the ROC analysis and the LCA analysis.

4 Conclusion and outlook

The theoretical framework enables the development of screening instruments that can be used to identify students who are likely to have difficulties with the following aspects of mathematics teaching at an early stage. Since no screening instrument can meet the standard of perfect classification, it is crucial to pursue the goal of developing an instrument that is as sensitive as possible and identifies as many students as possible who will actually encounter difficulties, so that support measures can be initiated at an early stage. In this context, it is less tragic if a pupil is incorrectly classified as at risk than if a pupil is incorrectly classified as not at risk. The two procedures described above outline the approach that was chosen during test development in order to define these thresholds in a sensitivity-oriented and transparent manner. Building on the LCA, there are also plans to carry out profile analyses in order to examine the content of the test answers and initiate possible initial support measures. Further information on the project and access to the tests can be found on the project website www.ditom.org.

References

1. Brings, L., Kleine, M., Coronado Alvarez, S., Pilet, J., Rukavina, S., Tatsis, K., Fesakis, G., Moutsios-Rentzos, A., Asenova, M., & Dumičić Danilović, D. (2025). Development of screening instruments for mathematics education: Theoretical framework and item development. In M. Bosch, G. Bolondi, S. Carreira, C. Spagnolo, & M. Gaidoschik (Eds.), Proceedings of the Fourteenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME14) (pp. 3542–3549). Free University of Bozen-Bolzano & ERME.

2. Ehlert, A., Fritz, A., Arndt, D., & Leutner, D. (2013). Arithmetische Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schülern in den Klassen 5 bis 7 der Sekundarstufe. Journal für Mathematik-Didaktik, 34(2), 237–263. doi:10.1007/s13138-013-0055-0

3. Fritz, A., & Ricken, G. (2005). Früherkennung von Kindern mit Schwierigkeiten im Erwerb von Rechenfertigkeiten. In M. Hasselhorn, H. Marx, & W. Schneider (Eds.), Diagnostik von Mathematikleistungen (pp. 5–27). Hogrefe.

4. Gaidoschik, M., Moser Opitz, E., Nührenbörger, M., & Rathgeb-Schnierer, E. (2021). Besondere Schwierigkeiten beim Mathematiklernen. Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik, 47(111S) [Sonderheft].

5. Gagné, R. M., & Briggs, L. J. (1974). Principles of instructional design. Holt, Rinehart and Winston.

6. Götz, L., Lingel, K., & Schneider, W. (2013). Deutscher Mathematiktest für sechste Klassen: DEMAT 6+. Hogrefe.

7. Stern, E. (2005). Kognitive Entwicklungspsychologie des mathematischen Denkens. In M. von Aster & J. H. Lorenz (Eds.), Rechenstörungen bei Kindern: Neurowissenschaft, Psychologie, Pädagogik (pp. 137–149). Vandenhoeck & Ruprecht.

8. Wehrmann, M. (2011). Qualitative Diagnostik von Rechenschwierigkeiten im Grundlagenbereich Arithmetik (2. Aufl.). Verlag Dr. Köster.

9. Wittmann, E. Ch. (2015). Das systemische Konzept von Mathe 2000+ zur Förderung rechenschwacher Kinder. In H. Schäfer & C. Rittmeyer (Eds.), Handbuch inklusive Diagnostik (pp. 199–213). Beltz.

10. Yin, L., Bezirhan, U., & von Davier, M. (2025). Improving context scale interpretation using latent class analysis for cut scores. International Electronic Journal of Elementary Education, 17(2), 279–288. doi:10.26822/iejee.2025.

Léon Brings. Cut-off determination of screening instruments for mathematics education.

Abstract. This paper addresses the early identification of mathematical learning risks using standardised screening. The Erasmus+ project DiToM is developing screenings for key school transitions. The theoretical basis is "mathematical key skills" as the minimum prior knowledge necessary for further learning. Central to this is the cut-off determination for resource management. This paper presents the methodological approach to determining sensitivity-oriented cut-off values.

Key words: DiToM, screening, LCA, ROC

Аліна Воєвода
Вінницький державний педагогічний
Університет імені Михайла Коцюбинського
Вінниця, Україна
alina.voievoda@vspu.edu.ua

СИСТЕМА ОЦІНЮВАННЯ НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ УЧНІВ З МАТЕМАТИКИ В ЗАКЛАДАХ СЕРЕДНЬОЇ ОСВІТИ В ІЗРАЇЛІ

Стрімке поширення інформації та глобалізація освітнього простору підсилюють актуальність порівняльного аналізу освітніх систем різних країн світу, особливо тих, які суттєво відрізняються від української. Однією з таких є система освіти Ізраїлю. Вона характеризується унікальними рисами, які викликають непересічний інтерес і потребують детального вивчення. Система освіти Ізраїлю відображає багатонаціональний і багатокультурний склад населення країни та має відносно централізовану структуру управління.

Стисла характеристика системи освіти представлена на сайті посольства Ізраїлю в Україні, зокрема в ній зазначається, що «…система освіти Ізраїлю заснована на єврейських цінностях, на любові до своєї землі, на принципах свободи і терпимості. Вона прагне прищепити дітям глибокі фундаментальні знання, наукові і технічні навички, без яких неможливо уявити собі розвиток нашої країни» [1].

Вивчення ізраїльського досвіду є актуальним для вітчизняної педагогічної науки, яка зацікавлена у створенні якісно нових моделей навчання математики учнів закладів загальної середньої освіти. В умовах реалізації основних положень Нової української школи, трансформації змісту та організаційних форм навчання математики, вважаємо за доцільне висвітлити особливості шкільної математичної освіти в Ізраїлі.

В основі ізраїльської системи освіти лежать варіативна самостійність і відповідальність учня у виборі траєкторії власної освіти у поєднанні з жорсткою системою підсумкової атестації.

Повний дванадцятирічний курс шкільного навчання в Ізраїлі розділений на три щаблі: початкова (1-6-й класи), середня (7-9-й класи) і старша школа (10-12-й класи). За шість років навчання у початковій школі учні проходять програму з математики, яку українські школярі вивчають за 4 роки. У старшій школі, орієнтованій на отримання атестата зрілості, учні вивчають математику на трьох різних рівнях. Рівні визначаються так званими єхідотами (що в перекладі з івриту може тлумачитись як “навчальна одиниця”) та відрізняються кількістю годин на вивчення математики, складністю завдань, які ставляться перед учнями, необхідною глибиною розуміння і, до певної міри, змістом. Вони також відрізняються і кількістю балів за атестат зрілості, які вони присуджують. Наприкінці навчального року учні 9-го класу пишуть тестову контрольну роботу з математики і за її підсумками відбувається розподіл на групи для подальшого навчання у старшій школі: вивчення предмету на три (мінімальний обсяг знань), чотири (вищий рівень) і п’ять (поглиблений рівень) навчальних одиниць [2].

Переважна більшість шкіл в Ізраїлі державні (80%) і поділяються за мовам навчання: іврит у єврейському секторі, арабська мова в арабському секторі. Кожен сектор має свої наглядові органи, які представляють різні культурні та релігійні підсектори. Навчальний план під кожною наглядовою структурою має різний зміст, рівень релігійності та культурології. Однак для основних предметів, зокрема математики, навчальний план однаковий для всіх. Обов’язковими до вивчення є 75% предметів (математика, історія, англійська мова, інформатика, географія, іудаїзм в єврейських школах) навчального плану, решта 25% дисциплін обираються закладом освіти [3]. Такі підходи забезпечують реальну автономію

шкіл. Крім цього, навчальні заклади на власний розсуд обирають методи і засоби навчання, хоча і знаходяться під контролем Міністерства освіти.

Успішність учнів з математики в Ізраїлі контролюється за допомогою внутрішніх та зовнішніх систем оцінювання. Внутрішня система оцінювання в школах адмініструється шкільним персоналом і є центральним компонентом процесу оцінювання навчання та викладання.

На останній сторінці програми з математики для кожного класу наведено інформацію про головні елементи навчальної діяльності, які повинні бути виконані в класі під час вивчення певного матеріалу. Все це описано під заголовком «Контроль і виконання» [2]. Також у програмі з математики зазначено, що оцінювання досягнень учнів повинно бути інтегровано у навчальний процес і відповідати цілям навчання. З цією метою, під час оцінювання учнів, слід пропонувати різноманітні завдання, які спрямовані на підвищення їх активності та розвитку мислення. Окрім традиційних інструментів оцінювання (тести, контрольні завдання) важливо використовувати інші інструменти: бесіди, спостереження за роботою учнів, дії учнів зі складними завданнями та роботу з рефлексивним написанням завдань. В контексті НУШ, подібний підхід до оцінювання знань учнів дозволить досягнути його максимальної ефективності.

Звіти про успішність учнів видаються щонайменше двічі на рік, а результати навчання оцінюються за допомогою бальних оцінок (за шкалою до 100 балів) та супроводжуються описовими оцінками.

