DOI 10.31392/UDU-nc.series2.2025.24(31).15
УДК 373.5.016:514:004.9

Правіцка Наталія Сергіївна
[1]аспірантка кафедри методики навчання математики
Українського державного університету імені Михайла Драгоманова, м. Київ, Україна;
[2]асистент кафедри алгебри та інформатики
Чернівецького національного університету імені Ю. Федьковича, м. Чернівці, Україна
ORCID ID 0009-0004-7651-9105
n.pravitska@chnu.edu.ua

КОМП'ЮТЕРНА ПІДТРИМКА ШКІЛЬНОГО КУРСУ ГЕОМЕТРІЇ ПІД ЧАС ВИВЧЕННЯ ТЕМИ ГЕОМЕТРИЧНІ ПЕРЕТВОРЕННЯ

Анотація. Геометричні перетворення площини відіграють фундаментальну роль в архітектурі геометрії. Вони лежать в основі методу геометричних перетворень – методу розв'язування задач і дослідження геометричних об'єктів. У ШКМ традиційно вивчаються рухи та перетворення подібності. Серед рухів найбільше уваги приділяється симетрії відносно точки і прямої та паралельному перенесенню. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання математики суттєво розширюють можливості використання суто наукових математичних фактів і дають змогу спростовувати хибні алгоритми (методи) розв'язування задач. У сучасному освітньому середовищі інноваційні технології стають ключовими компонентами ефективного навчання. Особливо важливо враховувати це в контексті вивчення геометрії, де візуалізація та динамічність можуть суттєво збагатити освітній процес. Використання різних програмних засобів на уроках, зокрема під час вивчення геометричних перетворень або методу геометричних перетворень, дозволяють кількісно збагатити задачний матеріал, що сприяє кращому рівню розуміння геометрії. Вивчаючи у ШКГ тему «Задачі на побудову», вважаємо доцільним застосування різних програмних засобів Desmos, Wolfram Alpha, Maple, зокрема GeoGebra, для демонстрації точних креслень, перевірки коректності і правильності побудов, зокрема образу та прообразу точок при перетворенні простору. Дана робота стосується методики вивчення геометричних перетворень площини учнями загальноосвітніх шкіл та їх застосувань до розв'язування задач. Вона присвячена засобам комп'ютерної підтримки освітнього процесу, доцільності використання педагогічних програмних засобів на уроках геометрії. У роботі розглядаються геометричні задачі на побудову та дослідження, які розв'язуються методом геометричних перетворень площини з ефективним використанням програмного засобу GeoGebra, проводиться детальний аналіз цього педагогічно-інформаційного засобу і наводиться аргументація доцільності використання.

Ключові слова: педагогічні програмні засоби навчання, задачі на побудову, геометричні перетворення площини, метод геометричних перетворень, GeoGebra.

Постановка проблеми. Сучасна система освіти стикається з численними викликами, одним з яких є необхідність підвищення якості навчання точних наук, зокрема, геометрії. Традиційні методи навчання часто не забезпечують достатнього рівня розуміння складних геометричних концепцій, що негативно впливає на успішність учнів та їхню мотивацію до вивчення математики. Особливо це стосується теми "Геометричні перетворення", яка вимагає не лише теоретичного засвоєння, але й розвитку просторового мислення та вміння застосовувати знання на практиці.

Впровадження інноваційних підходів до навчання геометрії може стати ефективним розв'язуванням цієї проблеми. Використання сучасних технологій та інтерактивних інструментів дозволяє створити більш динамічне та захоплююче освітнє середовище, використання якого сприяє кращому розумінню та засвоєнню матеріалу. Одним із найефективніших педагогічним програмним засобом, що використовується у цьому контексті, є GeoGebra [17]. GeoGebra – це потужний інструмент, що поєднує в собі геометрію, алгебру, таблиці, графіки, статистику та математичні обчислення в єдиному простому для використання інтерфейсі.

Однак, незважаючи на значний потенціал таких інноваційних інструментів, їх впровадження в освітній процес стикається з низкою перешкод, серед яких недостатнє технічне забезпечення шкіл, брак методичних рекомендацій та підготовлених педагогів. Необхідність навчання вчителів використанню програмного забезпечення, а також

розроблення навчальних програм і матеріалів, що впроваджують GeoGebra, є важливими аспектами математичної освіти, які потребують уваги.

Таким чином, постає необхідність детального дослідження ефективності використання GeoGebra у навчанні геометрії, зокрема, в процесі вивчення теми "Геометричні перетворення", а також розроблення рекомендацій щодо інтеграції цього інструменту у шкільну програму. Реалізація запропонованих підходів сприятиме підвищенню якості освіти, розвитку просторового мислення учнів та їхньої здатності застосовувати математичні знання у реальних життєвих ситуаціях.

Об'єктом дослідження є процес навчання геометрії у школі, зокрема, тема "Геометричні перетворення".

Предметом дослідження є вплив використання педагогічно програмного засобу GeoGebra на якість засвоєння учнями теми "Геометричні перетворення" у шкільному курсі геометрії.

