517
П-99

661/-

Министерство просвещения УССР

Киевский государственный педагогический институт
им. А.М.Горького

На правах рукописи

Пидченко Юрий Петрович

ОБ АСИМПТОТИЧЕСКИХ РАЗЛОЖЕНИЯХ РЕШЕНИЙ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ НЕЙТРАЛЬНОГО ТИПА С МЕДЛЕННО МЕНЯЮЩИМИСЯ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

/01.01.02 - дифференциальные и интегральные уравнения/

А в т о р е ф е р а т

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Киев - 1973

НБ НПУ
імені М.П. Драгоманова
100313723

Работа выполнена в Киевском государственном педагогическом институте им. А.М.Горького

Научный руководитель – доктор физико-математических наук, профессор Н.И. ШКИЛЬ

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор Ю.А.Р Я Б О В ,
кандидат физико-математических наук, доцент Д.И.М А Р Т Ы Н Ю К

Ведущее высшее учебное заведение – Киевский институт инженеров гражданской авиации

Автореферат разослан "____" _____ 197__ г.

Защита диссертации состоится "_____"_____ 197___ г. на заседании Ученого Совета физико-математического факультета Киевского государственного педагогического института им. А.М.Горького / ул.Пирогова, 9,аудитория 431/.

Отзывы просим направлять по адресу:
г. Киев – 30, 252030, ул. Пирогова, 9, научная часть

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке института.

Ученый секретарь Совета

Реферируемая работа посвящена построению асимптотических разложений решений систем линейных дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом, коэффициенты которых являются медленно меняющимися функциями.

Дифференциальные уравнения с отклоняющимся аргументом эпизодически встречались еще в работах И.Бернулли, Л.Эйлера, П. Лапласа, С.Пуассона и других математиков XVШ-XIX вв. Однако по-настоящему теория этих уравнений начала развиваться лишь в последние двадцать-двадцать пять лет, когда выяснилась та большая роль, которую они играют в различных вопросах механики, физики, биологии, технических и экономических наук. Работами А.Д.Мышкиса и Е.М.Райта в истории дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом было положено начало новому периоду - периоду интенсивного развития теории и расширения области приложений.

Важные результаты были получены А.Ф.Леонтьевым, Р.Беллманом, Л.Э.Эльсгольцем, К.Куком, А.Б.Васильевой, Г.А.Каменским, Н.Н.Красовским, Ю.А.Рябовым, К.Г.Валеевым, А.М.Зверкиным, С.Б.Норкиным, С.Н. Шимановым, Ю.А. Митропольским, А.Халанаем, С.Ф.Фещенком, В.П.Рубаником, В.И.Фодчуком, Д.Г.Кореневским, В.И.Рожковым и другими авторами. Эти результаты отражены в появившихся в последние годы нескольких монографиях, посвященных дифференциальным уравнениям с отклоняющимся аргументом, и во многочисленных журнальных статьях.

Однако, несмотря на достигнутые большие успехи в своем развитии, в целом теория дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом еще далека от своего завершения. Многие проб-

лемы пока остаются не исследованными. Более того, теория уравнений нейтрального типа разработана в значительно меньшей мере, чем теория уравнений запаздывающего типа.

Как известно, дифференциальные уравнения с отклоняющимся аргументом интегрируются в замкнутой форме в исключительно редких случаях. Поэтому представляет интерес разработка различных методов приближенного интегрирования, в том числе и асимптотических методов. Усилиями многих авторов на данные уравнения были перенесены многие методы, созданные для приближенного интегрирования дифференциальных уравнений, не содержащих отклонение аргумента, а также разработаны новые методы их интегрирования.

Так метод усреднения, созданный Н.М.Крыловым, Н.Н.Боголюбовым, Ю.А.Митропольским и их учениками для исследования нелинейных колебательных систем, был перенесен на системы с запаздыванием. Основные результаты принадлежат здесь А.Халанаю, В.П.Рубанику, Дж.К. Хейлу, В.И.Фодчуку, Д.Г.Кореневскому.