Бали (відсоток)	Опис	Еквівалент літерної оцінки
95-100	מצוין (відмінно)	A+
85-94	טוב מאוד (дуже добре)	A-
75-84	טוב (добре)	B+
65-74	כמעט טוב (майже добре)	B-
55-64	מספיק (достатньо)	C+
45-54	מספיק בקושי (ледь достатньо)	C-
<45	לתי מספיק/נכשל (недостатньо)	F

У 2004 році в Ізраїлі відбулася зміна концепції оцінювання навчальних досягнень учнів. Міністерством освіти Ізраїлю було створено комітет з інтеграції внутрішньої оцінки. Одна з рекомендацій комітету полягала в тому, щоб у кожній школі ввести посаду координатора з оцінювання, який має вищу освіту (магістр у галузі оцінювання)**.** Ця ідея була частиною реформи культури оцінювання. Незабаром після прийняття цієї рекомендації в офіційні документи були внесені зміни, зокрема, щодо орієнтації на посилення професійного розвитку вчителів у сфері оцінювання та практик внутрішньої оцінки. Жорстка вимога наявності координатора з оцінювання була знята. Тобто формально така позиція може існувати як рекомендація, але не вимагається обов'язково в кожній школі [4].

Зовнішня система оцінювання в Ізраїлі знаходиться під керівництвом Національного органу з вимірювання та оцінювання в освіті (відомого під івритським акронімом RAMA). Зовнішня оцінка призначена для надання всебічної, різноманітної, актуальної та достовірної картини стану шкіл в Ізраїлі та надання директорам шкіл даних, які допоможуть їм управляти ресурсами та впроваджувати зміни. Крім того RAMA оцінює систему освіти, щоб визначити, чи досягла вона показників ефективності, які сама для себе встановила. Система зовнішньої оцінки також надає важливу інформацію шкільним інспекторам та округам, шкільній спільноті, місцевим органам влади, освітнім мережам та широкій громадськості.

Зовнішня оцінка проводиться щорічно. Нова модель оцінювання, впроваджена в 2024 році, включає поєднання тестів з різних предметів та рівнів навчання разом з анкетами щодо

шкільного клімату та педагогічного середовища (заповнюються директорами, вчителями та учнями). Оцінювання розроблено таким чином, що кожна школа оцінюється з одного предмета, включеного до національної системи оцінювання (математика, природознавство та технології, англійська мова, навички 21 століття), що створює репрезентативну національну вибірку для кожного предмета щороку. Починаючи з 2024 року, природничі науки та технології оцінюються в 6 та 9 класах; математика оцінюється в 6 класі, а починаючи з 2025 року, вона також оцінюється в 9 класі [5].

У колі наших інтересів – подальше вивчення організації навчання та оцінювання знань учнів з математики в системі освіти Ізраїлю, тому подальші компаративні розвідки будуть спрямовані на визначення загальних, специфічних і національних підходів до математичної освіти Ізраїлю.

Література

1. Сайт посольства Ізраїлю в Україні (2026). https://embassies.gov.il/kiev/Pages/default.aspx

2. Воєвода А.Л., Панасенко О.Б. (2023). Сучасні тенденції розвитку математичної освіти Ізраїлю. Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання в підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми. 69. С. 5-13

3. Воєвода, А. Л., Матяш, О. І., Михайленко Л. Ф. (2022) Трансформаційні процеси у нормативно-правових засадах розбудови системи педагогічної освіти Ізраїлю. Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання в підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми. 64. С. 233—242

4. Israel timss 2023 encyclopedia (2023). https://timss2023.org/wp-content/uploads/2024/10/Israel.pdf

5. Ministry of Education, Science and Technology Administration. (2024). S&T future professionals (Atuda Madait-Technologit) (in Hebrew). Retrieved from http://cms.education.gov.il/EducationCMS/Units/Mazkirut_Pedagogit/MadaTechnologya/atuda_madaeit_tec/information.htm

Аліна Воєвода. Система оцінювання навчальних досягнень учнів з математики в закладах середньої освіти в Ізраїлі.

Анотація. У дослідженні представлено результати аналізу сучасних тенденцій розвитку математичної освіти Ізраїлю, зокрема здійснено аналіз системи оцінювання досягнень учнів з математики для шкіл різного рівня (початкової, середньої та старшої), Встановлено, що успішність учнів з математики в Ізраїлі контролюється за допомогою внутрішніх та зовнішніх систем оцінювання, які виконують різні функції.

Ключові слова: шкільна математична освіта; Ізраїль; оцінювання навчальних досягнень учнів.

Alina Voievoda. System for assessing students' academic achievements in mathematics in secondary schools in Israel.

Abstract. The study presents the results of an analysis of current trends in the development of mathematics education in Israel, in particular, an analysis of the system for assessing student achievement in mathematics for schools of different levels (primary, secondary, and senior). It has been established that student achievement in mathematics in Israel is monitored using internal and external assessment systems that perform different functions.

Key words: school mathematics education; Israel; assessment of student academic achievement.

Дар`я Тінькова
Черкаський національний університет
імені Богдана Хмельницького
Черкаси, Україна
tinkovads@vu.cdu.edu.ua

КРИТЕРІЇ ТА ПОКАЗНИКИ СФОРМОВАНОСТІ РЕЗУЛЬТАТІВ НАВЧАННЯ З ДИСКРЕТНОЇ МАТЕМАТИКИ У ПРОФЕСІЙНІЙ ПІДГОТОВЦІ МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ ІНФОРМАТИКИ

У професійній підготовці майбутніх учителів інформатики курс «Дискретна математика» посідає ключове місце як теоретична основа формування алгоритмічного, логічного та системного мислення, необхідного для викладання інформатики в закладах загальної середньої освіти. Зміст курсу забезпечує математичне підґрунтя для опанування програмування, моделювання, аналізу даних, проєктування інформаційних систем і методики навчання інформатики.

Відповідно до освітньо-професійної програми «Середня освіта (Інформатика)» [2] ЧНУ імені Богдана Хмельницького, вивчення дискретної математики спрямоване на досягнення таких програмних результатів навчання:

- ПРН 2 - демонструвати знання та вміння застосовувати вищу й дискретну математику для використання математичних методів у сфері інформатики;
- ПРН 6 - використовувати математичне моделювання для розв’язування задач інформатики та робототехніки;
- ПРН 9 - застосовувати освітні технології розвитку критичного, системного та проєктного мислення учнів, реалізовувати міжпредметні зв’язки.

Досягнення зазначених результатів навчання потребує не лише визначення змісту навчального матеріалу, але й розроблення інструментарію для їх діагностики та оцінювання. У цьому контексті важливо встановити, за якими ознаками можна визначити рівень сформованості результатів навчання студентів, тобто виокремити відповідні критерії та показники, що відображають поступовий розвиток їхніх знань, умінь і здатності до професійного застосування математичного апарату.

Методологічною основою для визначення таких критеріїв доцільно обрати таксономію Блума [1, 3], яка дозволяє структурувати освітні результати за рівнями пізнавальної діяльності - від відтворення знань до їх аналізу, оцінювання та творчого застосування. Це забезпечує узгодженість між цілями навчання, змістом курсу, видами діяльності студентів і формами контролю.

Нами розроблені критерії сформованості результатів навчання зькурсу дискретної математики:

- Когнітивно-змістовий - характеризує рівень засвоєння понять, фактів і закономірностей дискретної математики.
- Операційно-застосувальний - відображає здатність використовувати математичний апарат для розв’язування задач інформатики.
- Аналітико-моделювальний - визначає вміння аналізувати дискретні структури та будувати формальні моделі інформаційних процесів.
- Рефлексивно-проєктувальний - виявляє здатність оцінювати результати, узагальнювати знання та застосовувати їх у педагогічній діяльності.

Конкретизація цих критеріїв, їх показників і рівнів сформованості відповідно до змістових модулів курсу подана в таблиці 1.