Метою даної статті є виявлення ефективності впровадження програмного засобу GeoGebra у освітній процес при вивченні геометричних перетворень, а також розроблення методичних рекомендацій для інтеграції цього інструменту у шкільну програму з метою покращення розуміння матеріалу, розвитку просторового мислення учнів та підвищення їхньої мотивації до вивчення математики.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Тема використання педагогічних програмних засобів, таких як GeoGebra, у навчанні геометрії активно досліджується багатьма науковцями у галузі педагогіки та математики. Деякі з відомих учених і дослідників, які зробили значний внесок у цю сферу, представили праці, присвячені залученню програмних засобів на уроках математики, опису міжпредметних зв'язків та обґрунтуванню доцільності використання засобів ІКТ. У цьому аспекті варто згадати роботи [1], [2], [3], [4], [5], [6].

Серед зарубіжних дослідників важливий внесок зробили M. Hohenwarter і K. Jones, які розглядали можливості інтеграції геометрії та алгебри засобами GeoGebra, а також потенціал цього програмного середовища для розвитку математичних компетентностей учнів [7].

Мета написання статті. Висвітлити роль і місце педагогічних програмних засобів на прикладі GeoGebra на уроках геометрії під час вивчення теми «Задачі на побудову».

Подання основного матеріалу дослідження. На сьогоднішній день розроблено велику кількість педагогічних програмних засобів навчання, використання яких дозволяє за допомогою комп'ютера розв'язувати різноманітні математичні задачі різних рівнів складності. Серед таких засобів можна відзначити GeoGebra (Австрія), Cabri Geometry (Франція) [18], Cinderella (Німеччина) [19] та The Geometer's Sketchpad (США) [20], які широко застосовуються у світі для візуалізації геометричних понять, моделювання властивостей фігур і дослідження взаємозв'язків між ними. А також український програмний продукт GRAN, цей комплекс включає програми GRAN1, GRAN-2D, GRAN-3D, які широко використовуються у освітньому процесі для побудови графіків, візуалізації просторових об'єктів і дослідження властивостей геометричних фігур. Ці програмні продукти сприяють розвитку просторового мислення, формуванню навичок аналізу та експериментального підходу до розв'язування задач. Найбільш поширеним педагогічним програмним засобом навчання є GeoGebra під час вивчення теми «Геометричні перетворення». Такий програмний засіб є ефективним інструментом для вивчення математики, зокрема, геометрії. GeoGebra забезпечує інтерактивне та наочне вивчення геометричних перетворень, що дає змогу здобувачам освіти краще зрозуміти й засвоїти навчальний матеріал.

Основні характеристики ППЗН GeoGebra

Інтерактивність: За допомогою програмного засобу GeoGebra користувачі можуть взаємодіяти з геометричними об'єктами та змінювати їх у реальному часі. Завдяки можливості активної взаємодії користувачі можуть наочно бачити результати своїх дій, що сприяє кращому розумінню геометричних перетворень та інших математичних концепцій. Ця взаємодія робить навчання динамічним і захоплюючим, дозволяючи досліджувати та експериментувати з математичними об'єктами, що значно полегшує процес засвоєння

матеріалу.

Універсальність: Програмне забезпечення охоплює широкий спектр математичних тем, включаючи геометрію, алгебру, тригонометрію, статистику та обчислення. Це дозволяє використовувати його на різних рівнях освіти – від початкової школи до університету.

Зручний інтерфейс: GeoGebra має інтуїтивно зрозумілий інтерфейс, який робить його доступним для користувачів з будь-яким рівнем підготовки. Інструменти та функції організовані таким чином, що їх легко знайти і використовувати, забезпечуючи зручний та ефективний процес роботи.

Динамічне моделювання: Програмний засіб надає можливість створювати динамічні моделі математичних об'єктів, які можна анімувати та змінювати. Це особливо корисно для вивчення складних концепцій, таких як перетворення геометричних фігур. Можливість візуалізації та взаємодії з цими об’єктами в реальному часі сприяє глибшому розумінню теоретичних аспектів та їх практичного застосування, що робить освітній процес більш інтерактивним і захоплюючим.

Підтримка різних платформ: GeoGebra доступна на різних платформах, включаючи Windows, MacOS, Linux, а також мобільні платформи iOS та Android. Це забезпечує доступність програми для широкого кола користувачів.

Спільнота та обмін ресурсами: GeoGebra має велику спільноту користувачів, які створюють та діляться навчальними матеріалами, інтерактивними завданнями та іншими ресурсами. GeoGebra надає доступ до численних готових до використання ресурсів, які можна застосовувати у навчанні.

Безкоштовність: GeoGebra є безкоштовним програмним забезпеченням з відкритим вихідним кодом, що робить його доступним для освітніх установ незалежно від їх фінансових можливостей.

Інтеграція з іншими технологіями: GeoGebra легко інтегрується з іншими освітніми технологіями та ресурсами, такими як мультимедійні дошки, електронні підручники, онлайн-платформи для навчання, а також з системами управління навчанням (LMS) і віртуальними класами. Це робить його універсальним інструментом для сучасного освітнього процесу, сприяючи створенню інтерактивних та персоналізованих уроків. Використання різних форматів навчання, таких як відеоуроки та інтерактивні завдання, дозволяє підвищити зацікавленість учнів та сприяє глибшому засвоєнню матеріалу.