Методы решения систем дифференциальных уравнений с малым параметром при старшей производной в работах А.Б.Васильевой, В.И.Рожкова, А.А.Плотникова были распространены на дифференциально-разностные уравнения с малым отклонением аргумента.

Основополагающие результаты по периодическим решениям дифференциальных уравнений с малым запаздыванием были получены Н.Н.Красовским, Ю.А.Рябовым, С.Н.Шимановым, А.Халанаем, Р.Беллманом, К.Куком.

Для решения линейных дифференциальных уравнений с медленно меняющимися коэффициентами весьма эффективным оказался метод,

предложенный в работах С.Ф.Фещенко, Н.И.Шкиля и их учеников.

Естественным было попытаться применить этот метод и для решения уравнений с отклоняющимся аргументом. Первые попытки принадлежат здесь С.Ф.Фещенко и Я.П.Менько, которые рассмотрели линейные дифференциальные уравнения запаздывающего типа с медленно меняющимися коэффициентами в предположении, что малый параметр выступает множителем при членах с запаздыванием.

Это ограничение было снято Н.И.Шкилем, который рассмотрел системы с постоянным отклонением аргумента вида

$$\frac{dx(\tau)}{dt} = A(\tau)x(\tau) + B(\tau)x(\tau-\Delta), \qquad /1/$$

где $x(\tau)$ - искомый n -мерный вектор; $A(\tau)$, $B(\tau)$ -действительные $(n\times n)$ -матрицы: $0<\Delta=const$, ε -малый параметр, $0\le\tau=\varepsilon t\le L$, и системы с переменным отклонением аргумента вида

$$\frac{dx(t,\varepsilon)}{dt} = A(\tau,\varepsilon)x(t,\varepsilon) + B(\tau,\varepsilon)x(t-\Delta(\tau),\varepsilon), \qquad /2/$$

где $A(\tau,\varepsilon)$, $B(\tau,\varepsilon)$ $(n\times n)$ - матрицы, допускающие разложения

$$A(\tau,\varepsilon)=\sum_{s=0}^{\infty}\varepsilon^s A^{(s)}(\tau), \qquad B(\tau,\varepsilon)=\sum_{s=0}^{\infty}\varepsilon^s B^{(s)}(\tau), \qquad /3/$$

$\Delta(\tau)\ge 0$ - переменное запаздывание.

Н.И.Шкиль предложил оригинальные методы нахождения приближенных решений систем вида /1/ и /2/. Эти методы были затем распространены Я.П.Менько и А.А.Сыроватко на некоторые неоднородные системы запаздывающего типа с медленно меняющимися коэффициентами.

Исследованием линейных дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом в частных производных с медленно меняющимися коэффициентами занимались С.Ф.Фещенко, Н.И.Шкиль, В.И.Фодчук, Я.П.Менько, В.А.Домбровский, Н.А.Сотниченко, И.И.Маркуш, Е.Ш.Балла.

Уравнения нейтрального типа с медленно меняющимися коэффициентами до настоящего времени по существу не исследовались. При решении таких систем возникает ряд специфических трудностей, обусловленных присутствием производной при различных значениях аргумента. Так, например, искомое решение должно быть дифференцируемым. При рассмотрении неоднородных систем сложность построения решения определяется, кроме того, наличием или отсутствием "резонанса" / значение этого термина раз"ясняется ниже/. Еще более серьезные затруднения возникают при построении решений системы дифференциальных уравнений нейтрального типа с переменным отклонением аргумента. Исследованию этих вопросов и посвящена настоящая работа.

Диссертация состоит из введения, двух глав и приложения.

Во введении дается краткий обзор работ, посвященных асимптотическим методам интегрирования дифференциальных уравнений а также анализ основных результатов, примыкающих к теме исследования.