Таблиця 1

Критерії та показники сформованості результатів навчання з дискретної математики (за модулями курсу)

Навчальний модуль	Критерій	Показники сформованості результатів навчання	Результати Навчання	Рівні сформованості
Множини	Когнітивно-змістовий	Розуміння понять множини, підмножини, операцій, законів алгебри множин	ПРН 2	Низький - відтворює означення; середній - пояснює; високий - узагальнює та встановлює зв'язки
	Операційно-застосувальний	Виконання операцій над множинами, розв'язування прикладних задач	ПРН 2, 6	Від дій за зразком до самостійного застосування
	Аналітико-моделювальний	Формалізація задач інформатики мовою теорії множин	ПРН 6	Від часткового аналізу до самостійного моделювання
	Рефлексивно-проєктувальний	Використання понять множин для пояснення навчального матеріалу	ПРН 9	Від репродукції до методичного узагальнення
Математична логіка	Когнітивно-змістовий	Знання логічних операцій, законів, форм подання висловлень	ПРН 2	Від фрагментарних знань до системного розуміння
	Операційно-застосувальний	Побудова таблиць істинності, перетворення логічних формул	ПРН 2, 6	Від алгоритмічного виконання до варіативного застосування
	Аналітико-моделювальний	Аналіз алгоритмів і умов виконання програм через логічні моделі	ПРН 6	Від аналізу за зразком до самостійного
	Рефлексивно-проєктувальний	Використання логічних задач для розвитку критичного мислення учнів	ПРН 9	Від адаптації матеріалу до створення власних навчальних прикладів
Комбінаторика	Когнітивно-змістовий	Розуміння принципів підрахунку, комбінаторних методів	ПРН 2	Від знання формул до їх осмислення
	Операційно-застосувальний	Розв'язування задач перебору, кодування, вибору	ПРН 2, 6	Від шаблонних дій до обґрунтованого вибору методу
	Аналітико-моделювальний	Аналіз варіантів і побудова моделей вибору	ПРН 6	Від часткового аналізу до узагальнення
	Рефлексивно-проєктувальний	Інтеграція комбінаторних задач у навчання алгоритмізації	ПРН 9	Від використання готових задач до конструювання власних

Продовження таблиці 1

Навчальний модуль	Критерій	Показники сформованості результатів навчання	Результати Навчання	Рівні сформованості
Теорія графів	Когнітивно-змістовий	Знання понять графа, зв'язності, маршрутів, дерев	ПРН 2	Від базового відтворення до системного розуміння
	Операційно-застосувальний	Використання графів у задачах пошуку шляхів, мереж, структур даних	ПРН 2, 6	Від стандартних задач до прикладного використання
	Аналітико-моделювальний	Моделювання інформаційних процесів за допомогою графів	ПРН 6	Від аналізу прикладів до побудови власних моделей
	Рефлексивно-проєктувальний	Використання графових моделей у навчальних і STEM-проєктах	ПРН 9	Від ілюстративного застосування до проєктування діяльності

Отже, сформованість результатів навчання з дискретної математики в підготовці майбутніх учителів інформатики проявляється у здатності студента не лише відтворювати математичні знання, а й застосовувати їх для аналізу, моделювання та педагогічного пояснення інформатичних процесів.

Література

1. Огвінчук Л. М. Оцінювання навчальних досягнень студентів вищих навчальних закладів на основі компетентністного підходу. *Освітологічний дискурс*, 2014, 3 (7)), С. 154-165.

2. Освітньо-професійна програма «Інформатика» підготовки здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти зі спеціальності 014 Середня освіта (014.09 Інформатика). URL: https://surl.li/wejirh (дата звернення: 11.02.2026)

3. Проскура С. Л. Таксономія Блума в оцінюванні результатів освітньої діяльності студентів. Звітна наукова конференція Інституту інформаційних технологій і засобів навчання НАПН України, 2020. С. 83-89

Дар`я Тінькова. Критерії та показники сформованості результатів навчання з дискретної математики у професійній підготовці майбутніх учителів інформатики.

Анотація. У статті визначено критерії та показники сформованості результатів навчання з дискретної математики для майбутніх учителів інформатики. Описано когнітивно-змістовий, операційно-застосувальний, аналітико-моделювальний та рефлексивно-проєктувальний критерії з відповідними рівнями сформованості для модулів курсу.

Ключові слова: дискретна математика, навчальні результати, критерії сформованості, таксономія Блума, підготовка вчителів.

Daria Tinkova. Criteria and indicators for assessing learning outcomes in discrete mathematics within the professional preparation of future computer science teachers.

Abstract. The article defines criteria and indicators of learning outcomes in discrete mathematics for future computer science teachers. Cognitive-content, operational-applied, analytical-modeling, and reflective-projective criteria with corresponding levels of formation for course modules are described. Bloom's taxonomy is used to assess the development of knowledge, skills, and professional application of mathematical tools.

Key words. discrete mathematics, learning outcomes, formation criteria, Bloom's taxonomy, teacher training.

Діана Тютюнник
Вінницький державний педагогічний університет
імені Михайла Коцюбинського,
Вінниця, Україна
diana.tiutiunnyk@vspu.edu.ua

КОМП'ЮТЕРНЕ АДАПТИВНЕ ТЕСТУВАННЯ (CAT) ЯК ІНСТРУМЕНТ МОНІТОРИНГУ МАТЕМАТИЧНИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ

Моніторинг математичних компетентностей учнів є одним із ключових завдань сучасної освіти. Традиційні форми оцінювання (стандартизовані тести, контрольні роботи) мають низку обмежень: фіксована структура, обмежені можливості індивідуалізації та менша точність оцінювання для здобувачів з різними рівнями підготовки.

Комп'ютерне адаптивне тестування (Computerized Adaptive Testing, CAT) – це підхід до оцінювання, який автоматично підбирає рівень складності наступного завдання на основі відповідей здобувача на попередні.

Використання адаптивних тестів дозволяє (Федорук, 2008): підлаштовуватися під індивідуальні можливості учня – виключаються завдання, які або занадто складні, або занадто легкі для нього; підвищити точність оцінки рівня навчальних досягнень сильних і слабких учнів завдяки використанню більшого банку завдань різних рівнів складності; зменшити тривалість тесту і кількість поставлених завдань, необхідних для досягнення достатньої точності оцінки рівня сформованості математичних компетентностей учня, що, в свою чергу, дозволяє знизити ступінь втомленості учня, якому не потрібно виконувати всі завдання тесту; забезпечити конфіденційність за рахунок надання кожному учневі індивідуального набору тестових завдань, що відповідають його рівню навчальних досягнень.

Теоретичним підґрунтям CAT є *теорія реакції на завдання* (Item Response Theory, IRT), що описує ймовірність правильної відповіді учня через параметри складності, диференціювальної здатності та вгадування завдання (Zhang, Y., Zhang, L., Zhang, H., & Wu, X., 2025). На відміну від класичного тестування, де «один тест — для всіх», CAT забезпечує персоналізований маршрут: кожен учень отримує завдання, що відповідають саме його поточному рівню. Це дозволяє досягти точності вимірювання за значно меншої кількості завдань — зазвичай удвічі менше порівняно з традиційним тестом (Liu et al., 2024).

Виокремлюють три основні види комп'ютерного адаптивного тестування (Науменко С., 2016):

- *пірамідальне.* Це тестування передбачає, що всім тестованим спочатку дається завдання середньої складності, а вже потім, залежно від їхньої відповіді на це завдання – легше або складніше;
- *flexilevel.* Тестування починається із вибору тестованим рівня складності. Далі комп'ютер дає тестованому завдання обраного рівня складності й залежно від його відповіді на нього, наступне завдання легше або складніше за попереднє. Так відбувається доти, поки не з'ясується реальний рівень знань тестованого;
- *stradaptive.* Це тестування проводиться за допомогою банку завдань, поділених за рівнями складності. Якщо тестований правильно відповідає на завдання, то його наступне завдання – з вищого рівня складності; у випадку неправильної відповіді – з нижчого рівня складності.

Математична компетентність є багатовимірним поняттям, що охоплює концептуальне розуміння, процедурну грамотність та стратегічне мислення. Це ставить вимогу до CAT застосовувати *багатовимірну IRT* або *моделі когнітивної діагностики* (CDM). Останні

дозволяють не лише зафіксувати загальний рівень учня, а й виявити конкретні прогалини у компетентнісних складових (Zhang et al., 2025).

Дослідження підтверджують ефективність CAT у вимірюванні математичних компетентностей учнів середньої школи: тривалість тестування скорочується при збереженні точності, рівень тривожності учнів знижується завдяки відповідності завдань їхньому рівню підготовки (Uko, Eluwa & Uko, 2024). Перспективним є також поєднання CAT із системами адаптивного навчання, що перетворює оцінювання на безперервний діагностичний процес, інтегрований у навчальну діяльність.

США є найбільш просунутою країною у масштабному застосуванні CAT в освіті. NWEA MAP (Measures of Academic Progress) – найпоширеніша адаптивна система моніторингу у США. Нею користуються понад 11 мільйонів учнів щороку. MAP тестує математику (і читання) тричі на рік – восени, взимку і навесні – і дає вчителю детальну картину: де учень зараз, скільки він «виріс» за триместр, і які завдання є для нього «зоною найближчого розвитку». Результати подаються у шкалі RIT (Rasch Unit), яка не залежить від класу – тобто учня 3-го і 8-го класу можна порівняти на одній шкалі. GRE та GMAT – адаптивні тести для вступу до університетів, які вже десятиліттями використовують CAT-формат.

З 2018 року PISA перейшла до багатоетапного адаптивного тестування (Multistage Adaptive Testing, MST): спочатку всі учні виконують «маршрутний» блок, а потім – залежно від результату – отримують легший або складніший пакет завдань. У математиці цей підхід повністю запроваджено у PISA 2022 (Fink, König & Frey, 2024).