Програмний засіб GeoGebra має широкі можливості використання, розглянемо це в аспекті розв’язування задач на побудову методом геометричних перетворень.

Задачі на побудову з допомогою обмеженого набору інструментів (циркуля, лінійки тощо) відіграють надзвичайно важливу роль у формуванні в учнів:

- *просторового уявлення* (оскільки робота з лініями, прямими та їх взаємним розміщенням сприяє інтуїтивному сприйнятті, в першу чергу, аксіом та основних фактів геометрії, що з них слідують. Водночас робота над такими задачами може допомагати учням у сприйнятті і аналізі рисунка задачі, як моделі взаємозв’язку об’єктів реального світу);
- *алгоритмічного та критичного мислення* (оскільки задачі на побудову це, в першу чергу, задачі на складання алгоритму використання основних шкільних побудов для досягнення кінцевого результату. Водночас різноманіття задач на побудову розширює уявлення учнів про різні випадки взаємного розташування об’єктів геометрії, демонструє наявність різної кількості розв’язків та розв’язування задачі);
- *цілісного уявлення про математику як науку* (як і будь-яка інша складова математичної теорії, що відкриває нові грані науки) [8], [9], [10].

Метод геометричних перетворень яскраво проявляється при розв’язанні ряду задач на побудову, він дозволяє демонструвати властивості конгруентності, подібності різних геометричних об’єктів або їх складових. На основі інваріантних (незмінних) властивостей фігур в образів та прообразів ґрунтується метод геометричних перетворень у задачах на побудову [11], [12], [13], [14], [15], [16].

Використання засобів програмного забезпечення під час вивчення теми «Задачі на побудову» має позитивний вплив:

1) як спосіб демонстрації точних (коректних і правильних) рисунків – дана демонстрація має сенс: як зразок (на приклад на дошці), у випадку, коли учні власноруч здійснюють побудови в зошиті; як ілюстрація побудови на уроці в дистанційній формі навчання;
2) як спосіб демонстрації збереження властивостей фігур під час геометричних перетвореннях;
3) як спосіб перевірки гіпотез побудови (знаходження точок, перпендикулярів, рівних кутів). За допомогою програмного засобу GeoGebra можна перевірити правильність знайденого розв'язку: належність точки прямій, рівності кутів, перпендикулярності прямих, симетричності фігур тощо).

З урахування усіх моментів доцільне і виважене використання програмних засобів, таких як GeoGebra, на уроках математики в процесі вивчення теми «Задачі на побудову» дозволяє учням краще розуміти теоретичний матеріал, швидше засвоювати принципи методу геометричних перетворень тощо.

В якості демонстрації міркувань та висновків наведемо деякі приклади. Застосуємо педагогічно програмний засіб GeoGebra під час розв'язування конкретних задач.

Задача 1. *Побудувати ромб із центром у даній точці O і трьома вершинами на трьох даних колах.*

Розв'язування. Аналіз. Нехай ромб $ABCD$ побудовано так, що його вершини A, B, C лежать по одній на трьох даних колах і його діагоналі перетинаються в даній точці O.

Оскільки вершини A і C взаємно семетричні відносно точки O, то точку A знайдемо як точку перетину кола K_1 із колом $K_2{}'$, семетричним колу K_2 відносно точки O.

У ромба діагоналі симетричні відносно точки O – точки перетину діагоналей AC і BD, тому дві інші протилежні вершини ромба лежатимуть на серединному перпендикулярі до відрізка AC. Отже, точку B знайдемо як точку перетину кола K_3 з перпендикуляром l_1 до AC, що проходить через точку O. Точка D утворюється, як симетрична до точки B відносно точки O.

Побудова (рис. 1).