Глава I посвящена рассмотрению системы дифференциальных уравнений вида

$$\frac{dx(\tau,\varepsilon)}{dt} = A(\tau,\varepsilon)x(\tau,\varepsilon) + B(\tau,\varepsilon)x(\tau-\Delta,\varepsilon) + C(\tau,\varepsilon)x'(\tau-\Delta,\varepsilon) + \quad /4/$$

$$+ f(\tau,\varepsilon)\, e^{\frac{i}{\varepsilon}\theta(\tau)} \qquad \left(' = \frac{d}{d\tau}\right),$$

где $x(\tau,\varepsilon)$, $f(\tau,\varepsilon)$ - n - мерные векторы; $A(\tau\varepsilon), B(\tau,\varepsilon)$ и $C(\tau,\varepsilon)$ - действительные $(n\times n)$ -матрицы, ε -малый положительный параметр, $\Delta>0$ - $const.$, $0\le\tau=\varepsilon t\le L<+\infty$.

Предполагается, что матрицы $A(\tau,\varepsilon), B(\tau,\varepsilon), C(\tau,\varepsilon)$ и вектор $f(\tau,\varepsilon)$ допускают разложение в ряды вида /3/.

Для системы /4/ ставится основная начальная задача, т.е. надо построить решение на сегменте $[0, L]$, положив при $\tau\in[-\Delta, 0]$

$$x(\tau,\varepsilon)=\varphi(\tau,\varepsilon), \quad x'(\tau,\varepsilon)=\varphi'(\tau,\varepsilon), \qquad /5/$$

где $\varphi(\tau,\varepsilon)$ - вектор-функция, также предотавимая сходящимся рядом по степеням параметра ε.

Ввиду того, что система /4/ неоднородная, при решении поставленной задачи различаем два случая:

1/ " резонансный", когда функция $\gamma(\tau)$ $\left(\gamma(\tau)=\frac{d\theta(\tau)}{d\tau}\right)$ на сегменте $[0, L]$ тождественно равна одному из корней уравнения

$$det\left(A^{(\nu)}(\tau)-\lambda E\right)=0, \qquad /6/$$

2/ " нерезонансный", когда $\gamma(\tau)$ ни при каких значениях $\tau\in[0, L]$ не совпадает со значениями корней уравнения /6/.

Обобщая на систему /4/ метод, предложенный Н.И.Шкилем для решения основной начальной задачи для системы вида /1/, находим решение основной начальной задачи /5/. При этом на каждом шаге с изьестной точностью получаем асимптотическое разложение искомого решения в виде конечной суммы.

В § 3 построено асимптотическое разложение решения задачи /4/, /5/ в случае простых корней уравнения /6/.

Изложим один из результатов этого параграфа. Для этого потребуем выполнения следующих условий:

1. Матрицы $A(\tau,\varepsilon)$, $B(\tau,\varepsilon)$, $C(\tau,\varepsilon)$, векторы $f(\tau,\varepsilon)$, $\varphi(\tau,\varepsilon)$ и функция $\gamma(\tau)$ имеют производные до порядка m / $m \geq 1$, m – натуральное число/ включительно соответственно на сегментах $[0,L]$, $[-\Delta, 0]$.

2. Корни $\lambda_1^{(0)}(\tau), \ldots, \lambda_n^{(0)}(\tau)$ уравнения /6/ таковы, что

а/ при любых значениях $\tau \in [0,L]$

$$\lambda_j^{(0)}(\tau) \neq 0, \quad j = 1,\ldots,n; \qquad /7/$$

б/ действительные части корней при $\tau \in [0,L]$ неположительны

$$Re\,(\lambda_j^{(0)}(\tau)) \leq 0, \quad j = 1,\ldots,n; \qquad /8/$$

в/ при любых $\tau_1 < \tau_2$, $\tau_1, \tau_2 \in [0,L]$,

$$\lambda_i^{(0)}(\tau_1) \neq \lambda_j^{(0)}(\tau_2), \quad i,j = 1,\ldots,n. \qquad /9/$$

Тогда для "резонансного" случая справедлива теорема.