У Фінляндії, Нідерландах, Австралії CAT інтегровано у платформи формувального оцінювання, тобто використовується не раз на рік як підсумковий іспит, а регулярно – як частина навчального процесу. Вчитель бачить дашборд класу в реальному часі і може коригувати викладання.

Китай активно розробляє системи когнітивної діагностики на базі CAT для масштабного моніторингу математичних досягнень у середній школі. Дослідницька група Zhang et al. (2025) представила систему, яка поєднує адаптивне оцінювання з адаптивним навчанням:

учень проходить тест →
→ система виявляє прогалини →
→ автоматично призначає відповідні навчальні матеріали.

Це вже не просто тест, а персоналізована освітня траєкторія.

В Україні CAT поки що не впроваджено у масштабній шкільній практиці. Деякі університети і EdTech-платформи (наприклад, на базі Moodle з плагіном GAKKO або власних розробок) експериментують з елементами адаптивності, але без повноцінної IRT-калібрації.

Висновки. Комп'ютерне адаптивне тестування є практично ефективним інструментом моніторингу математичних компетентностей учнів. Його теоретичне підґрунтя (IRT, CDM, MIRT) забезпечує точність вимірювання, а персоналізований характер тестування відповідає принципам компетентнісної освіти. Впровадження CAT в українській школі потребує розробки національних банків завдань, адаптованих до вимог чинних стандартів, та підготовки педагогів до інтерпретації його результатів у системі моніторингу.

Література

1. Zhang, Y., Zhang, L., Zhang, H., & Wu, X. (2025). Development of a Computerized Adaptive Assessment and Learning System for Mathematical Ability Based on Cognitive Diagnosis. *Journal of Intelligence*, *13*(9), 114. https://doi.org/10.3390/jintelligence13090114

2. Федорук П. І. (2008) Використання адаптивних тестів в інтелектуальних системах контролю знань. Штучний інтелект. № 3. С. 380-387
https://nasplib.isofts.kiev.ua/server/api/core/bitstreams/f9421da9-5184-4b2a-a85a-15cc9eccc34a/content

3. Науменко С. (2016) Зарубіжний досвід застосування комп’ютерного адаптивного тестування. Педагогічна компаративістика – 2016: освітні реформи та інновації у глобалізованому світі : матеріали наук.-практ. семінару (Київ, 06 червня 2016 р.) / Ін-т педагогіки НАПН України / за заг. ред. О. І. Локшиної. – К. : Педагогічна думка. С. 192–196. https://lib.iitta.gov.ua/id/eprint/704566/1/Tezy__PC_2016_Naumenko_SO.PDF?utm_source=chatgpt.com

4. Liu, Q. et al. (2024). Survey of Computerized Adaptive Testing: A Machine Learning Perspective. *ACM Computing Surveys*. https://arxiv.org/pdf/2404.00712

5. Fink, A., König, C., & Frey, A. (2024). Methodological aspects of the highly adaptive testing design for PISA. *Frontiers in Psychology*, 15. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2024.1446799

6. Uko, M. P., Eluwa, I., & Uko, P. J. (2024). Assessing the Potentials of Computerized Adaptive Testing to Enhance Mathematics and Science Student Achievement in Secondary Schools. *European Journal of Theoretical and Applied Sciences*, 2(4), 85–100. https://doi.org/10.59324/ejtas.2024.2(4).09

7. NWEA. (2019). *MAP Growth Technical Report*. Northwest Evaluation Association. https://www.nwea.org/uploads/2021/11/MAP-Growth-Technical-Report-2019_NWEA.pdf

Діана Тютюнник. Комп'ютерне адаптивне тестування (CAT) як інструмент моніторингу математичних компетентностей

Анотація. Обґрунтовується доцільність використання комп’ютерного адаптивного тестування як сучасного інструменту моніторингу математичних компетентностей учнів. Розкривається сутність адаптивного тестування та його переваги. Узагальнюється зарубіжний досвід застосування CAT та окреслюються перспективи його впровадження в українській освітній практиці як складової компетентнісно орієнтованого моніторингу.

Ключові слова: комп’ютерне адаптивне тестування, математичні компетентності, моніторинг, теорія реакції на завдання, когнітивна діагностика, персоналізоване оцінювання.

Diana Tiutiunnyk. Computer Adaptive Testing (CAT) as a Tool for Monitoring Mathematical Competencies

Abstract. The expediency of using computer adaptive testing as a modern tool for monitoring students’ mathematical competencies is substantiated. The essence of adaptive testing and its advantages are revealed. International experience in the application of CAT is summarized, and the prospects for its implementation in Ukrainian educational practice as a component of competency-based monitoring are outlined.

Key words: computer adaptive testing, mathematical competencies, monitoring, item response theory, cognitive diagnostics, personalized assessment.

Іван Хутченко
Вінницький державний педагогічний університет
імені Михайла Коцюбинського
Вінниця, Україна
chytor96@gmail.com

ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГІЧНИЙ ПОТЕНЦІАЛ ФОРМУВАЛЬНОГО ОЦІНЮВАННЯ У РОЗВИТКУ МАТЕМАТИЧНОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ

Вступ. У сучасному освітньому дискурсі формувальне оцінювання часто подається як інноваційний підхід, зумовлений компетентнісною парадигмою та реформами загальної середньої освіти. Водночас аналіз історико-педагогічної спадщини засвідчує, що ключові ідеї формувального оцінювання — орієнтація на процес навчання, урахування індивідуального поступу учня, зворотний зв'язок і підтримка навчальної мотивації — були ґрунтовно обґрунтовані та реалізовані в працях провідних методистів і педагогів XX століття. У цьому контексті формувальне оцінювання доцільно розглядати не як принципово нове явище, а як сучасне переосмислення й систематизацію ідей, що мають глибокі науково-методичні витоки.

Проблеми теорії та методики формувального оцінювання активно досліджуються у працях вітчизняних науковців, зокрема Н.А.Тарасенкової [6], В.Я.Забранського [3], Л.Ф.Михайленко [3; 4], М.І. Гром'яка [2], у роботах яких формувальне оцінювання розглядається як безперервний процес зворотного зв'язку, активної участі учнів і використання різноманітних педагогічних та цифрових інструментів, зокрема в навчанні математики.

Психолого-педагогічний потенціал формувального оцінювання у розвитку математичної компетентності учнів набуває глибшого наукового осмислення у світлі методичної спадщини Г. П. Бевза, у працях якого простежуються ідеї систематичного зворотного зв'язку, поетапного контролю навчальних досягнень та орієнтації оцінювання на підтримку пізнавальної активності й індивідуального поступу школярів.

Мета статті — окреслити психолого-педагогічний потенціал формувального оцінювання у розвитку математичної компетентності учнів та показати його ідейну спадкоємність у методичній спадщині Г. П. Бевза.

Виклад основного матеріалу. Педагогічні ідеї Григорія Петровича Бевза, викладені у його методиці [1], мають глибокий зв'язок із концепцією формувального оцінювання, оскільки вони орієнтовані не лише на перевірку знань, а й на психологічний розвиток учня та формування цілісної математичної компетентності.

Г.П. Бевз наголошував, що методика математики тісно пов'язана із психологією, яка є її основою. Раціональні методи навчання неможливі без урахування психологічних особливостей учнів: як вони сприймають, запам'ятовують, думають, що їх цікавить і що втомлює [1, с. 4]. Це безпосередньо корелює з метою формувального оцінювання, яка спрямована на підтримку позитивного емоційного стану учня та його мотивації.

Однією з центральних ідей формувального оцінювання є розгляд помилки як етапу навчання, а не об'єкта покарання. Г.П. Бевз стверджує: «На помилках навчаються» [1, с. 36]. Він радить учителям не просто констатувати помилку, а використовувати контрприклади, щоб учень міг самостійно усвідомити суперечність у своїх судженнях. Якщо учень правильно розуміє поняття, він здатний сам знайти помилку в означенні та виправити її [1, с. 31-32]. Це сприяє розвитку рефлексії та самооцінювання.

Формувальне оцінювання передбачає постійний діалог. Г.П. Бевз підкреслює важливість запитань «Чому?», «Поясни, чому це так», «Обґрунтуй своє твердження» [1, с. 38]. Він вважає, що вчитель повинен привчати учнів не просто відтворювати готові доведення, а відшукувати свої способи доведень теорем чи розв'язування задач [1, с. 48, 41]. Важливо, щоб оцінювання

було стимулом у навчанні, примушувало учнів працювати систематично і якнайкраще [1, с. 125].

Григорій Петрович розглядає самоконтроль як важливий елемент навчання, особливо в контексті програмованого навчання, де учень може відразу звірити свою відповідь і отримати сигнал про помилку [1, с. 104]. Він наголошує на необхідності індивідуального підходу: пропонувати складніші завдання сильним учням і допомагати слабшим подолати труднощі, які мають бути «розумні і посильні» [1, с. 87]. Самостійна робота учнів, на думку автора, дозволяє їм глибше вдумуватися в матеріал і краще зосереджувати увагу [1, с. 118].