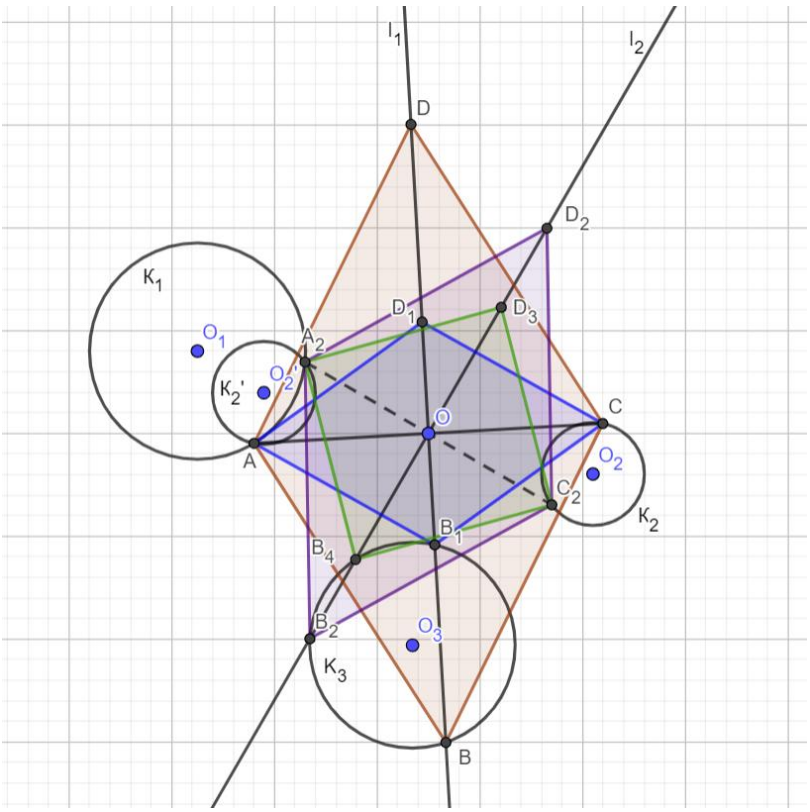


Рис. 1. Побудова ромба із центром точці O і трьома вершинами на трьох колах.

Будуємо:

1. Довільну точку O.
2. Коло K_2 довільного радіуса.
3. Коло K_2', симетричне до кола K_2 відносно точки O.
4. Коло K_1 довільного радіуса.
5. Точки A і A_2 – точки перетину кіл K_1 та K_2'.
6. Точку C – симетричну до точки A відносно точки O.
7. Відрізок AC.
8. Через точку O проводимо пряму l_1, перпендикулярну до AC.
9. Коло K_3 довільного радіуса.
10. Точки B та B_1– точки перетину перпендикуляра l_1 з колом K_3.
11. Точку D – симетричну до точки B відносно точки O.
12. $ABCD$ – шуканий ромб.

Доведення. Правильність побудови обґрунтовано в аналізі.

Дослідження. Число розв'язків залежить від кількості точок перетину кіл K_1 і K_2', та кола K_3 з прямою l_1 – серединним перпендикуляром до відрізка AC. На рисунку 1 можна побачити чотири ромби, які задовольняють умови задачі.

Задача 2. *На заданій прямій KM знайти вершину X кутів, одна сторона яких лежить на цій прямій, а інша з'єднує X з заданими точками A і B відповідно, таку що один з кутів в двічі більший за інший.*

Розв'язування. Аналіз. Нехай точка X побудована і $\angle KXB = 2\angle MXA$. Тоді кут $\angle A'XM = \angle AXM$, де A' – це точка, що є образом точки A під дією осьової симетрії відносно прямої KM, тобто $\angle KXB = 2\angle A'XM$. Продовжимо сторону BX. На продовжені цієї сторони отримаємо пар вертикальних кутів $\angle KXB = \angle MXC$. Оскільки кут $\angle MXC = \angle MXA' + \angle A'XC$ і $\angle MXA' = \frac{1}{2}\angle KXB$, то $\angle MXA' = \angle A'XC$, а тому XA' – є бісектрисою кута $\angle MXC$, тобто C – є точкою дотику прямої BX і кола з центром в точці A' радіусом $\frac{AA'}{2}$. Таким чином, точка X є точкою перетину дотичної, проведеної з точки B до кола з центром в точці симетричній точці A і радіусом $\frac{AA'}{2}$.

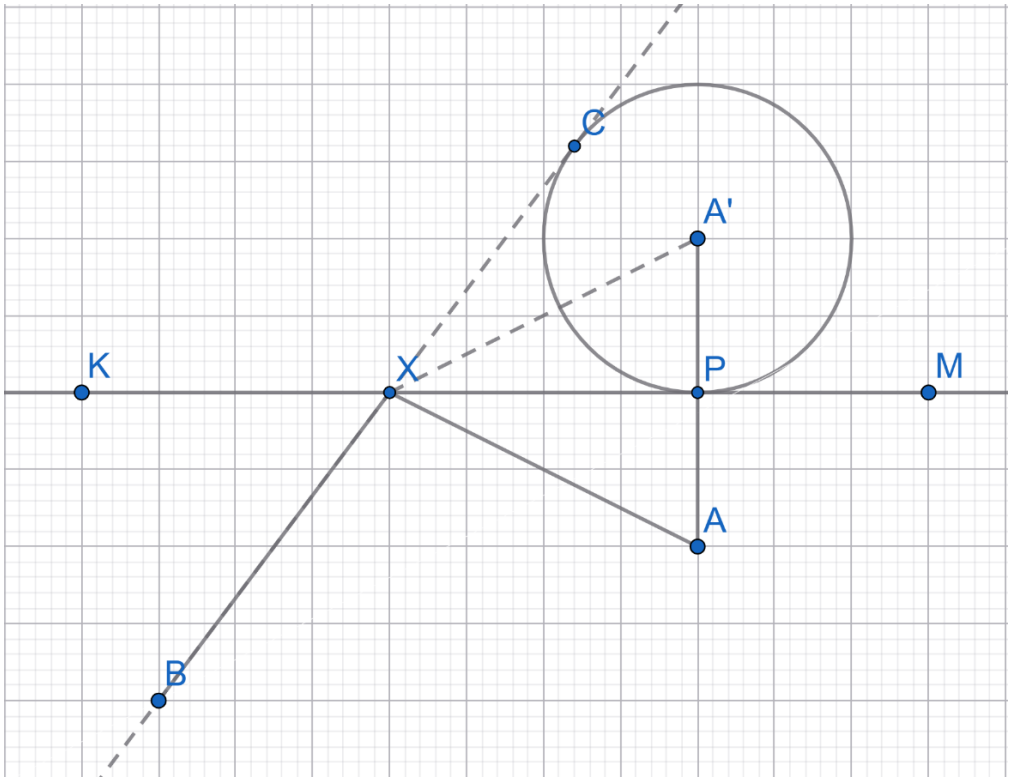


Рис. 2. Знаходження вершини X кутів на заданій прямій KM

Побудова (рис. 2).