<u>Теорема 1.</u> Если выполнены условия 1, 2, то система дифференциальных уравнений /4/ в случае простых корней уравнения /6/ на первом шаге / $0 \leq \tau \leq \Delta$ / имеет решение, которое можно представить в виде

$$x(\tau,\varepsilon) = T(\tau)\Big[U_{m,1}(\tau,\varepsilon)\exp\Big(\frac{1}{\varepsilon}\int_0^{\tau}\Lambda_{m,1}(s,\varepsilon)\,ds\Big)c_1 + P_{m,1}(\tau,\varepsilon) + h_{m,1}(\tau,\varepsilon)\,e^{\frac{i}{\varepsilon}\Theta(\tau)}\Big] + \varepsilon^{m-1}\alpha_1(\tau,\varepsilon), \qquad /10/$$

где $U_{m,1}(\tau,\varepsilon)$ - квадратная, а $\Lambda_{m,1}(\tau,\varepsilon)$ - диагональная $(n\times n)$ - матрицы, $P_{m,1}(\tau,\varepsilon)$ и $h_{m,1}(\tau,\varepsilon)$ - n -мерные векторы, допускающие разложения

$$U_{m,1}(\tau,\varepsilon)=\sum_{s=0}^{m-1}\varepsilon^s U_1^{(s)}(\tau),\quad \Lambda_{m,1}(\tau,\varepsilon)=\sum_{s=0}^{m-1}\varepsilon^s \Lambda_1^{(s)}(\tau),$$

/II/

$$P_{m,1}(\tau,\varepsilon)=\sum_{s=0}^{m-1}\varepsilon^s P_1^{(s)}(\tau),\quad h_{m,1}(\tau,\varepsilon)=\sum_{s=-1}^{m-1}\varepsilon^s h_1^{(s)}(\tau),$$

c_1 -постоянный вектор; $\alpha_1(\tau,\varepsilon)$ -вектор, равномерно ограниченный в окрестности точки $\varepsilon=0$.

После того, как получено решение для первого шага, находится асимптотическое разложение решения на втором шаге, затем на третьем и т.д. Теорема I методом математической индукции обобщается на произвольный шаг.

В § 4 изложена методика построения асимптотических разложений решений для случая, когда каждому кратному корню уравнения /6/ соответствует один кратный элементраный делитель такой же кратности. При этом на коэффициенты системы /4/ и корни уравнения /6/ налагаются ограничения, идентичные ограничениям, записанным для простых корней. Наличие кратных корней значительно усложняет процесс нахождения асимптотических разложений решений.

В § 5 рассмотрен случай, когда каждому кратному корню $\lambda_j^{(\rho)}(\tau)$ $(j=1,\dots,p;\ 1\le p<n)$ уравнения /6/ соответствует $\xi_j>1$ кратных элементарных делителей вида

$$\left[\lambda-\lambda_j^{(0)}(\tau)\right]^{\vartheta_{j1}},\ \left[\lambda-\lambda_j^{(0)}(\tau)\right]^{\vartheta_{j2}},\ \dots,\ \left[\lambda-\lambda_j^{(0)}(\tau)\right]^{\vartheta_{j\varepsilon_j}} \qquad /12/$$

где $\vartheta_{j1}+\vartheta_{j2}+\dots+\vartheta_{j\varepsilon_j}=K_j\,;\quad j=1,\dots,p.$

Исследованию дифференцируемости полученных решений посвящен § 6 первой главы.

В § 7 исследуется случай чисто мнимых корней характеристического уравнения /6/. Оказывается, что в этом случае можно предложить совершенно иной подход к вопросу построения асимптотических разложений решений рассматриваемой системы. Сущность его заключается в том, что используя фундаментальную матрицу для системы

$$\frac{dx(\tau,\varepsilon)}{dt}=A(\tau,\varepsilon)\,x(\tau,\varepsilon)\,, \qquad /13/$$

систему /4/ удается с известной точностью привести к виду, не содержащему членов без отклонения аргумента. Вследствие этого можно получить рекуррентную формулу для решения исходной системы на произвольном шаге.