Висновки. Проведений аналіз дає підстави для узагальненого висновку, що методична система Г.П. Бевза містить цілісну сукупність ідей, які за своїм змістом і функціональним призначенням корелюють із сучасною концепцією формувального оцінювання. Йдеться не про формальну відповідність термінології, а про глибинну ідейну спадкоємність, що проявляється у спільності педагогічних смислів, підходів до організації навчального процесу та розуміння ролі оцінювання як засобу підтримки й розвитку навчальної діяльності учнів.

Важливим чинником цієї спадкоємності стала інституційна присутність ідей Г.П. Бевза в системі підготовки вчителів математики. Його підручники та методичні посібники протягом тривалого часу виконували роль базових навчальних ресурсів, на основі яких формувалося професійне мислення педагогів, що здобували освіту у 1970–1990-х роках.

У межах цієї методичної традиції оцінювання розглядалося не лише як інструмент фіксації результатів навчання, а насамперед як засіб стимулювання пізнавальної активності, урахування індивідуальних особливостей учнів і підтримки навчального поступу. Унаслідок цього ідеї Г.П. Бевза передавалися переважно через педагогічну практику, закріплюючись у професійному досвіді вчителів як усталена методична норма задовго до офіційного впровадження формувального оцінювання в нормативних документах реформи Нова українська школа.

Важливим є й хронологічний аспект ідейної спадкоємності. Хоча ключові положення формувального оцінювання набули широкого міжнародного визнання після публікації праці Пол Блек та Ділан Вільям «Inside the Black Box» (1998) [2], у якій було систематизовано докази ефективності зворотного зв’язку, самооцінювання та орієнтації на процес навчання, суголосні ідеї були сформульовані Г.П. Бевзом значно раніше. У його методичних працях 1970–1980-х років уже обґрунтовувалися положення про систематичний контроль як засіб розвитку, індивідуальний підхід до учнів, педагогічну цінність помилки та необхідність постійного діалогу між учителем і учнем.

Це дає підстави розглядати методичну спадщину Г.П. Бевза не як похідну від західних концепцій, а як самостійно сформований вітчизняний варіант педагогічних принципів, які згодом були концептуалізовані в міжнародній теорії формувального оцінювання.

Таким чином, формувальне оцінювання не увійшло в українську школу виключно як запозичений західний конструкт, а спиралося на вже підготовлений методичний ґрунт, сформований у межах національної традиції навчання математики, зокрема завдяки науково-педагогічній спадщині Г. П. Бевза.

Перспективи подальших досліджень пов’язані з поглибленим аналізом конкретних методичних прийомів оцінювання, представлених у працях Г. П. Бевза, та їх зіставленням із сучасними інструментами формувального оцінювання, а також з емпіричним вивченням трансформації цієї спадщини у практиці вчителів математики в умовах реформування шкільної освіти.

Література

1. Бевз Г.П. Методика викладання математики: Навч. посібник. – 3-тє вид., перероб. і допов. – К.: Вища школа, 1989. – 367 с.

2. Громяк, М. І., & Квасна, І. І. (2022). Формувальне оцінювання на уроках математики. Підготовка майбутніх учителів фізики, хімії, біології та природничих наук у контексті вимог Нової української школи: Матеріали IV Міжнародної науково-практичної конференції. 26–27 травня 2022 р., м. Тернопіль, 57-61. https://dspace.uzhnu.edu.ua/jspui/bitstream/lib/49613/1/2022%20%D0%93%D0%B0%D1%81%D0%B8%D0%BD%D0%B5%D1%86%D1%8C%20%D0%AF.%D0%A1._%D0%A1%D1%82%D0%B0%D1%80%D0%BE%D1%81%D1%82%D0%B0%20%D0%92.%D0%86.%20%D0%9A%D0%BE%D0%BD%D1%84.%2026%2027%2005%20%D0%A2%D0%B5%D0%B7%D0%B8%2072_75.pdf

3. Забранський, В. Я. (2024). Стратегії формувального оцінювання під час навчання математики у 5-6 класах. Дидактика математики: теорія, досвід, інновації, 1, 33-41. https://vspu.net/didmath/index.php/journal/article/view/3

4. Михайленко, Л. Ф. (2022). Сучасні підходи до впровадження формувального оцінювання на уроках математики. Фізико-математична освіта, 37(5), 43–49. https://doi.org/10.31110/2413-1571-2022-037-5-006

5. Михайленко Л., Остафійчук А., Хутченко І. Оцінювання навчальних досягнень з математики: від офіційних рекомендацій — до щоденної практики. Дидактика математики: теорія, досвід, інновації. 2025. № 3. С. 7-18. DOI: https://doi.org/10.31652/3041-2277-2025-3-7-18

6. Тарасенкова, Н. А. (2023). Засоби формувального оцінювання у навчанні математики. Актуальні питання природничо-математичної освіти, 2(22), 142-150. https://doi.org/10.5281/zenodo.10457858

7. Black, P. J., & Wiliam, D. (1998). Assessment and classroom learning. Assessment in Education: Principles Policy and Practice. https://www.gla.ac.uk/t4/learningandteaching/files/PGCTHE/BlackandWiliam1998.pdf

8. Михайленко Л., Хутченко І. (2025). Формування готовності майбутніх учителів математики до моніторингу, діагностики й оцінювання результатів навчання. Дидактика математики: теорія, досвід, інновації. № 4. С. 112-122. DOI: https://doi.org/10.31652/3041-2277-2025-4-112-122

Іван Хутченко. Психолого-педагогічний потенціал формувального оцінювання у розвитку математичної компетентності.

Анотація. Проаналізовано роль інституційної та хронологічної передачі педагогічних ідей у формуванні методичного ґрунту для сучасного формувального оцінювання. Зроблено висновок про практичну значущість цих підходів у навчанні математики та підготовці вчителів у контексті Нова українська школа.

Ключові слова: формувальне оцінювання, математична компетентність, психолого-педагогічний потенціал, методика навчання.

Ivan Khutchenko. Psychological and pedagogical potential of formative assessment in the development of mathematical competence.

Abstract. The study analyzes the role of institutional and chronological transmission of pedagogical ideas in forming a methodological foundation for contemporary formative assessment. The findings highlight the practical significance of these approaches in mathematics teaching and teacher education within the framework of Nova Ukrainian School.

Key words: formative assessment, mathematical competence, psychological and pedagogical potential, teaching methodology.

РОЗГОРНУТИЙ АЛФАВІТНИЙ ПОКАЖЧИК

1. **Акірі Іон** – доктор фізико-математичних наук, професор, професор Державного педагогічного університету «Іон Креанге» (Кишинів, Молдова).
2. **Азаренко Алевтина** – здобувачка освіти бакалаврського рівня Південноукраїнського національного педагогічного університету імені К. Д. Ушинського.
3. **Акуленко Ірина** – доктор педагогічних наук, професор, професор кафедри математики та методики навчання математики Черкаського національного університету імені Богдана Хмельницького.
4. **Андрейчук Діана** – здобувачка освіти магістерського рівня Карпатського національного університету імені Василя Стефаника.
5. **Ачкан Віталій** – доктор педагогічних наук, професор, професор кафедри математики Тернопільського національного педагогічного університету імені Володимира Гнатюка.
6. **Білянін Григорій** – кандидат педагогічних наук, доцент, професор кафедри природничо-математичних дисциплін КЗ «Інститут післядипломної освіти Чернівецької області».
7. **Біляніна Ольга** – методистка науково-методичного центру природничо-математичної освіти та технологій КЗ «Інститут післядипломної освіти Чернівецької області».
8. **Бобилєв Дмитро** – кандидат педагогічних наук, доцент, завідувач кафедри математики та методики її навчання Криворізького державного педагогічного університету.
9. **Богатирьова Ірина** – кандидат педагогічних наук, доцент, заступниця директора з НВР Черкаської загальноосвітньої школи І-ІІІ ступенів № 8.
10. **Бондаренко Ольга** – кандидат фізико-математичних наук, старший викладач кафедри вищої математики Українського державного університету імені Михайла Драгоманова.
11. **Бондаренко Світлана** – вчителька математики Ліцею № 3 Васильківської селищної ради Дніпропетровської області.
12. **Ботузова Юлія** – доктор педагогічних наук, доцент, доцент кафедри математики та методики її навчання Криворізького державного педагогічного університету.
13. **Бохонов Юрій** – кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського».
14. **Бохонова Тетяна** – вчителька математики Київського природничо-наукового ліцею № 145.
15. **Брінгс Леон** – аспірант Білефельдського університету (Білефельд, Німеччина).
16. **Васильєва Дарина** – кандидат педагогічних наук, старший дослідник, завідувачка відділу математичної та інформатичної освіти Інституту педагогіки Національної академії педагогічних наук України.
17. **Витвицька Оксана** – кандидат економічних наук, доцент, доцент кафедри вищої математики Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу.
18. **Воєвода Аліна** – кандидат педагогічних наук, доцент, декан факультету математики, фізики і комп'ютерних наук Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського.
19. **Возносименко Дарія** – доктор філософії, доцент, доцент кафедри вищої математики та методики навчання математики Уманського державного педагогічного університету імені Павла Тичини.
20. **Войтович Людмила** – вчителька Комунального закладу «Жмеринський ліцей № 3».
21. **Волянська Олена** – кандидат педагогічних наук, доцент кафедри методики навчання математики Українського державного університету імені Михайла Драгоманова.
22. **Гаєвець Яна** – кандидат педагогічних наук, доцент, доцент кафедри математики Національного університету «Чернігівський колегіум» імені Т. Г. Шевченка.
23. **Года Тетяна** – аспірантка кафедри методики навчання математики Українського державного університету імені Михайла Драгоманова.