Будуємо:

1. Точку симетричну точці A відносно прямої MK;
2. Точку перетину $AA' \cap MK = P$;
3. Коло ω з центром в точці A' і радіусом $A'P$;
4. Дотичну g з точки B до кола ω;
5. Точку перетину $g \cap MK = X$.

Доведення. Правильність побудови обґрунтовано в аналізі.

Дослідження. Задача має чотири розв'язки не залежно від того як розташовані точки A і B на площині. Якщо точки не лежать на прямій MK, то завжди в точки A або B можна провести дотичні. Якщо точки A і B знаходяться по різні сторони прямої MK, побудова шукаю точки здійснюється відштовхуючись від точки A (або B) вже як симетричної.

Задача 3. *На прямій l знайти таку точку X, що пряма, перпендикулярна до l в точці x буде бісектрисою кута, утвореного між двома дотичними, проведеними з точки X до двох заданих кіл (центри яких O_1 і O_2).*

Розв'язування. Аналіз. Нехай побудова здійснена і точка X знайдена. Тоді дотичні XA_1 і XA_2 до кіл ω_1 і ω_2 утворюють кут A_1XA_2, для якого пряма XL бісектриса, тобто $\angle A_1XL = \angle A_2XL$. З рівності даних кутів і умови перпендикулярності прямих $l \perp XL$ слідує, що $\angle MXA_1 = \angle NXA_2$. Знайдемо образ кола ω_2 під дією осьової симетрії відносно прямої l. Отримаємо коло $\omega_2{}'$ з центром в точці O_2'. Згідно з властивостей осьової симетрії дотична XA_2 перейде в дотичну XA_2'. Звідки слідує, що $\angle NXA_2' = \angle NXA_2$, а тому $\angle NXA_2' = \angle MXA_1$. Отже, можемо зробити висновок, що точки A_2', X, A_1 лежать на одній прямій A_1X, що є спільною дотичною до кіл ω_1 і ω_2'. Таким чином, приходимо до висновку, що шукана точка X є точкою перетину прямої l зі спільною дотичною до одного з кіл і симетричного іншому.

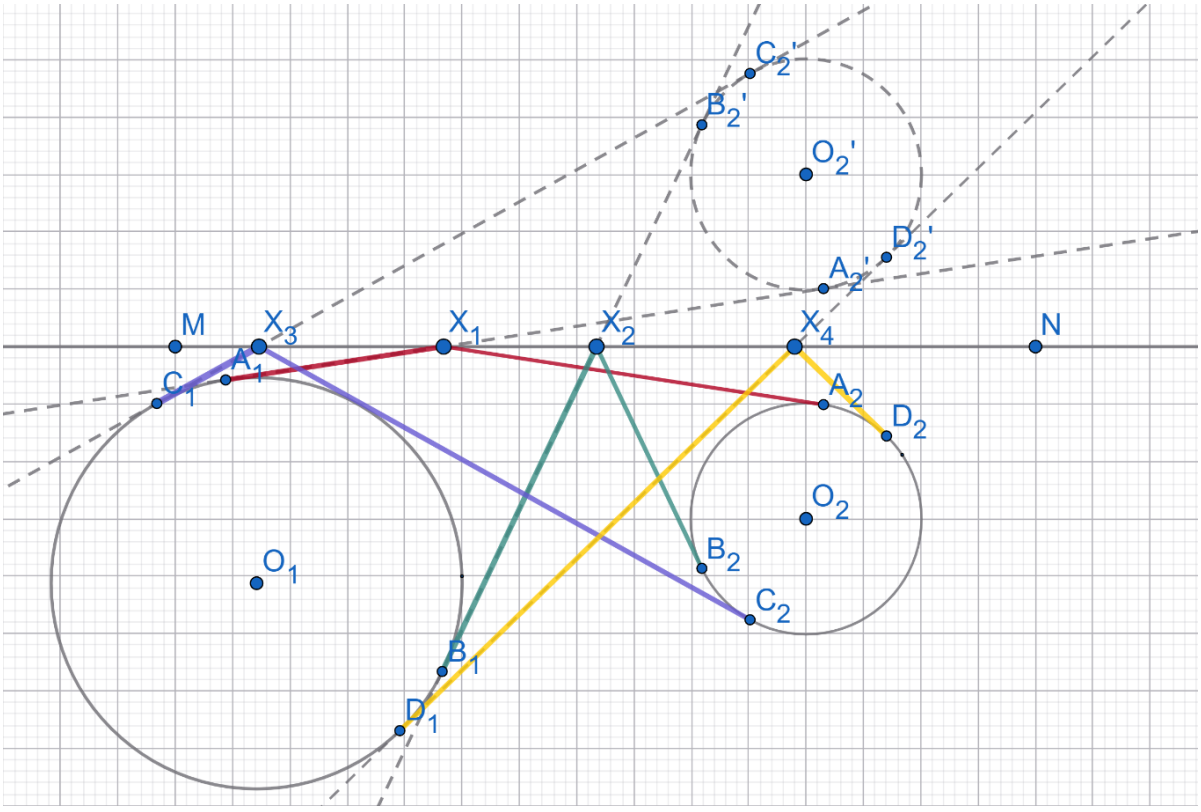


Рис. 3. Знаходження точку X на прямій l

Побудова (рис. 3).