Приведем, например, результат для случая простых корней уравнения /6/ для системы

$$\frac{dx(\tau,\varepsilon)}{dt}=A(\tau,\varepsilon)\,x(\tau,\varepsilon)+B(\tau,\varepsilon)\,x(\tau-\Delta,\varepsilon)+C(\tau,\varepsilon)\,x'(\tau-\Delta,\varepsilon) \qquad /14/$$

При этом, как и раньше, рассматриваем основную начальную задачу, но в качестве начального множества возьмем отрезок $[0,\Delta]$.

Потребуем выполнения следующих условий:

1^0. Матрица $A(\tau,\varepsilon)$ имеет производные до порядка m / $m\geq 1$ – натуральное / включительно, а матрицы $B(\tau,\varepsilon)$, $C(\tau,\varepsilon)$ и вектор $\varphi(\tau,\varepsilon)$ – интегрируемы соответственно на сегментах $[0,L]$, $[0,\Delta]$.

2^0. Корни $\lambda_1^{(0)}(\tau), \ldots, \lambda_n^{(0)}(\tau)$ уравнения /6/ остаются простыми на $[0, L]$, удовлетворяют условиям /7/, /9/ и являются чисто мнимыми, т.е.

$$Re\left(\lambda_j^{(0)}(\tau)\right) \equiv 0, \quad j = 1, \ldots, n. \qquad /15/$$

Тогда имеет место теорема.

Теорема 2. Если выполнены условия I^0 / при $m > 2$ /, 2^0, то система дифференциальных уравнений /14/ в случае простых чисто мнимых корней уравнения /6/ на произвольном τ-ом шаге $(\tau\Delta \le \tau \le (\tau+1)\Delta)$ имеет решение вида

$$x(\tau, \varepsilon) = \mathcal{U}_i(\tau, \varepsilon) \exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\int_0^{\tau} \Lambda_i(\beta, \varepsilon)\, d\beta\right)\left\{C_\tau + \frac{1}{\varepsilon}\int_{\tau\Delta}^{\tau}\left[M(\beta, \varepsilon) z_{\tau-1}(\beta-\Delta, \varepsilon) + N(\beta, \varepsilon) z'_{\tau-1}(\beta-\Delta, \varepsilon)\right] d\beta\right\} + \varepsilon^{m-\tau}\beta_\tau(\tau, \varepsilon), \qquad /16/$$

где $z_{\tau-1}(\tau, \varepsilon)$ -решение системы

$$z'(\tau, \varepsilon) = \frac{1}{\varepsilon}\left[M(\tau, \varepsilon) z(\tau-\Delta, \varepsilon) + N(\tau, \varepsilon) z'(\tau-\Delta, \varepsilon)\right] + \varepsilon^{m-\tau}\psi(\tau, \varepsilon) \qquad /17/$$

/ вектор $\psi(\tau, \varepsilon)$ -равномерно ограниченный в точке $\varepsilon = 0$/ на $(\tau-1)$ - ом шаге, матрицы $\mathcal{U}_i(\tau, \varepsilon), \Lambda_i(\tau, \varepsilon), M(\tau, \varepsilon), N(\tau, \varepsilon)$ - известные, C_τ - постоянный вектор/, а $\beta_\tau(\tau, \varepsilon)$ - вектор, равномерно ограниченный в окрестности точки $\varepsilon = 0$.

Исследован также случай кратных чисто мнимых корней, кратность которых на сегменте $[0, L]$ не меняется.

Глава II посвящена исследованию системы линейных дифференциальных уравнений с переменным отклонением аргумента вида

$$\frac{dx(t,\varepsilon)}{dt} = A(\tau,\varepsilon)x(t,\varepsilon) + B(\tau,\varepsilon)x(t-\Delta(\tau),\varepsilon) + C(\tau,\varepsilon)x'(t-\Delta(\tau),\varepsilon) \quad /18/$$

/здесь штрихом обозначено дифференцирование по t /,

где $x(t,\varepsilon)$ - n -мерный вектор, $A(\tau,\varepsilon)$, $B(\tau,\varepsilon)$ и $C(\tau,\varepsilon)$ - $(n\times n)$ -матрицы, допускающие формальные разложения вида /5/, $0\le\tau=\varepsilon t\le L$, ε -малый положительный параметр.