24. **Годованюк Тетяна** – доктор педагогічних наук, професор, проректор з наукової роботи і професор кафедри вищої математики та методики навчання математики Уманського державного педагогічного університету імені Павла Тичини.
25. **Гордієнко Ірина** – кандидат педагогічних наук, доцент, доцент Дрогобицького державного педагогічного університету імені Івана Франка.
26. **Гроза Валентина** – кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент Державного університету «Київський авіаційний інститут».
27. **Гудима Уляна** – кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри математики Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка.
28. **Гураль Інеса** – кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри фізико-математичних наук Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу.
29. **Дейнега Олександр** – доктор філософії з комп'ютерних наук, викладач Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна.
30. **Дремова Ірина** – кандидат педагогічних наук, доцент, доцент кафедри методики навчання математики Українського державного університету імені Михайла Драгоманова.
31. **Дубовик Віталій** – доктор філософії, доцент кафедри вищої математики та методики навчання математики Уманського державного педагогічного університету імені Павла Тичини.
32. **Думанська Тетяна** – кандидат педагогічних наук, доцент, старший викладач кафедри математики Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка.
33. **Єфименко Світлана** – кандидат педагогічних наук, старший викладач Бердянського державного педагогічного університету.
34. **Жовтоніжко Ірина** – кандидат педагогічних наук, доцент, в.о. завідувача кафедри вищої математики та інформатики Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна.
35. **Забранський Віталій** – кандидат педагогічних наук, доцент, доцент кафедри методики навчання математики Українського державного університету імені Михайла Драгоманова.
36. **Задоріна Ольга** – кандидат педагогічних наук, доцент, доцент кафедри математики і методики її навчання ДЗ «Південноукраїнський педагогічний університет імені К. Д. Ушинського».
37. **Ізюмченко Людмила** – кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри математики, вчителька математики Ліцею «Престиж» м. Києва.
38. **Казнадій Світлана** – старший викладач кафедри інформаційних та комп'ютерних систем Національного університету «Чернігівська політехніка».
39. **Карп Александр** – кандидат педагогічних наук (PhD), професор, професор Учительського коледжу Колумбійського університету (Нью-Йорк, США).
40. **Карупу Олена** – кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри прикладної математики Державного університету «Київський авіаційний інститут».
41. **Качан Тетяна** – викладач математики ВСП «Одеський технічний фаховий коледж Одеського національного технологічного університету».
42. **Кірман Вадим** – кандидат педагогічних наук, доцент, завідувач кафедри математичної, природничої та технологічної освіти КЗВО «Дніпровська академія неперервної освіти».
43. **Кляйне Міхаель** – доктор наук, професор, професор Білефельдського університету (Білефельд, Німеччина).
44. **Кравченко Зоя** – кандидат педагогічних наук, доцент кафедри методики природничо-математичної освіти Харківської академії неперервної освіти.
45. **Кривовяз** Олена – вчителька математики та інформатики, м. Київ.
46. **Кривошея Михайло** – аспірант Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського.

47. **Кугай Наталія** – доктор педагогічних, доцент, професор кафедри фізико-математичної освіти та інформатики Глухівського Національного педагогічного університету імені Олександра Довженка.
48. **Кудінов Микола** – кандидат педагогічних наук, доцент кафедри фізики, математики та методики навчання Бердянського державного педагогічного університету.
49. **Кульчицька Наталія** – кандидат педагогічних наук, доцент, завідувачка кафедри математики та інформатики і методики навчання Карпатського національного університету імені Василя Стефаника.
50. **Ленчук Іван** – доктор педагогічних наук, професор, професор кафедри алгебри та геометрії Житомирського державного університету імені Івана Франка.
51. **Лещинський Олег** – кандидат фізико-математичних наук, доцент, викладач математики Фахового коледжу інженерії, управління та землевпорядкування Національного університету «Київський авіаційний інститут».
52. **Лисенко Ірина** – кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри вищої математики Українського державного університету імені Михайла Драгоманова.
53. **Лисиця Віктор** – кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри вищої математики та інформатики Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна.
54. **Лук'янова Світлана** – кандидат педагогічних наук, доцент, доцент кафедри методики навчання математики Українського державного університету імені Михайла Драгоманова.
55. **Матурін Юрій** – кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент Дрогобицького державного педагогічного університету імені Івана Франка.
56. **Матяш Ольга** – доктор педагогічних наук, професор, професор кафедри алгебри і методики навчання математики Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського.
57. **Махомета Тетяна** – кандидат педагогічних наук, доцент, декан факультету фізики, математики та інформатики Уманського державного педагогічного університету імені Павла Тичини.
58. **Медведєва Марія** – кандидат педагогічних наук, доцент, доцент кафедри вищої математики та методики навчання математики Уманського державного педагогічного університету імені Павла Тичини.
59. **Михайленко Любов** – доктор педагогічних наук, професор, професор кафедри алгебри і методики навчання математики Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського.
60. **Михайльо Людмила** – здобувачка вищої освіти магістерського рівня Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського.
61. **Музиченко Світлана** – кандидат педагогічних наук, доцент, доцент кафедри математики Національного університету «Чернігівський колегіум» імені Т. Г. Шевченка.
62. **Насадюк Тетяна** – кандидат педагогічних наук, вчителька математики Гімназії № 260 м. Києва.
63. **Нелін Євген** – кандидат педагогічних наук, професор, професор кафедри математики Харківського національного педагогічного університету імені Г. С. Сковороди.
64. **Никифорчин Ірина** – кандидат економічних наук, доцент, доцент Карпатського національного університету імені Василя Стефаника.
65. **Олешко Тетяна** – кандидат фізико-математичних наук, доцент, в. о. завідувача кафедри прикладної математики Національного університету «Київський авіаційний інститут».
66. **Павлова Наталія** – доктор наук, професор, професор Шуменського університету імені Костянтина Преславського (Шумен, Болгарія).
67. **Падалко Ніна** – кандидат педагогічних наук, доцент, доцент Волинського національного університету імені Лесі Українки.

68. **Папач Ольга** – кандидат педагогічних наук, доцент, доцент кафедри математики і методики її навчання Південноукраїнського національного педагогічного університету імені К. Д. Ушинського.
69. **Пахненко Валерія** – кандидат технічних наук, доцент, доцент Національного університету «Київський авіаційний інститут».
70. **Петров Мартін** – аспірант Шуменського університету імені єпископа Костянтина Преславського (Шумен, Болгарія).
71. **Полюхович Тетяна** – головний зберігач фондів Педагогічного музею України.
72. **Правіцка Наталія** – аспірантка кафедри методики навчання математики Українського державного університету імені Михайла Драгоманова.
73. **Працьовита Наталія** – викладачка математики Київського торговельно-економічного фахового коледжу Державного торгівельно-економічного університету України.
74. **Працьовитий Микола** – доктор фізико-математичних наук, професор, декан факультету математики, інформатики та фізики Українського державного університету імені Михайла Драгоманова.
75. **Ратушняк Софія** – доктор філософії, доцент кафедри вищої математики Українського державного університету імені Михайла Драгоманова.
76. **Рехер Анна** – аспірантка Білефельдського університету (Білефельд, Німеччина).
77. **Сердюк Зоя** – кандидат педагогічних наук, доцент, завідувач кафедри математики та методики навчання математики Черкаського національного університету імені Богдана Хмельницького.
78. **Скасків Ганна** – асистент кафедри інформатики та методики її навчання Тернопільського національного педагогічного університету імені Володимира Гнатюка.
79. **Скасків Лілія** – кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент Державного податкового університету.
80. **Скворцова Світлана** – доктор педагогічних наук, професор, професор Південноукраїнського національного педагогічного університету імені К. Д. Ушинського.
81. **Скоролітня Аліна** – доктор філософії, асистент кафедри алгебри та інформатики Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича.
82. **Смоловик Ліана** – кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри фізико-математичних наук Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу.
83. **Сніжко Наталія** – кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри математики Національного університету «Запорізька політехніка».
84. **Соколенко Лілія** – кандидат педагогічних наук, доцент, доцент кафедри математики Національного університету «Чернігівський колегіум».
85. **Сухойваненко Людмила** – кандидат педагогічних наук, старший викладач кафедри фізико-математичної освіти та інформатики Глухівського Національного педагогічного університету імені Олександра Довженка.
86. **Тарасенкова Ніна** – доктор педагогічних наук, професор, професор кафедри математики та методики навчання математики Черкаського національного університету імені Богдана Хмельницького.
87. **Терменжи Дар'я** – кандидат педагогічних наук, доцент кафедри вищої та прикладної математики Державного податкового університету.
88. **Тимків Іван** – кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри фізико-математичних наук Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу.
89. **Тихонова Вікторія** – викладач математики Фахового коледжу інженерії, управління та землевпорядкування Національного університету «Київський авіаційний інститут».