Будуємо:

1. Точку симетричну точці O_2' відносно прямої MN;

2. Коло, симетричне колу ω_2;
3. Будуємо спільну дотичну A_1A_2' до кіл ω_1 і ω_2';
4. Точку перетину $A_1A_2' \cap MN = X$.

Доведення. Правильність побудови обґрунтовано в аналізі.

Дослідження. Задача має чотири розв'язки, оскільки для двох кіл можна провести 4 спільні дотичні, відповідно матимемо чотири точки: $X_1, X_2,\ X_3,\ X_4$.

Задача 4. *Для заданого кута і точок A і B, що належить кутові, знайти найкоротший шлях з точки A в точку B, такий що проходив би через сторони кута.*

Розв'язування. Аналіз. Задача побудови шляху рівносильна задачі знаходження точок X та Y на сторонах кута, таких, що сума довжин

$$AX + XY + YB$$

була б мінімальна. Нехай дані точки знайдено. Такими точками є точки перетину прямої $A'B'$ зі сторонами кута, де A' – точка симетрична точці A відносно сторони кута, до якої вона розташована ближче, а B' – точка симетрична точці B відносно сторони кута, до якої вона розташована ближче. Якщо у випадку, коли одна з двох точок або обидві одночасно знаходяться на бісектрисі кута, то A' і B' – точки симетричні A і B відносно різних сторін кута.

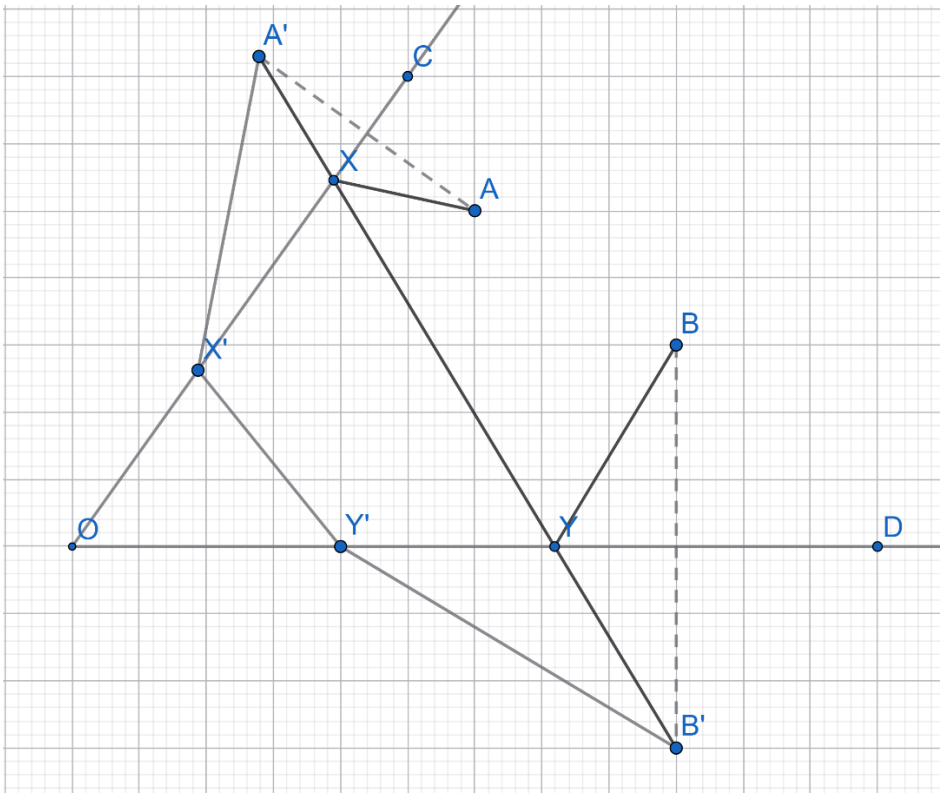


Рис. 4. Знаходження найкоротшого шляху з точки A в точку B

Побудова (рис.4).

Будуємо (нехай задано кут $\angle COD$):

1. Точку A' симетричну точці A відносно прямої CO;
2. Точку B' симетричну точці B відносно прямої DO;
3. Точку перетину $A'B' \cap CO = X$, $A'B' \cap DO = Y$;
4. Ламана $AXYB$ – шукана.