Предполагается при этом, что функция $\Delta(\tau)$ неотрицательна, т.е.

$$\Delta(\tau)\ge 0 \ , \qquad \tau\in[0,L] \ . \qquad /19/$$

Наличие переменного отклонения, удовлетворяющего условию /19/ делает невозможным применение к системе /18/ методов, разработанных в первой главе.

В 1968 г. Н.И.Шкиль разработал метод построения формальных решений системы /2/ для случая простых и отдельного случая кратных корней квазиполинома, соответствующего уравнению /2/, а также исследовал асимптотику полученных формальных решений.

Развивая идеи этого метода для более сложных систем /18/, во второй главе сначала рассматриваются способы построения формальных частных решений для системы /18/, а затем исследуются асимптотические свойства полученных решений. При этом под частным решением понимаем решение, соответствующее определенному корню уравнения

$$\det\left[A^{(0)}(\tau)-\lambda E+\left(B^{(0)}(\tau)+\lambda C^{(0)}(\tau)\right)\exp(-\Delta(\tau)\lambda)\right]=0 \ , \quad /20/$$

левую часть которого называем квазиполиномом.

В § 1 второй главы доказаны некоторые, необходимые в дальнейшем, вспомогательные утверждения.

§ 2 посвящен построению формального частного решения системы /18/, соответствующего простому корню уравнения /20/. В частности, доказана теорема.

Теорема 3. Если $A(\tau,\varepsilon)$, $B(\tau,\varepsilon)$, $C(\tau,\varepsilon)$ и $\Delta(\tau)$ неограниченно дифференцируемые по τ на сегменте $[0,L]$, то система дифференциальных уравнений /18/ имеет формальное частное решение, соответствующее простому корню $\lambda=\lambda_0(\tau)$ уравнения /20/, вида

$$x(t,\varepsilon)=u(\tau,\varepsilon)\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\int_0^{\tau}\lambda_0(s)\,ds\right), \qquad /21/$$

где $u(\tau,\varepsilon)$ – n-мерный вектор, допускающий формальное разложение в ряд

$$u(\tau,\varepsilon)=\sum_{s=0}^{\infty}\varepsilon^s u^{(s)}(\tau) \qquad /22/$$

В §§ 3,4 второй главы исследуется вопрос о построении формального частного решения, соответствующего кратному корню квазиполинома. Выяснилось, что если $\lambda=\lambda_0(\tau)$ – кратный корень уравнения /20/, то сложность построения соответствующего частного решения существенно зависит от ранга матрицы

$$G(\tau)=A^{(0)}(\tau)-\lambda_0(\tau)E+\left(B^{(0)}(\tau)+\lambda_0(\tau)C^{(0)}(\tau)\right)\exp\left(-\Delta(\tau)\lambda_0(\tau)\right). \qquad /23/$$

Поэтому для одного и того же кратного корня рассмотрены случаи различного ранга.

Так, в § 3 для случая, когда $\lambda = \lambda_0(\tau)$ - двукратный корень уравнения /20/ и ранг τ матрицы $G(\tau)$ равен $n-1$, доказана теорема.