90. **Тінькова Дар`я** – доктор філософії, старший викладач кафедри автоматизації та комп`ютерно-інтегрованих технологій Черкаського національного університету імені Богдана Хмельницького.
91. **Тітова Любов** – доктор філософії, викладач кафедри інформатики і інформаційно-комунікаційних технологій Уманського державного педагогічного університету імені Павла Тичини.
92. **Томащук Олексій** – кандидат педагогічних наук, доцент, доцент кафедри прикладної математики Державного університету «Київський авіаційний інститут».
93. **Требенко Дмитро** – кандидат фізико-математичних наук, доцент, завідувач кафедри вищої математики Українського державного університету імені Михайла Драгоманова.
94. **Трунова Олена** – кандидат педагогічних наук, доцент, доцент Національного університету «Чернігівська політехніка».
95. **Тютюнник Діана** – асистент кафедри алгебри і методики навчання математики Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського.
96. **Тягай Ірина** – кандидат педагогічних наук, доцент, доцент кафедри вищої математики та методики навчання математики Уманського державного педагогічного університету імені Павла Тичини.
97. **Франчук Наталія** – кандидат педагогічних наук, доцент, доцент кафедри методики навчання математики Українського державного університету імені Михайла Драгоманова.
98. **Хутченко Іван** – аспірант кафедри алгебри і методики навчання математики Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського.
99. **Чашечникова Ольга** – доктор педагогічних наук, професор, завідувач кафедри математики, фізики та методик їх навчання Сумського державного педагогічного університету імені А. С. Макаренка.
100. **Черненко Ірина** – вчителька математики, заступниця директора з навчально-виховної роботи Черкаського ліцею Черкаської селищної ради Новомосковського району Дніпропетровської області.
101. **Чкана Ярослав** – кандидат педагогічних наук, доцент, доцент кафедри математики, фізики та методик їх навчання Сумського державного педагогічного університету імені А. С. Макаренка.
102. **Шишенко Інна** – доктор педагогічних наук, доцент, доцент кафедри математики, фізики та методик їх навчання Сумського державного педагогічного університету імені А. С. Макаренка.
103. **Школьний Олександр** – доктор педагогічних наук, професор, завідувач кафедри методики навчання математики Українського державного університету імені Михайла Драгоманова.
104. **Юрійчук Анастасія** – аспірантка кафедри комп'ютерної та програмної інженерії Українського державного університету імені Михайла Драгоманова,
105. **Ярова Оксана** – кандидат фізико-математичних наук, доцент, завідувач кафедри вищої та прикладної математики Державного податкового університету, заслужений працівник освіти України.
106. **Яценко Світлана** – кандидат педагогічних наук, доцент, доцент кафедри методики навчання математики Українського державного університету імені Михайла Драгоманова.

ЗМІСТ

Дарина Васильєва. Про шлях Бевз Григорія Петровича та Валентини Григорівни… 5

ДОПОВІДІ НА ПЛЕНАРНОМУ ЗАСІДАННІ КОНФЕРЕНЦІЇ……... 9

Іон Акірі. Математика в профільній школі……. 10

Léon Brings & Michael Kleine. Cut-Off Determination Of Screening Instruments For Mathematics Education……... 13

Alexander Karp. Textbooks: What Was Their Past And Will They Have Any Future?..... 16

Іван Ленчук. Про деякі підходи у виконанні рисунків до задач стереометрії…… 18

Світлана Скворцова. Формування ключових компетентностей та наскрізних умінь на уроках математики в 5-6 класах……... 21

Ніна Тарасенкова, Ірина Акуленко. Вхідні ситуації у підручнику з математики НУШ як елемент апарату організації засвоєння……. 24

Ольга Чашечникова. проблема розвитку просторового мислення учнів у сучасних реаліях…… 26

СЕКЦІЯ І. МАТЕМАТИЧНА ПІДГОТОВКА В ЗАКЛАДАХ ВИЩОЇ ТА ФАХОВОЇ ПЕРЕДВИЩОЇ ОСВІТИ. ФОРМУВАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ …… 29

Віталій Ачкан, Микола Кудінов. Окремі аспекти реалізації цілей сталого розвитку у процесі підготовки майбутніх учителів математики……... 30

Юрій Бохонов, Олег Лещинський. Пошук доступності розділу «Елементарний вступ в теорію еліптичних кривих та її застосування в еліптичній криптографії» вибіркової дисципліни «Елементи геометричної криптографії» для здобувачів освіти закладів фахової передвищої освіти, що навчаються за освітньою програмою «Кібербезпека та захист інформації»…….. 33

Тетяна Бохонова, Олексій Томащук. Роздуми щодо змісту розділу «Вступ в теорію скінченних геометрій» вибіркової дисципліни «елементи геометричної криптографії»…… 36

Оксана Витвицька. Використання цифрових освітніх засобів у формуванні цифрово-методичної компетентності……. 39

Дарія Возносименко. Підготовка майбутніх учителів математики до створення й використання цифрових освітніх ресурсів на уроках математики…….. 42

Тетяна Годованюк, Тетяна Махомета, Ірина Тягай. Культурна компетентність майбутнього вчителя математики як необхідна професійна якість……. 45

Inesa Hural, Liana Smolovyk. The Role Of Proof In Teaching Mathematics To Future Engineers……. 49

Ірина Дремова. Вибіркова дисципліна «Геометрія трикутника» як засіб професійної підготовки вчителя математики……... 51

Віталій Дубовик. Використання інформаційно-комунікаційних технологій під час проведення практичних занять з лінійної алгебри у процесі підготовки майбутніх учителів математики……. 55

Ірина Жовтоніжко, Олександр Дейнега. Підготовка майбутніх учителів математики та інформатики до професійної діяльності в умовах цифрової освіти на базі класичного університету……... 57

Ольга Задоріна, Тетяна Качан. Трансформація математичної підготовки: від методичних засад педагогічного університету до практичної реалізації у фаховій передвищій освіті…….. 59

Олена Карупу. Про специфіку викладання математичного аналізу англійською мовою майбутнім ІТ-фахівцям…… 62

Вадим Кірман. Про формування готовності вчителів математики навчати розв'язувати екстремальні задачі при виконанні дослідницьких проєктів…… 65

Ірина Никифорчин. Підготовка майбутніх вчителів математики до підвищення фінансової грамотності учнів……... 67

Микола Працьовитий, Наталія Правіцка, Софія Ратушняк. Група дилатацій площини, її підгрупи та інваріанти……. 69

Anna Reher. Evaluating A Teacher Training For Experimental Learning In Mathematics In A University-Based Student Lab……. 71

Зоя Сердюк. Формування готовності майбутніх учителів математики до адаптації навчальних завдань в умовах інклюзії……. 73

Лілія Соколенко. Міждисциплінарні зв'язки навчальних дисциплін «Геометрія» та «Методика навчання математики» та їх роль у навчанні здобувачів вищої освіти спеціальності А4 середня освіта (математика)……... 75

Іван Тимків. Оксана Витвицька, Математичне моделювання як засіб формування математичних компетентностей майбутніх учителів математики…… 78

Вікторія Тихонова, Валентина Гроза. Започаткування вибіркової дисципліни «Елементи геометричної криптографії» для здобувачів освіти закладів фахової передвищої освіти, що навчаються за освітньо-професійною програмою «Кібербезпека та захист інформації»……... 81

Любов Тітова. Гейміфікація як засіб розвитку математичного мислення майбутніх учителів…….. 84

Дмитро Требенко. Про введення поняття многочлена від кількох змінних в курсі «Алгебри і теорії чисел» університету…… 87

Ярослав Чкана. Про домашні завдання з математичного аналізу в епоху штучного інтелекту…… 89

Світлана Яценко. Формування математичних компетентностей майбутніх учителів математики в контексті підготовки до роботи в умовах інклюзивного навчання 92

СЕКЦІЯ ІІ. КОМПЕТЕНТНІСНИЙ ПІДХІД У НАВЧАННІ МАТЕМАТИКИ В ЗАКЛАДАХ ЗАГАЛЬНОЇ СЕРЕДНЬОЇ ОСВІТИ: ФУНДАМЕНТАЛЬНІСТЬ І ПРАКТИКООРІЄНТОВНІСТЬ……... 94