Доведення. Доведемо, що так знайдені точки є справді такими, що сума $AX + XY + YB$ мінімальна. Нехай існують інші точки X' та Y' такі, що

$$AX' + X'Y' + Y'B < AX + XY + YB.$$

Тоді згідно з побудови A' і B' маємо

$$AX + XY + YB = A'X + XY + YB' = A'B' < A'X' + X'Y' + Y'B' = AX' + X'Y' + Y'B.$$

Отже, лише точки X та Y є шуканими.

Дослідження. Якщо точки A і B не лежать одночасно на бісектрисі кута COD, то задача має єдиний розв'язок. Якщо ж точки лежать на бісектрисі, то можна побудувати дві пари таких точок, що сума відстаней буде сталою та водночас найменшою.

Висновки. Використання інструментів GeoGebra для розв'язування задач на побудову методом геометричних перетворень дозволяє учням спостерігати за змінами в реальному часі та експериментувати з різними конструкціями, а це допомагає глибше зрозуміти метод розв'язування та відчувати взаємозалежності між різними об'єктами геометрії.

Під час роботи з GeoGebra учні активно використовують властивості симетрії, перпендикулярів та точок перетину, що робить процес навчання більш структурованим і ефективним.

Методика використання GeoGebra у шкільному навчанні спрямована на активне використання властивостей геометричних фігур та їх перетворень. Учні здійснюють інтерактивну побудову геометричних об'єктів, вивчають їх властивості через експериментування та аналізують результати за допомогою візуалізації. Цей підхід сприяє глибшому розумінню математики, зокрема, геометрії і підвищує мотивацію учнів до вивчення.

Перспективи подальших досліджень полягають у комплексному підході до впровадження GeoGebra у освітній процес: від методичних розробок і цифрових моделей до інтеграції з онлайн-платформами (Moodle, Google Classroom), що сприятиме формуванню сучасного цифрового освітнього середовища.

Список використаних джерел:

[1]. Корольський В.В., Крамаренко Т.Г., Семеріков С.О., Шокалюк С.В. Інноваційні інформаційно-комунікаційні технології навчання математики. За ред. М.І. Жалдака. Кривий Ріг: Книжкове видавництво Кирєєвського, 2009. 324 с.

[2]. Вінниченко Є.Ф., Костюченко А.О. Деякі особливості геометричних перетворень в програмі GRAN-2D. *Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова. Серія № 2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання*, № 5 (12). 2007. С. 114-120.

[3]. Жалдак М.І., Лапінський В.В., Шут М.І. Комп'ютерно-орієнтовані засоби навчання математики, фізики, інформатики: [посібник для вчителів]. Київ: Дініт, 2004. 110 с.

[4]. Жалдак М. І., Вітюк О.В. Комп'ютер на уроках геометрії: посібник [для вчителів]. Київ: Дініт, 2003. 168 с.

[5]. Раков С.А., Горох В.П., Осенков К. О. Відкриття геометрії через комп'ютерні експерименти в пакеті DG: посіб. Харків: Вікторія. 2002. 136 с.

[6]. Тютюн Л.А. Використання вільного програмного забезпечення у процесі викладання математичних дисциплін. *Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання в підготовці фахівців*: *методологія, теорія, досвід, проблеми*. Вінниця, 2010. № 26 С.529-533.

[7]. Hohenwarter M., Jones K. Ways of linking geometry and algebra: the case of GeoGebra. Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics. University of Northampton, UK. 2007. №3(27).

[8]. Працьовитий М.В. Геометричні перетворення. Теоретико-груповий погляд на геометрію. Київ: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2007. 18 с.

[9]. Працьовитий М.В. Геометричні перетворення. Рухи площини. Київ: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2007. 44 с.

[10]. Працьовитий М.В. Перетворення подібності площини з елементами теорії фракталів. Київ: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2013. 52 с.

[11]. Бевз Г.П. Методика викладання математики. Київ: Вища школа, 1977. 376 с.

[12]. Бевз Г.П., Конфорович А.Г., Резніченко З.О., Ченакал Є.О. Математика: посібник для факультативних занять у 7 кл. Київ: Рад. школа, 1982. 152 с.

[13]. Боровик В.Н., Зайченко І.В., Мурач М.М., Яковець В.П. Геометричні перетворення площини: навчальний посібник. Суми: Університет. книга, 2003. 504 с.

[14]. Кушнір І.А. Методи розв'язування задач з геометрії. Київ: Абрис, 1994. 464 с.

[15]. Ленчук І. Г. Метод перетворень: паралельне перенесення. Математика у рідній школі. 2016, №3 (174). С. 37-42.

[16]. Мороз М.П. Перетворення площини, що зберігають належність точок колу. Математика у рідній школі. 2016, №3 (174). С. 43-47.