Теорема 4. Если $A(\tau, \varepsilon)$, $B(\tau, \varepsilon)$, $C(\tau, \varepsilon)$ и $\Delta(\tau)$ неограниченно дифференцируемые по τ на сегменте $[0, L]$ и выполняется условие

$$\left(\bar{y}(\tau)\cdot\left(H(\tau)\alpha'(\tau) + F(\tau)\alpha(\tau)\right)\right) \neq 0 \quad \text{при всех } \tau \in [0, L] \qquad /24/$$

и ранг матрицы $G(\tau)$ равен $n-1$, то система дифференциальных уравнений /18/ имеет формальное частное решение, соответствующее двукратному корню $\lambda = \lambda_0(\tau)$ уравнения /20/, вида

$$x(t, \varepsilon) = u(\tau, \mu)\ \exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\int_0^{\tau} \lambda(s, \mu)\, ds\right), \qquad /25/$$

где $u(\tau, \mu)$ - n-мерный вектор, допускающий формальное разложение

$$u(\tau, \mu) = \sum_{s=0}^{\infty} \mu^s u^{(s)}(\tau), \quad \mu = \sqrt{\varepsilon}, \qquad /26/$$

а $\lambda(\tau, \mu)$ -скалярная функция

$$\lambda(\tau, \mu) = \lambda_0(\tau) + \mu\,\lambda_1(\tau) \qquad /27/$$

Заметим, что входящие в /24/ векторы и матрицы являются известными.

В § 4 указаны условия, при которых система /18/ имеет решение вида /25/ - /27/ в случае двукратного корня уравнения /20/

если ранг матрицы $G(\tau)$ равен $n-2$. При этом построение формальных решений значительно усложняется. Здесь справедлива теорема.

Теорема 5. Если $A(\tau,\varepsilon)$, $B(\tau,\varepsilon)$, $C(\tau,\varepsilon)$, $\Delta(\tau)$ — неограниченно дифференцируемы по τ на сегменте $[0,L]$ и выполняются условия:

1/ Ранг матрицы $G(\tau)=G(\lambda_0(\tau),\tau)$ равен $n-1$;

2/ При любом $\tau\in[0,L]$

$$\lambda_0'(\tau)\neq 0 \quad \text{и} \quad \det P(\tau)\neq 0 , \qquad /28/$$

где $P(\tau)$ -известная матрица, то существует формальное частное решение системы /3/, вида /25/.

§§ 5,6 посвящены исследованию асимптотических свойств полученных частных решений. Установлены условия, при выполнении которых при $\varepsilon\to 0$ формальное решение стремится к точному решению.

В приложении приведен иллюстративный пример.

Результаты диссертации докладывались на Третьей всесоюзной конференции по теории и приложениям дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом /Черновцы, 1972/, на семинаре по дифференциальным уравнениям при Киевском государственном университете имени Т.Г.Шевченко /1972/, на отчетно-научной конференции кафедр Киевского государственного пединститута имени А.М.Горького, на Девятой научной конференции факультета физико-математических и естественных наук Университета дружбы народов имени П.Лумумбы /Москва, 1973/, на семинаре в Киевском институте инженеров гражданской авиации /1973/ и изложены в работах:

I. Шкиль Н.И. и Пидченко Ю.П., Об асимптотическом решении системы линейных дифференциальных уравнений с медленно меняющимися коэффици-

ентами нейтрального типа / на укр. языке/, ДАН УРСР, сер.А, 8, 1973.

2. Шкиль Н.И., Пидченко Ю.П., Об асимптотическом решении системы линейных дифференциальных уравнений нейтрального типа с медленно меняющимися коэффициентами. Сб. работ аспирантов КГПИ "Приближенные методы решения диф. и интегр. уравнений". Киев, 1973.

3. Шкиль Н.И. и Пидченко Ю.П., К вопросу об асимптотическом решении системы линейных дифференциальных уравнений с медленно меняющимися коэффициентами нейтрального типа / на укр. языке/, ДАН УРСР, сер. А, 9, 1973.

4. Пидченко Ю.П., Построение формальных решений системы линейных дифференциальных уравнений нейтрального типа / на укр. языке/, ДАН УРСР, сер. А, 12, 1973.

5. Шкиль Н.И., Пидченко Ю.П., О приближенном решении системы линейных дифференциальных уравнений нейтрального типа с медленно меняющимися коэффициентами, Межведомств. респ. сб. "Вычислит. и прикл. матем." вып.22, 1974.