Ірина Богатирьова. Навчальні комікси як інструмент розвитку компетентностей учнів у новій українській школі……... 95

Ольга Бондаренко, Микола Працьовитий. Прогресії в елементарній математиці та шкільному курсі математики…… 97

Дарина Васильєва. Ідеї компетентнісного підходу в працях Бевз Григорія Петровича та Бевз Валентини Григорівни……. 99

Людмила Войтович. Трансдисциплінарний підхід у НУШ: математичне моделювання як ядро інженерно-технологічних проєктів (від фундаментальної теорії до практичного втілення)…….. 102

Олена Волянська. Сюжетні задачі з математики для формування ключових компетентностей учнів 5-6 класів в умовах НУШ…… 104

Ірина Гордієнко, Юрій Матурін. Непрямий вплив на учнів і його виховний характер у розвитку їх пізнавальних можливостей у процесі вивчення математики…. 107

Тетяна Думанська, Уляна Гудима. Формування математичної мовленнєвої компетентності учнів…… 110

Світлана Єфименко. Наближені обчислення у змісті сучасної математичної освіти: компетентнісний вимір……. 113

Віталій Забранський. Організаційні стратегії формування самостійної навчальної діяльності учнів у процесі навчання математики на рівні базової середньої освіти….. 116

Людмила Ізюмченко. Пошуки альтернативних способів розв'язання задач планіметрії……. 119

Зоя Кравченко. Контрприклади як засіб формування математичних понять…… 121

Михайло Кривошея. Дослідницька математична задача як дидактичний феномен…. 123

Ірина Лисенко, Наталія Працьовита. Теорема про дотичну і січну у геометрії загальноосвітньої школи…….. 125

Віктор Лисиця. Використання лінійних функцій для моделювання реальних ситуацій у шкільному курсі математики……. 128

Світлана Лук'янова, Тетяна Насадюк. Використання мультисенсорних завдань під час організації практико-орієнтованого навчання математики учнів та учениць з особливими освітніми потребами…… 131

Ольга Матяш. Диференціація навчання як умова підвищення якості математичної освіти та методичної підготовки вчителя…… 134

Любов Михайленко. Актуальність дидактичних ідей Г. П. Бевза в контексті вимог Нової української школи…….. 136

Людмила Михайльо. Вплив сімейного мікроклімату на математичну компетентність учнів з особливими освітніми потребами……. 139

Євген Нелін. Задачі з параметрами як засіб реалізації вимог стандартів базової і профільної середньої освіти в навчанні математики…….. 142

Nataliya Pavlova, Martin Petrov. Opportunities For Applying Informal Examples In Mathematics Education……... 144

Ольга Папач, Алевтина Азаренко. Сучасні інструменти розвитку просторових уявлень учнів 5-6 класів на геометричному матеріалі…… 147

Тетяна Полюхович. Григорій Бевз (1926–2021): урок триває (віртуальна виставка педагогічного музею україни до 100-річчя від дня народження українського педагога, математика-методиста)……. 150

Аліна Скоролітня. Компетентнісно-орієнтовані задачі на уроках математики……. 153

Олександр Школьний. Про вивчення геометричних перетворень у 9 класі НУШ……... 155

СЕКЦІЯ ІІІ. ІННОВАЦІЙНІ ТА КОМП'ЮТЕРНО-ОРІЄНТОВАНІ ТЕХНОЛОГІЇ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ В СУЧАСНИХ УМОВАХ: СТАН, ПРОБЛЕМИ, ПЕРСПЕКТИВИ ЗАСТОСУВАННЯ…… 157

Діана Андрейчук, Наталія Кульчицька. Візуалізація навчального матеріалу на платформі Canva (на прикладі вивчення теми «Координати та вектори»)…….. 158

Григорій Білянін, Ольга Біляніна. Проєктна діяльність на уроках математики 6 класу «Ти як? Або корисні звички ментального здоров'я»…… 161

Світлана Бондаренко. Використання штучного інтелекту для створення інтерактивних навчальних симуляцій та диференційованих дослідницьких завдань з математики……. 164

Юлія Ботузова. Використання цифрових інструментів у навчанні математики: методологічний потенціал SAMR моделі…… 167

Яна Гаєвець. Використання NotebookLM для модернізації навчально-методичного супроводу курсу «Методика навчання математики»……. 169

Тетяна Года. Екосистема цифрових інструментів для вивчення функцій…… 172
Олена Кривовяз, Ірина Черненко. Авторський освітній проєкт GeoGebra як засіб створення інтерактивного середовища на уроках геометрії у 7 класі…….. 175
Марія Медведєва. Штучний інтелект як засіб підтримки STEAM-навчання математики у професійній підготовці майбутніх учителів…… 177
Світлана Музиченко. Активізація студентів на дистанційних заняттях з математичних дисциплін…….. 180
Тетяна Олешко, Валерія Пахненко. Про деякі особливості використання цифрових інструментів у процесі викладання математичних дисциплін в сучасних умовах…….. 183
Ніна Падалко. Професійна підготовка майбутніх вчителів математики з використання інформаційно-комунікаційних технологій……. 186
Ганна Скасків. Використання цифрових технологій у формуванні професійних компетентностей майбутніх учителів математики……. 188
Наталія Сніжко. Білінгвальне навчання математики в технічному університеті: когнітивний потенціал інтегрованого підходу……... 190
Людмила Сухойваненко, Наталія Кугай. Потенціал генеративних моделей штучного інтелекту для створення навчальних симуляцій у курсі «Методика навчання математики»…….. 193
Дар'я Терменжи, Оксана Ярова, Лілія Скасків. Організація роботи математичного гуртка засобами соціальних медіа: досвід та перспективи…… 196
Олена Трунова, Світлана Казнадій. Формування стохастичної компетентності майбутніх ІТ-фахівців засобами генеративного штучного інтелекту…….. 199
Наталія Франчук. Інтеграція інструментів штучного інтелекту в навчання математики: дидактичний потенціал та ризики застосування…….. 202
Інна Шишенко. Архітектура математичної освіти для студентів-нематематиків: міжнародний досвід…….. 205
Анастасія Юрійчук. Семантичне представлення математичних записів у цифрових навчальних ресурсах як передумова їх доступності…….. 207
СЕКЦІЯ IV. ОЦІНЮВАННЯ НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ З МАТЕМАТИКИ УЧНІВ ТА СТУДЕНТІВ: СТАН, ПРОБЛЕМИ, ПЕРСПЕКТИВИ ЗАСТОСУВАННЯ…….. 209
Дмитро Бобилєв. Аналітико-орієнтоване оцінювання математичних досягнень здобувачів вищої освіти…… 210
Léon Brings. Cut-off Determination Of Screening Instruments For Mathematics Education…… 213
Аліна Воєвода. Система оцінювання навчальних досягнень учнів з математики в закладах середньої освіти в Ізраїлі……... 216
Дар'я Тінькова. Критерії та показники сформованості результатів навчання з дискретної математики у професійній підготовці майбутніх учителів інформатики…. 219
Діана Тютюнник. Комп'ютерне адаптивне тестування (CAT) як інструмент моніторингу математичних компетентностей…… 222
Іван Хутченко. Психолого-педагогічний потенціал формувального оцінювання у розвитку математичної компетентності…….. 225
Розгорнутий алфавітний покажчик…… 228

Тези доповідей
VII Міжнародної наукової конференції
«Актуальні проблеми теорії та методики навчання математики:
до 100-річчя з дня народження Григорія Бевза»
26-27 лютого 2026 р.
Київ, Україна

Редакційний комітет

Олександр Школьний – доктор педагогічних наук, професор, завідувач кафедри методики навчання математики УДУ імені Михайла Драгоманова**.**
Василь Швець – кандидат педагогічних наук, професор, професор кафедри методики навчання математики УДУ імені Михайла Драгоманова.
Віталій Забранський – кандидат педагогічних наук, доцент, доцент кафедри методики навчання математики УДУ імені Михайла Драгоманова.
Світлана Яценко – кандидат педагогічних наук, доцент, доцент кафедри методики навчання математики УДУ імені Михайла Драгоманова.

Макетування і верстка **Ірини Соколовської**.

Редакційний комітет здійснює рецензування надісланих матеріалів,
але не завжди поділяє погляди їх авторів.
Автори опублікованих матеріалів несуть повну відповідальність за добір, точність наведених фактів, цитат, статистичних даних, власних імен та інших відомостей, а також за стилістичну та мовну грамотність поданих матеріалів.
Матеріали друкуються мовою оригіналу.



Підписано до друку 24.03.2026 р. Формат 60x84/16.
Папір офсетний. Гарнітура Times.
Умов.друк.арк. 13,83. Облік.видав.арк. 22,08
Зам. № 010
Віддруковано з оригіналів.

Видавництво Українського державного університету
імені Михайла Драгоманова.
01601, м. Київ-30, вул. Пирогова, 9
Свідоцтво про реєстрацію ДК 7896 від 25.07.2023.
(044) 239-30-26.