[17]. GeoGebra. URL: https://www.geogebra.org

[18]. Cabri Geometry. URL: https://www.cabri.com

[19]. Cinderella. URL: https://cinderella.de

[20]. The Geometer's Sketchpad. URL: https://www.dynamicgeometry.com

COMPUTER AIDED TEACHING OF THE SCHOOL GEOMETRY COURSE IN THE STUDY OF GEOMETRIC TRANSFORMATIONS

Natalia Pravitska

Annotation. Geometric plane transformations play a fundamental role in geometric architecture. They serve as the basis of the method of geometric transformations, a method of solving mathematical problems and studying geometric objects. The school mathematics program traditionally teaches motions and similarity transformations. Among the motions, the most attention is paid to a point and a line symmetry, and parallel transformation. Computer-based mathematics teaching systems significantly expand the possibilities of using purely scientific mathematical facts and allow refuting false algorithms (methods) for solving problems. In the modern educational environment, innovative technologies are becoming key components of effective learning. It is especially important to consider this in the context of learning geometry, where visualization and dynamism can significantly enrich the educational process. The use of various software tools in the classroom, in particular when studying geometric transformations or the method of geometric transformations, allows you to quantitatively enrich the task material, which contributes to a better understanding of geometry. When studying the topic Geometric Constructions in a school geometry course, we consider it expedient to use various software tools, such as Desmos, Wolfram Alpha, Maple, in particular GeoGebra, to demonstrate accurate drawings and check the correctness of constructions, in particular the shape and prototype of points in the transformation of space. This paper deals with the methodology of studying geometric transformations of the plane by pupils of secondary schools and their application to solving mathematical problems. It is devoted to the means of computer support of the educational process, the expediency of using pedagogical software tools in geometry lessons. The paper considers geometric problems for construction and research, which are solved by the method of geometric transformations of the plane with the effective use of the GeoGebra software, provides a detailed analysis of this pedagogical and information tool, and gives arguments for the expediency of its use.

Keywords: pedagogical software teaching tools, geometric constructions, geometric transformations of the plane, method of geometric transformations, GeoGebra.

References (translated and transliterated)

[1] Korolskyi V.V., Kramarenko T.G., Semerikov S.O., Shokalyuk S.V. Innovative information and communication technologies for teaching mathematics. Edited by M.I. Zhaldak. Kryvyi Rih: Knyzhkove vydavnytstvo Kyrieievskoho, 2009. 324 p. (in Ukrainian)

[2] Vinnychenko E.F., Kostyuchenko A.O. Some features of geometric transformations in the GRAN-2D program. Scientific journal of the Dragomanov NPU. Series No. 2. Computer-oriented learning systems, No. 5 (12). 2007. Pp. 114−120. (in Ukrainian)

[3] Zhaldak M.I., Lapinsky V.V., Shut M.I. Computer-oriented teaching aids for mathematics, physics, and computer science: [teachers' manual]. Kyiv: Dinit, 2004. 110 p. (in Ukrainian)

[4] Zhaldak M. I., Vityuk O. V. Computer in geometry lessons: a manual [for teachers]. Kyiv: Dinit, 2003. 168 p. (in Ukrainian)

[5] Rakov S.A., Gorokh V.P., Osenkov K. O. Discovery of geometry through computer experiments in the DG package: manual. Kharkiv: Victoria. 2002. 136 p. (in Ukrainian)

[6] Tyutyun L.A. The use of free software in the process of teaching mathematical disciplines. Modern information technologies and innovative teaching methods in the training of specialists: methodology, theory, experience, problems. Vinnytsia, 2010. № 26. Pp.529-533. (in Ukrainian)

[7] Hohenwarter M., Jones K. Ways of linking geometry and algebra: the case of GeoGebra. Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics. University of Northampton, UK. 2007. №3(27). (in English)

[8] Pratsovity M.V. Geometric transformations. Group theoretical view of geometry. Kyiv: National Polytechnic University named after M.P. Dragomanov, 2007. 18 p. (in Ukrainian)

[9] Pratsovity M.V. Geometric transformations. Plane motions. Kyiv: NPU named after M.P. Dragomanov, 2007. 44 p. (in Ukrainian)

[10] Pratsovity M.V. Plane similarity transformation with elements of fractal theory. Kyiv: National Polytechnic University named after M.P. Dragomanov, 2013. 52 p. (in Ukrainian)

[11] Bevz G.P. Methodology of teaching mathematics. Kyiv: Vyshcha shkola, 1977. 376 p. (in Ukrainian)

[12] Bevz G.P., Konforovich A.G., Reznichenko Z.O., Chenakal E.O. Mathematics: a manual for optional classes in grade 7. Kyiv: Rad. shkola, 1982. 152 p. (in Ukrainian)

[13] Borovyk V.N., Zaichenko I.V., Murach M.M., Yakovets V.P. Geometric transformations of the plane: a textbook. Sumy: Universytet. knyha, 2003. 504 p. (in Ukrainian)

[14] Kushnir I.A. Methods of solving problems in geometry. Kyiv: Abrys, 1994. 464 p. (in Ukrainian)

[15] Lenchuk I. G. Transformation method: parallel transfer. Mathematics in native school. 2016, №3 (174). Pp. 37 – 42. (in Ukrainian)
[16] Moroz M.P. Plane transformations that preserve the membership of points of a circle. Mathematics in your native school. 2016, №3 (174). Pp. 43 – 47. (in Ukrainian)
[17] GeoGebra. [Online]. Available: https://www.geogebra.org (in English)
[18] Cabri Geometry. [Online]. Available: https://www.cabri.com (in English)
[19] Cinderella. [Online]. Available: https://cinderella.de (in English)
[20] The Geometer's Sketchpad. [Online]. Available: https://www.dynamicgeometry.com (in English)